

6

НАНА ДЖАПАРИДЗЕ

НАНИ ЦУЛАЯ

МАЙЯ ЦИЛОСАНИ

МАТЕМАТИКА

Книга учителя

Гриф присвоен Министерством образования,
науки, культуры и спорта Грузии в 2018 году



ИЗДАТЕЛЬСТВО
БАКУРА СУЛАКАУРИ

МАТЕМАТИКА 6
Книга учителя для пятиклассников
Тбилиси, 2018

Авторы: Нана Джапаридзе, Нани Цулая, Майя Цилосани

Редактор: Геннадий Музафаров
Дизайнер: Иа Махатадзе
Технический дизайнер: Нино Кублашвили

© Издательство Бакура Сулакаури, 2018

ООО «Издательство Бакура Сулакаури»
Пр. Агмашенебели, 150, Тбилиси 0112
Тел.: 2910954, 2911165
Эл. почта: info@sulakauri.ge

ISBN 978-9941-30-393-7

Mathematics 6
Teacher's Book

© Sulakauri Publishing, 2018
all rights reserved.

Tbilisi, Georgia
www.sulakauri.ge

Оглавление

О руководстве	5	Компоненты оценки учащегося.....	20
ОБРАЗЦОВЫЕ СЦЕНАРИИ УРОКОВ	7	Виды баллов определяющей оценки.....	22
I ГЛАВА	7	Правило подсчета баллов.....	22
§1. Десятичная дробь.....	7	Программа по математике, определенная новым Национальным учебным планом.....	24
§2. Сравнение десятичных дробей.....	7	Результаты, которые должны быть достигнуты в конце учебного года в VI классе, и индикаторы.....	24
§3. Сложение десятичных дробей.....	8	Содержание программы.....	29
§4. Вычитание десятичных дробей.....	8	Матрица взаимосвязи достижения результата стандарта и содержания учебника.....	30
§5. Округление десятичных дробей.....	9	Решения и указания	32
§6. Умножение и деление на 10, 100, 1000.....	9	I ГЛАВА	32
§7. Умножение десятичных дробей.....	10	§1. Десятичные дроби.....	32
§8. Деление десятичных дробей на натуральные числа.....	11	§2. Сравнение десятичных дробей.....	33
§9. Деление на десятичную дробь.....	11	§3-4. Сложение и вычитание десятичных дробей.....	33
§10. Объем прямоугольного параллелепипеда.....	12	§5. Округление десятичных дробей.....	34
§11. Развертки многогранников (групповое занятие).....	12	§6. Умножение и деление на 10, 100, 1000.....	35
§12. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда (групповое занятие).....	13	§7. Умножение десятичных дробей.....	35
II ГЛАВА	14	§8. Деление десятичных дробей на натуральные числа.....	36
§3. Разложение натурального числа на простые множители.....	14	§9. Деление на десятичную дробь.....	37
III ГЛАВА	15	§10. Объем прямоугольного параллелепипеда.....	37
§6. Деление обыкновенных дробей.....	15	§10. Развертки многогранников.....	38
IV ГЛАВА	16	§12. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда.....	39
§2. Пропорция.....	16	Тест для самопроверки.....	39
§5. Круговая диаграмма.....	16	Дополнительные упражнения к I главе.....	40
ПРЕЗЕНТАЦИИ	17	II ГЛАВА	42
Выписка из «Национального учебного плана».....	18	§1. Делители и кратные.....	42
Система оценки учащегося.....	18	§2. Признаки делимости на 9 и на 3.....	42
Цель, принципы и задачи оценки учащегося.....	18	§3. Разложение натурального числа на простые множители.....	43
Определяющая и развивающая оценка.....	18	§4. Наибольший общий делитель.....	45
Описание развивающей и определяющей оценок.....	19	§5. Наименьшее общее кратное натуральных чисел.....	45
Уровни академических достижений и система оценки.....	20	§6. Решим задачи.....	46
Оценка на начальной, базовой и средней ступенях.....	20	§7. Сокращение дробей.....	47
		§8. Приведение дробей к общему знаменателю.....	48

§10. Сложение и вычитание дробей.....	49	IV ГЛАВА	64
§11. Дополнение дроби до единицы.....	50	§1. Отношение.....	64
§12. Сложение и вычитание смешанных чисел.....	51	§2. Пропорция.....	65
§13. Сравнение отрезков.....	52	§4. Решим задачи с использованием пропорции.....	65
§14. Ломаная.....	53	§5. Круговая диаграмма.....	67
§16. Взаимное расположение двух окружностей.....	53	§7. Среднее арифметическое.....	68
Тест для самопроверки.....	54	§8. Нахождение проблемы.....	68
Дополнительные упражнения ко II главе.....	55	§9. Параллельный перенос.....	70
III ГЛАВА	56	§10. Осевая симметрия.....	70
§1. Умножение дробей.....	56	Тест для самопроверки.....	71
§3. Решим задачи с дробями.....	56	Дополнительные упражнения к IV главе.....	71
§4. Распределительный закон умножения.....	57	Решения, указания	
§5. Взаимно обратные числа.....	58	Задачи для любителей математики.....	72
§6. Деление обыкновенных дробей.....	59	Образцы итоговых работ.....	78
§7. Задачи с дробями.....	59	Инструкция к заданиям с использованием ИКТ.....	80
§8. Решим задачи.....	60	Правильные ответы к упражнениям в книге ученика.....	82
§9. Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями.....	61	Электронные ресурсы для учителя.....	86
Тест для самопроверки.....	62	Вспомогательная литература.....	87
Дополнительные упражнения к III главе.....	62		

О руководстве

Цели

Основной целью изучения математики в VI классе является развитие у подростка способности мыслить, формирование у него логического и критического отношения, освоение и осознание азов математики, на которых должны базироваться будущие знания.

Структура книги ученика

Книга ученика поделена на главы. Каждая глава поделена на параграфы. Каждый параграф сопровождают «тесты для саморазвития» и дополнительные упражнения, которые, с одной стороны, служат закреплению и глубокому осмыслению пройденного материала, а с другой, - выработке таких умений и навыков, которые в дальнейшем подготовят учащихся к восприятию “красоты” математики, логики и последовательности.

Нестандартно сформулированная задача или вопрос вызывают у учащихся своеобразные опасения, если они не привыкли к подобному. Преодоление таких сложностей придает учащимся уверенность в себе, пробуждает интерес и любовь к математике. С учетом этого в Книгу для ученика в VI классе вошли нестандартные задачи. Шестиклассники без затруднения справятся с ними, так как в V классе они уже решали подобные задачи с помощью учителя. Эти задачи позволяют учителю проводить работу с теми учащимися, которые осваивают материал быстрее, по сравнению с остальным классом. Вышеупомянутые задачи способствуют пробуждению у учащихся интереса, формированию критического мышления, различного подхода к проблемам. Их частое включение в поурочный процесс будет содействовать работе в математических кружках (если таковые имеются в школе) или частично все-таки выполнит их функцию в случае отсутствия кружковой работы. Учитель может сам составлять подобные задачи по данным образцам. Предлагаемое нами видение решения таких задач поможет учителю в приобретении опыта применения различных методов при решении нестандартных задач, что однозначно будет способствовать его профессиональному развитию.

Методика

Структура параграфа максимально обеспечивает вовлеченность учащихся в классно-урочный процесс. Каждый параграф начинается с заданий, предназначенных для учащихся (индивидуально или в парах), после решения которых подросток готов к усвоению нового материала. Понять и осмыслить новый материал помогают включенные в параграф “индивидуальные вопросы”, которые в некоторых параграфах встречаются несколько раз (в зависимости от того, насколько этого требует материал данного параграфа). В то же время они помогают ученику и учителю в оценке того, насколько освоен и осмыслен тот или иной тематический момент.

В книге для ученика во множестве представлены задания, требующие различных видов активности: проекты, практические работы ...

Подобная структура параграфа обеспечивает проведение урока, ориентированного на обучаемого, который не является пассивным слушателем учителя, объясняющего материал.

Ученик активно участвует в урочном процессе. Каждый вывод, пояснение и правило формулируются совместными усилиями учителя и учеников. Каждая глава сопровождается одним или двумя “тестами для самопроверки”, назначением которых является не только выполнение заданий самого теста, но и самооценка учащихся. После завершения работы ученикам предлагается по их усмотрению оценить задания как «простые», «средней сложности» и «сложные». Учащиеся должны подсчитать, на сколько задач (по их мнению) они дали правильный ответ, в скольких ответах сомневаются. Ученикам предлагается составить соответствующую таблицу, точечную или столбчатую диаграмму, а затем сверить результаты с ответами теста и осмыслить, насколько правильно ими была оценена выполненная работа. Это поможет учащимся развить способность самооценки, умение пересмотреть свое мнение, что является не менее важным.

Структура книги учителя

В книге учителя даны четкие указания и решения. Ход урока обеспечивается структурой параграфа, но учитель может менять его по своему усмотрению.

В книге учителя также даны система оценок, карта целей и результатов, сценарии уроков из всех параграфов первой главы и 1 или 2 параграфов из остальных глав.

В конце книги учителя приводятся вспомогательная литература, образцы итоговых работ, а также ответы на задачи/упражнения, вошедшие в Книгу ученика, в том числе ответы к заданиям в рубрике - «задачи для любителей математики».

Предлагаем общую схему проведения урока:

- I – Данное ученику индивидуальное задание (5 мин.)
- II – Презентация этих заданий учениками (5-10 мин.)
- III – Рассмотрение нового материала (ученики совместно с учителем) (10-15 мин.)
- IV – Закрепление нового материала с помощью вопросов из книги, предназначенных для индивидуальной работы или работы в парах (5-10 мин.)
- V – Разбор и осмысление приведенных в параграфе решений задач (нередко в виде дискуссий) (10 мин.)
- VI – Итоги урока, домашнее задание (5 мин.)

ОБРАЗЦЫ СЦЕНАРИЕВ УРОКОВ

І ГЛАВА

§1. Десятичные дроби

Резюме: ученики научатся записывать числа в виде десятичных дробей.

Ученики смогут:

- записывать некоторые числа в виде десятичных дробей;
- представлять числа, записанные в виде десятичной дроби, в виде разрядных единиц.

Примечание: параграф рассчитан на два часа.

І час:

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, напоминает, числа какого типа ученики изучали в предыдущих классах. (5-10 мин.)
2. Учитель поручает ученикам обдумать вопросы №1-2 в начале параграфа. (5 мин.)
3. Учитель показывает ученикам, как записывать в виде десятичных дробей дробные числа, знаменателями которых являются степени числа 10. (10 мин.)
4. Учитель объясняет разряды десятых, сотых и т. д. (5 мин.)
5. В классе рассматриваются данные в параграфе упражнения №4-6. (10 мин.)
6. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание - упражнения №1-10. (5 мин)

ІІ час:

1. Учитель разбирает непонятные задачи из домашнего задания и вместе с учениками решает задачи №11-23.
2. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание - упражнения №24-32.

§2. Сравнение десятичных дробей

Резюме: ученики познакомятся с правилом сравнения десятичных дробей.

Ученики смогут:

- сравнивать числа, данные в виде десятичных дробей;
- обозначать на координатном луче числа, данные в виде десятичных дробей;
- называть одно или несколько чисел, расположенных между двумя данными числами.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Учитель поручает ученикам обдумать задание №1, данное в начале параграфа, после чего будут сделаны данные в книге выводы. (10 мин.)
3. В классе рассматриваются упражнения, данные в параграфе. (10 мин.)
4. В классе рассматриваются упражнения № 1-11. (15 мин)
5. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание – упражнения №12-24. (5 мин)

§3. Сложение десятичных дробей

Резюме: ученики познакомятся с примерами сложения десятичных дробей.

Ученики смогут:

- осмыслить правило сложения десятичных дробей;
- складывать десятичные дроби;
- обосновать правильность правила сложения десятичных дробей.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Учитель поручает ученикам обдумать задачу, данную в начале параграфа, и вместе с классом демонстрирует выполнение этого задания. (10 мин.)
3. Учитель вместе с учениками рассматривает данные в книге индивидуальные вопросы № 1-2, в результате чего ученики формулируют правило сложения десятичных дробей. (15 мин.)
4. Ученики вспоминают законы сложения натуральных чисел и определяют, что эти законы распространяются и на десятичные дроби. (10 мин.)
5. Учитель поручает ученикам обдумать индивидуальные вопросы № 3-4; подводит итоги урока, а затем задает домашнее задание – оставшиеся невыполненными упражнения в параграфе. (10 мин.)

§4. Вычитание десятичных дробей

Резюме: ученики знакомятся с примерами вычитания десятичных дробей.

Ученики смогут:

- определять, на сколько одна десятичная дробь больше другой;
- вычитать десятичные дроби.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин)
2. В режиме вопросов и ответов учитель рассматривает задание № 1, данное в начале параграфа, после чего формулирует правило вычитания десятичных дробей. (10-15 мин)
3. В классе разбираются упражнения № 1-10. (15 мин)
4. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание - упражнения №11-24. (5 мин.)

§5. Округление десятичных дробей

Резюме: ученики познакомятся с примерами округления десятичных дробей.

Ученики смогут:

- округлять десятичные дроби с заданной точностью.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Учитель рассматривает задачу, данную в начале параграфа. (10 мин.)
3. Учитель поручает ученикам выполнить задание, данное в параграфе. (10 мин.)
4. Ученики проводят презентацию задания. (5 мин.)
5. В классе рассматривают задания, данные в параграфе. (10 мин.)
6. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание – упражнения №1-10. (5 мин)

§6. Умножение и деление на 10, 100, 1000

Резюме: ученики познакомятся с правилами умножения и деления десятичных дробей на 10^n .

Ученики смогут:

- умножать/делить любое число на 10 в степени.
- представлять вес или длину, выраженные в малых единицах исчисления, в более крупных единицах исчисления. Напр., представлять в километрах, величину, выраженную в метрах.

Примечание: параграф рассчитан на два часа.

I час:

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Учитель поручает ученикам обдумать вопросы №1-2, данные в начале параграфа, после чего ученики объясняют правило умножения десятичной дроби на 10. (10 мин.)
3. Ученики обдумывают вопрос №3 и в результате вместе с учителем формулируют правило умножения и деления десятичных дробей на 10^n . (10 мин.)
4. В режиме вопросов и ответов в классе рассматриваются примеры, данные в параграфе. (10 мин.)
5. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание - упражнения №1-12. (5 мин.)

II час:

Учитель разбирает непонятные упражнения, тем самым закрепляя знание нового материала, и задает домашнее задание – упражнения №13-27 (часть этих упражнений по усмотрению учителя может быть выполнена на уроке).

§ 7. Умножение десятичных дробей

Резюме: ученики познакомятся с правилом умножения десятичных дробей.

Ученики смогут:

- умножать десятичные дроби;
- решать уравнения с числами, выраженными десятичными дробями;
- решать задачи, в которых фигурируют числа, выраженные десятичными дробями.

Примечание: параграф рассчитан на два часа.

I час:

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Учитель поручает ученикам обдумать провоцирующие задачи N1-4, данные в начале параграфа, в результате чего в режиме вопросов и ответов будет сформулировано правило умножения десятичных дробей. (20 мин.)
3. Ученики рассмотрят данные в параграфе задания, в результате чего придут к выводу, что при умножении десятичных дробей выполняются переместительный, сочетательный и распределительный законы умножения. (10 мин.)
4. Ученики рассмотрят примеры, данные в параграфе, и тем самым закрепят уже полученные знания. (5-10 мин.)

5. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание №1-11. (5 мин)

II час:

Часть упражнений № 11-26 выполняется в классе, а остальные учитель задает на дом.

§8. Деление десятичных дробей на натуральное число

Резюме: ученики познакомятся с правилом деления десятичных дробей на натуральные числа.

Ученики смогут:

- делить десятичные дроби на натуральные числа;
- упрощать выражения с десятичными дробями;
- применять полученные знания при решении задач.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Учитель поручает ученикам обдумать провоцирующую задачу, данную в начале параграфа. (5 мин.)
3. В процессе обсуждения задачи ученики придут к выводу, что в процессе решения нужно десятичную дробь разделить на натуральное число, после чего учитель формулирует соответствующее правило. (10 мин.)
4. При активном участии учеников будут рассмотрены примеры, разобранные в книге. (10 мин.)
5. Учитель формулирует правило записи обыкновенной дроби в виде десятичной. (15 мин.)
6. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание - упражнения №1-15. (5 мин)

§9. Деление на десятичную дробь

Резюме: ученики познакомятся с правилом деления числа на десятичную дробь.

Ученики смогут:

- делить любое число на десятичную дробь;
- преобразовывать любое выражение, содержащее десятичную дробь;
- применять полученные знания при решении задач.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Ученики, объединившись в пары, начинают обдумывать задания №1-2, данные в начале параграфа. (10 мин.)
3. Ученики демонстрируют решение задачи. (10 мин.)
4. Ученики выполняют упражнения №1-6 в классе. (15 мин.)
5. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание - упражнения №7-20. (5 мин)

§10. Объем прямоугольного параллелепипеда

Резюме: ученики познакомятся с единицами измерения объема и формулой вычисления объема прямоугольного параллелепипеда.

Ученики смогут:

- вычислять объем фигуры, составленной из единичных кубов, изображенных на рисунке;
- вычислять объем прямоугольного параллелепипеда и куба.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. В режиме вопросов и ответов рассматриваются вопросы №1-6, данные в начале параграфа. (15 мин.)
3. Сообща (ученики вместе с учителем) подойдут к формулированию формулы для вычисления объема прямоугольного параллелепипеда, куба. (10 мин.)
4. Будет рассмотрена связь между единицами объема. (10 мин.)
5. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание. (5 мин)

§11. Развертки многогранников (групповое занятие)

Резюме: ученики познакомятся с формулой Эйлера, развертками многогранников.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Учитель делит класс на 3-4 группы. (15 мин.)
3. Для выполнения каждого задания (1, 2, ... по отдельности) от каждой группы выходит один ученик. На каждое новое задание из группы выходит другой ученик. Над

задачей работают также группы. Задача, правильно решенная группой, оценивается 1 баллом, а задание, правильно выполненное учеником, - 3 баллами (группа за одно задание может всего набрать 4 балла). (35 мин.)

4. Учитель подсчитывает баллы и называет победившую команду. (5 мин.)

§12. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда

Резюме: ученики научатся вычислять площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда или предмета, имеющего его форму.

Ученики смогут:

- осмыслить, что означает площадь поверхности пространственной фигуры;
- вычислять площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда, куба;
- увязывать приобретённые знания с жизненными ситуациями и использовать их в жизни.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Учитель поручает ученикам обдумать задачу, данную в начале параграфа. (5 мин.)
3. Учитель просит учеников, опираясь на данное в Книге ученика задание, предназначенное для парной работы, начертить развертку прямоугольного параллелепипеда и с учетом указанных размеров найти площадь этой развертки. В ходе выполнения этого задания желательно, чтобы учитель наблюдал за тем, как пары выполняют задание и, в случае необходимости, давал соответствующие указания. (20 мин.)
4. Учитель поручает ученикам склеить из развертки прямоугольный параллелепипед и высказать предположение, что может подразумеваться и чему может быть равна площадь поверхности параллелепипеда. (10 мин.)
5. Ученики с помощью учителя суммируют результаты и делают соответствующие выводы. (5 мин.)
6. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание. (5 мин.)

II ГЛАВА

§3. Разложение натурального числа на простые множители

Резюме: ученики научатся раскладывать натуральное число на простые множители.

Ученики смогут:

- разложить число на простые множители;
- различать простые и составные числа;
- использовать полученные знания по мере необходимости.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Учитель поручает ученикам рассмотреть первое задание, данное в начале параграфа, где показан образец разложения на множители с использованием древовидной диаграммы. (5 мин.)
3. На примере конкретного числа учитель показывает ученикам, что не имеет значения, на какие множители было первоначально разложено число, в результате все равно получится то же самое число. Например, $60=6\cdot 10=15\cdot 4=2\cdot 30$. (5 мин.)
4. Учитель формулирует правило разложения числа на простые множители. (5 мин.)
5. За этим следуют индивидуальные вопросы. (5 мин.)
6. В классе рассматриваются разобранные в учебнике образцы задач. (10 мин.)
7. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание. (5 мин.)

III ГЛАВА

§6. Деление обыкновенных дробей

Резюме: ученики научатся делению дробей.

Ученики смогут:

- делить дроби;
- находить неизвестный сомножитель с помощью произведения и известного сомножителя.
- использовать приобретенные знания в других дисциплинах и реальной жизни.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5-10 мин.)
2. Учитель поручает ученикам ответить на индивидуальные вопросы, данные в начале параграфа, в чем им поможет наглядный материал, прилагающийся к вопросам. (5 мин.)
3. Учитель в режиме вопросов и ответов объясняет в классе уравнения, данные в параграфе. (10 мин.)
4. Учитель поручает ученикам обдумать индивидуальные вопросы №4-5, данные в параграфе, после чего вместе с учениками формулирует правило деления дробей. (10 мин.)
5. Учитель предлагает ученикам выполнить упражнение №6, данное в параграфе, и рассматривает уже решенные в параграфе примеры. (5 мин.)
6. Учитель вызывает учеников к доске и в случае необходимости помогает им в решении по одному образцу из упражнений №1-6. (10 мин.)
7. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание. (5 мин.)

IV ГЛАВА

§2. Пропорция

Резюме: ученики познакомятся с пропорцией, свойствами пропорции.

Ученики смогут:

- находить неизвестный член пропорции;
- выразить отношение величин уравнением с одним неизвестным;
- с помощью пропорции решать задачи и разрешать жизненные ситуации.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5 мин.)
2. Учитель поручает ученикам выполнить упражнение, данное в начале параграфа. После чего в режиме вопросов и ответов они рассматривают решенную в параграфе задачу и получают «верное равенство двух отношений» - пропорцию. (10 мин.)
3. Учитель поручает ученикам, разбитым на пары, выполнить предназначенную для них задачу, данную в параграфе. (5 мин.)
4. Ученики проводят презентацию своих работ, после чего дают определение крайних и средних членов пропорции, основного свойства пропорции. (10 мин.)
5. Учитель задает индивидуальные вопросы, данные в параграфе, и разбирает решение примера № 2, данное в параграфе. (10 мин.)
6. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание. (5 мин.)

§5. Круговая диаграмма

Резюме: ученики познакомятся с круговой диаграммой.

Ученики смогут:

- прочитать информацию, записанную с помощью круговой диаграммы;
- составить круговую диаграмму на основе данной информации;
- использовать круговую диаграмму для решения соответствующих задач.

Описание активности:

1. Учитель здоровается с учениками, зачитывает список, проверяет домашнее задание и отвечает на вопросы учеников/объясняет непонятные упражнения. (5 мин.)
2. Учитель напоминает ученикам понятия окружности, центрального угла и поручает им выполнить индивидуальные задания №1-3, данные в начале параграфа. (5 мин.)
3. Ученики проводят презентацию задания, а затем рассматривают образец круговой диаграммы, данной в параграфе. (10 мин.)

4. Учитель задает индивидуальные вопросы, данные в параграфе, и разбирает задачу, решение которой приведено в параграфе. После этого ученики, руководствуясь заданной информацией, составляют круговую диаграмму. (10 мин.)
5. Учитель поручает ученикам выполнить задания, предназначенные для работы в парах. (5 мин.)
6. Ученики проводят презентацию задания. (5 мин.)
7. Учитель подводит итоги урока и задает домашнее задание. (5 мин.)

ПРЕЗЕНТАЦИИ

Человек с раннего возраста должен привыкнуть формулировать мысли корректно и квалифицированно. Развитию этого навыка препятствует множество факторов: страх аудитории, недостаточная уверенность в себе, несовершенство речевого аппарата и другие.

Важную роль в формировании вышеупомянутого навыка может сыграть презентация своего мнения в привычной обстановке, то есть перед классом. Поэтому во время проведения презентации желательно, чтобы учитель заострил внимание на следующих вопросах:

1. Ученик рассуждает, опираясь на факты и аргументы, пользуется заранее подготовленными записями.
2. Ученик уверенно обращается к аудитории, устанавливает с ней зрительный контакт, говорит правильно и разборчиво.
3. Ученик использует визуальный материал.
4. Начало и окончание презентации выглядит эффектно.
5. Ученик соблюдает лимит времени.

Выписка из Национального учебного плана

Система оценки учащегося

Цель, принципы и задачи оценки учащегося

1. Главной целью оценки учащегося является управление качеством учебы и обучения, что, с одной стороны, означает заботу о повышении качества обучения, а с другой - мониторинг качества учебы и обучения. Оценка должна предоставлять информацию об индивидуальном прогрессе учащегося.
2. Оценка учащегося является неотъемлемой частью учебы и обучения. Чтобы обеспечить последовательный образовательный процесс, оценка ученика должна основываться на конструктивных принципах обучения.
3. Основными задачами оценки учащегося являются:
 - а) показать, как протекает процесс конструирования знаний учащегося и установления взаимосвязности знаний, хранящихся в памяти;
 - б) перед началом изучения нового вопроса/темы определить уровень предшествующих знаний и представлений учащегося;
 - в) выявить, насколько ученик способен самостоятельно оценивать свои сильные и слабые стороны, а также насколько осмысленные и эффективные шаги он предпринимает для своего развития;
 - г) охватить все три категории знаний;
 - д) показать, насколько ученик способен функционально использовать совокупность знаний в контексте содержания.
4. Для решения основных задач при оценке знаний учащегося приоритет отдается комплексным задачам с контекстом, выполнение которых подводит ученика к интерактивному и своевременному применению различных компонентов знаний..

Определяющая и развивающая оценка

1. Оценка может быть: определяющая и развивающая.
2. Определяющая оценка устанавливает уровень достижений учащегося применительно к результатам выполнения учебного предметного плана.
3. Развивающая оценка устанавливает динамику развития каждого учащегося и направлена на улучшение качества учебы.

Описание развивающей и определяющей оценок

	Развивающая	Определяющая
Цель:	улучшение качества учебы; содействие в продвижении и развитии учащегося.	определение уровня академических достижений учащегося по отношению к результатам, установленным предметным учебным планом;
Задачи:	оценка процесса конструирования знания и установления связи между знаниями; определение уровня предшествующих знаний / представлений; оценка способности ученика самостоятельно оценивать свои сильные и слабые стороны; оценка того, насколько осмысленные и эффективные шаги ученик предпринимает для своего развития; оценка процесса усвоения всех трех категорий знаний; оценка способности функционального использования совокупности знаний.	оценка способности установления связи между различными знаниями; оценка способности применять все три категории знаний;
Критерии успеха:	Достигнутое продвижение учащегося по сравнению с предшествующими результатами/предыдущим уровнем	Уровень достижений по сравнению с предметным учебным планом
Оценивающий и формы оценки:	учитель: устная или письменная обратная связь, поощряющие указания, символические оценки и т. д. ученики: путем самооценки; взаимной оценки.	учитель: балл (может сопровождаться комментированием с описанием слабых и сильных сторон, необходимыми указаниями для исправления недостатков).

Уровни академических достижений и система оценки

Академические достижения учащихся оцениваются по десятибалльной системе в соответствии с пятью уровнями.

Баллы	Уровни оценки
10	Высокий
9	
8	Выше среднего
7	
6	Средний
5	
4	Ниже среднего
3	
2	Низкий
1	

Оценка на начальной, базовой и средней ступенях

Во втором семестре V класса и в VI-XII классах используются развивающая и определяющая оценки. Знания учащихся оцениваются по десятибалльной системе; самый низкий балл - 1, а самый высокий балл - 10.

В V-XII классах знания, учащихся по предметам, объединенным в спортивную предметную группу, по предмету «Дорожные знаки и безопасность движения» и по выборным предметам оцениваются по зачетной системе: зачтено/не зачтено.

Компоненты оценки учащегося

1. В течение семестра учащиеся оцениваются по следующим трем компонентам:
 - а) текущее домашнее задание;
 - б) текущее классное задание;
 - в) итоговое задание.
2. Преподаватель может в течение семестра применить развивающую оценку по любому компоненту.

3. Определяющей оценкой в течение семестра ученики оцениваются по следующим компонентам:
 - а) текущее классное задание (второй семестр V класса, VI-XII классы);
 - б) текущее домашнее задание (VII-XII классы);
 - в) итоговое задание (второй семестр V класса и VI-XII классы).
4. Компоненты, определенные в пункте 3 настоящей статьи, имеют одинаковый вес.
5. В I-VI классах в компоненте домашней работы используется только развивающая оценка.
6. В I-IV классах и первом семестре V класса в компонентах домашнего задания и итоговой работы используется только развивающая оценка.
7. Во втором семестре V класса и VI-XII классах в компонентах классных и итоговых заданий используются как определяющая, так и развивающая оценки.

	I-IV классы и первый семестр V класса	Второй семестр V класса и VI класс	Базовая и средняя ступени
Текущее домашнее задание	Развивающая оценка	Развивающая оценка	Развивающая оценка, определяющая оценка
Текущее классное задание	Развивающая оценка	Развивающая оценка, определяющая оценка	Развивающая оценка, определяющая оценка
Итоговое задание	Развивающая оценка	Развивающая оценка, определяющая оценка	Развивающая оценка, определяющая оценка

8. В компоненте итогового задания обязательным является использование комплексных заданий с контекстом (напр., написание эссе, подготовка проекта, проведение лабораторных исследований, написание реферата, решение задачи, создание образца изобразительного и прикладного искусства, написание рассказа, создание базы данных, разрешение конкретной проблемы, подготовка отчета о выездных и полевых работах или учебной экскурсии и другое). Для многосторонней оценки работы, выполненной в рамках таких заданий, учитель должен выработать критерии оценки учащихся.
9. Национальным учебным планом во втором семестре V класса, в VI классе и на базовой, средней ступенях по каждому предмету определено обязательное минимальное количество итоговых заданий, подлежащих выполнению в течение семестра.
10. Учащийся обязан выполнять все итоговые задания, проводимые в классе (обязательный минимум, установленный Национальным учебным планом, и дополнительно установленный школой, при наличии последнего).
11. Если учащийся не выполнит какое-либо итоговое задание из-за пропуска, школа обязана предоставить ему возможность восстановить пропущенные итоговые задания. Сроки восстановления итоговых заданий и форма их проведения определяются школьным учебным планом.

12. Каждый учитель обязан представить на кафедру документацию о проведенных им в классе итоговых заданиях. В указанной документации должны быть представлены: номер итогового задания, условие итогового задания, тот результат/результаты стандарта предмета, оценке которого служит конкретное итоговое задание; критерии, по которым оцениваются эти задания; а также несколько образцов итогового задания, выполненных учащимися и оцененных учителем, либо визуальный материал, отражающий выполненное итоговое задание.

Виды баллов определяющей оценки

В общеобразовательной системе используются следующие виды определяющей оценки:

- а) баллы по предмету – баллы по текущему классному, текущему домашнему и итоговому заданиям, которые учащийся получает в течение семестра;
 - б) семестровый балл по предмету – оценка, полученная по предмету в каждом семестре;
 - в) годовой балл по предмету – оценка по предмету исходя из семестровых баллов.
- Исключение составляет годовой балл в пятом классе, идентичный семестровому баллу по предмету во втором семестре. В годовом балле может быть отражен и балл по годовому экзамену, если такой экзамен предусмотрен школьным учебным планом и если школой определено, что он будет влиять на годовой балл по предмету.

Правило подсчета баллов

1. Правило подсчета семестрового балла по предмету:

- а) сумма баллов, полученных учащимся в течение семестра по различным компонентам, должна быть разделена на количество полученных баллов;
- б) полученный балл должен быть округлен с точностью до целого (напр., 6,15 округляется до 6; 7,49 округляется до 7; 8,5 округляется до 9);
- в) в том случае, если учащимся выполнены не все проведенные итоговые задания, для вычисления его семестрового балла сумма баллов, полученных по различным компонентам, должна быть разделена на сумму количества полученных баллов и невыполненных итоговых заданий;
- г) если при переводе учащегося из школы в школу в течение семестра выяснилось, что в школе, принявшей ученика, проводилось большее количество итоговых заданий/заданий по какому-либо предмету/предметам, чем в школе, из которой он переведен, принявшая школа вычисляет количество итоговых заданий ученика исходя из количества заданий, установленного в выпускавшей его школе, и выполненного учеником там количества заданий, а также количества итоговых заданий, проведенных с момента его поступления в принявшую его школу и выполненных им здесь;
- д) в случае сдачи семестрового экзамена, предусмотренного пунктом 2 статьи 36, семестровый балл подсчитывается с его учетом: экзаменационный балл прибавляется к семестровому баллу по предмету, и сумма делится на два.

2. Правило подсчета годового балла по предмету:

- а) для подсчета годового балла по предмету сумма семестровых баллов делится на два;
- б) годовой балл по предмету округляется с точностью до целого (напр., 7,25 округляется до 7; 4,49 округляется до 4; 9,5 округляется до 10);
- в) если школьный учебный план предусматривает проведение годового экзамена и установлено, что балл этого экзамена также отразится на годовом балле по предмету, тогда средний годовой балл является средним арифметическим (уточненным с точностью до целого) трех (двух – семестровых по предмету и одного – экзаменационного) баллов;
- г) если ученику ввиду перевода из одной школы в другую школу в течение семестра пришлось изучать новые предметы и по изучавшемуся им до тех пор предмету была получена оценка, предусмотренная пунктом 3 статьи 32, среднее арифметическое которой – 5.0 или более баллов, этот балл фиксируется в качестве годового балла по предмету. При этом школа, принявшая ученика, должна оценить ученика по новому другому предмету, если это можно успеть до окончания семестра;
- д) в случае изучения при переводе ученика из школы в школу по окончании семестра в принявшей школе другого предмета, семестровые баллы по отличающимся предметам учитываются как годовые баллы по двум самостоятельным предметам (напр., если ученик в первом семестре в качестве иностранного изучал французский язык, а во втором семестре - вместо французского – немецкий, то семестровый балл по французскому языку переходит в качестве годового по французскому языку, а семестровый балл по немецкому языку - в качестве годового по немецкому языку).

3. Правило подсчета балла ступени:

- а) при подсчете балла ступени суммируются все годовые баллы по изученным на протяжении ступени предметам, и сумма делится на общее количество годовых баллов;
- б) балл ступени округляется с точностью до десятых (напр., 6,43 округляется до 6,4; 7,58 округляется до 7,6; 9,75 округляется до 9,8.).

Программа по математике, определенная новым Национальным учебным планом

РЕЗУЛЬТАТЫ, КОТОРЫЕ ДОЛЖНЫ БЫТЬ ДОСТИГНУТЫ В КОНЦЕ УЧЕБНОГО ГОДА В VI КЛАССЕ, И ИНДИКАТОРЫ

Направление: числа и действия

Мат. VI.1. Учащийся может изображать, сравнивать и упорядочивать неотрицательные рациональные числа с применением позиционной системы.

Результат нагляден, если учащийся:

- из данных цифр (например, пять, шесть или семь) создает наибольшее/наименьшее (пятизначное, шестизначное или семизначное) число;
- изображает десятичные дроби различными способами (в том числе на числовом луче); записывает конечные десятичные дроби в виде дробей;
- читает запись конечных десятичных дробей; указывает разряды и называет значения цифр по разрядам; применяет эти знания при сравнении и упорядочении десятичных дробей (в том числе и на числовом луче);
- в изображении дроби указывает ее целую и дробную части, числитель и знаменатель дроби; применяет эти знания при оценке/сравнении и упорядочении дробей;
- изображает дроби в несокращенном виде; в соответствующих случаях изображает дробь в виде конечной десятичной дроби.

Мат. VI.2. Учащийся может выполнять действия с неотрицательными рациональными числами и оценивать результаты действий.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет основное свойство дроби при выполнении действий сложения и вычитания с дробями; находит часть данного числа и решает обратные задачи;
- применяет эквивалентные формы записи рационального числа и свойства математических действий для упрощения расчетов (например, при их устном выполнении);
- округляет десятичные дроби с заданной точностью (до десятых и сотых); приблизительно находит (без указания точности) значение арифметического выражения;
- находит неизвестный делитель посредством данных частного и делимого; аналогично находит один из неизвестных сомножителей посредством заданных другого сомножителя и произведения; проверяет ответ.

Мат. VI.3. Учащийся может связывать различные единицы измерения друг с другом и применять их.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет умножение на десятичные дроби для выражения отношения больших и малых единиц измерения (длина, площадь, вес, объем, емкость);
- увязывает друг с другом соответствующие единицы измерения длины, площади и объема;
- применяет пропорциональность и оценку при решении задач из области естествознания (задачи на определение масштаба, составов растворов, сплавов);
- применяет знания о временных поясах, соотношениях и действиях сложения и вычитания между единицами времени для нахождения отрезка времени (например, определяет время посадки в Бостоне самолета, вылетевшего из Тбилиси в 6:00 утра, если разница во времени между Тбилиси и Бостоном составляет 9 часов, а перелет занимает 13 часов).

Мат. VI.4. Учащийся может решать проблемы с применением расчетов, подсчета вариантов и использованием направлений.

Результат нагляден, если учащийся:

- применяет знания о позиционной системе, методы исчерпания и исключения, деления с остатком при решении задач (например, задачи на подсчет вариантов; вписывает пропущенные цифры в образец умножения, выполненного с применением письменного алгоритма, и обосновывает ответ; устанавливает, сколько лет составляют, например, 1200 дней с учетом високосных годов);
- правильно использует термины "все", "каждый", "некоторый", "один из", "ни один", "единственный" при установлении отношений между свойствами чисел или числовых единств;
- применяет отношения общего и частного типа и рассуждает о правильности высказывания о численных свойствах/численных закономерностях;
- при решении задач на вычисление рассуждает, что более целесообразно, – оценка результата арифметических действий или нахождение его точного значения.

Направление: закономерности и алгебра

Мат. VI.5. Учащийся может изобразить, распространить и описать зависимость между величинами.

Результат нагляден, если учащийся:

- для заданной зависимости (в том числе в реальных обстоятельствах) в качественном и количественном плане описывает, какое влияние оказывает изменение одной величины на зависимую от нее вторую величину и другие атрибуты;

- заполняет таблицу зависимости между величинами по правилу, изложенному словесно, или подставляя в буквенное выражение различные числа вместо букв;
- распространяет таблицу зависимости между величинами: для заданного значения переменной находит пропущенные значения зависимой величины.

Мат. VI.6. При решении проблемы учащийся может составить, упростить алгебраическое выражение.

Результат нагляден, если учащийся:

- составляет соответствующее реальным обстоятельствам или их словесному описанию (заданному линейным изображением) равенство, неравенство или уравнение;
- для решения задачи по составленному уравнению устанавливает, как влияет изменение одной величины на решение задачи;
- применяет коммутативные, ассоциативные и дистрибутивные свойства для упрощения буквенных изображений и установления эквивалентности алгебраических изображений.

Направление: геометрия и восприятие пространства

Мат. VI.7. Учащийся может распознавать, описывать и изображать различными способами пространственные фигуры.

Результат нагляден, если учащийся:

- называет возможный тип пространственной фигуры по заданным геометрическим атрибутам (например, форма и количество граней);
- описывает данные графические изображения пространственных фигур или взаиморасположение фигур с применением соответствующей терминологии (например, какой грани прямоугольного параллелепипеда принадлежит указанная вершина);
- готовит развертку пространственной фигуры; различает пространственные фигуры по их разверткам.

Мат. VI.8. Учащийся может продемонстрировать геометрические преобразования.

Результат нагляден, если учащийся:

- производит параллельный перенос плоской фигуры (точки, отрезка, ломаной, многоугольника), переводя ее указанную точку на указанную точку плоскости;
- выстраивает на листе в клетку относительно указанной оси симметрии фигуру, симметричную плоской фигуре;
- находит ось/оси симметрии симметричной конфигурации фигур и обосновывает ответ (например, складывая их, применяя зеркало).

Мат. VI.9. Учащийся может установить соотношения между фигурами и элементами фигур.

Результат нагляден, если учащийся:

- вычисляет и сравнивает друг с другом значения характеристики Эйлера для разных фигур (плоских, пространственных); применяет формулу Эйлера для установления количества элементов пространственных фигур;
- применяет геометрические преобразования для установления конгруэнтности и симметричности фигур;
- делает выводы о взаиморасположении окружностей на плоскости, с использованием расстояний между их центрами и радиусами.

Мат. VI.10. Учащийся может при решении проблемы вычислить площадь плоской фигуры.

Результат нагляден, если учащийся:

- покрывает плоскую фигуру однородной сеткой квадратов и оценивает ее площадь (например, подсчитывает минимальное количество квадратов, необходимых для полного покрытия фигуры, и количество квадратов, помещающихся внутри фигуры, и оценивает площадь как величину между этими двумя числами);
- находит площадь прямоугольного объекта (например, пола классной комнаты) в реальной обстановке и результат представляет в соответствующих единицах (в том числе и с применением дробей);
- применяет аддитивность площади для решения практических задач по вычислению площадей.

Направление: анализ данных, вероятность и статистика

Мат. VI.11. Учащийся может получить необходимые качественные и количественные данные для решения поставленной задачи.

Результат нагляден, если учащийся:

- опрашивает указанных респондентов при помощи готовой(ого) анкеты/ вопросника и собирает данные;
- проводит простой статистический эксперимент и собирает данные (например, просит своих одноклассников оценить длину какого-нибудь отрезка в нарисованной на доске фигуре и длину отдельно взятого того же отрезка);
- подбирает соответствующее средство для сбора данных (наблюдения, измерения, выборка данных из заданной совокупности) и применяет его, обосновывает свой выбор.

Мат. VI.12. Учащийся может упорядочить качественные и количественные данные и для решения задачи представить их в приемлемой форме.

Результат нагляден, если учащийся:

- классифицирует и упорядочивает качественные и количественные данные (кроме группировки дискретных количественных данных по интервалам);
- создает таблицу данных, в том числе и для сгруппированных количественных данных;
- строит круглые и столбчатые диаграммы (когда данные дают возможность легкого выбора шкалы).

Мат. VI.13. Учащийся может интерпретировать и проводить элементарный анализ качественных и количественных данных.

Результат нагляден, если учащийся:

- подсчитывает итоговые числовые характеристики (средние, наибольшие и наименьшие значения данных) для дискретных количественных данных и применяет их для характеристики совокупности данных;
- сравнивает несколько совокупностей данных посредством их статистических характеристик, заданных заранее;
- находит закономерности, существующие в совокупности данных, и рассуждает о них.

Содержание программы

1. Действия с неотрицательными дробями, имеющими разные знаменатели.
2. Неотрицательные десятичные дроби; связи десятичных дробей и дробных десятичных дробей (случай конечных десятичных дробей).
3. Действия с неотрицательными десятичными дробями.
4. Разложение натурального числа на простые множители.
5. Наименьшее общее кратное и наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел.
6. Простые и составные натуральные числа; делитель и кратное.
7. Деление с остатком, остаток и некоторые из признаков делимости.
8. Связь между единицами длины, площади и объема.
9. Единицы времени (час, минута, секунда; год, високосный год);
10. Единицы длины и объема и связь между ними.
11. Зависимости между двумя величинами, данные в виде выражений, содержащих действия сложения, вычитания или умножения.
12. Содержащие сложение, вычитание или умножение численные и буквенные выражения, их упрощение и применение при решении текстовых задач.
13. Численные неравенства, содержащие сложение, вычитание или умножение, и их свойства.
14. Геометрические преобразования на плоскости: осевая симметрия, параллельный перенос.
15. Площадь плоских фигур.
16. Количественная зависимость между элементами пространственных фигур (например, формула Эйлера).
17. Модели пространственных фигур, развертки куба и прямоугольного параллелепипеда.
18. Способы сбора качественных и количественных данных: измерение, наблюдение, опрос; выбор данных из источника (например, справочника, каталога, Интернета); статистический эксперимент.
19. Организация качественных и количественных данных: сгруппированные по интервалам количественные данные.
20. Качественные признаки упорядоченных совокупностей данных: закономерности типа повтора.
21. Способы представления данных для количественных и качественных данных: столбчатые и круговые диаграммы.
22. Подытоживающие численные характеристики данных для качественных и количественных данных: мера центральной тенденции – средние, наибольшие и наименьшие значения данных.

Матрица взаимосвязи достижения результата стандарта и содержания учебника

Содержание	Связь темы с целями и результатами	Предполагаемое время
I ГЛАВА 1. Десятичная дробь 2. Сравнение десятичных дробей 3. Сложение десятичных дробей 4. Вычитание десятичных дробей 5. Округление десятичных дробей 6. Умножение и деление на 10, 100, 1000 7. Умножение десятичных дробей 8. Деление десятичной дроби на натуральное число 9. Деление на десятичную дробь 10. Объем прямоугольного параллелепипеда 11. Развертки многогранников 12. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда 13. Вычислим с помощью калькулятора Дополнительные упражнения к I главе	VI. 1 VI 3 VI. 7 VI. 8 VI. 9	35 ч
Итоговая работа		3 ч
II ГЛАВА 1. Делители и кратные 2. Признаки делимости на 9, на 3 3. Разложение натурального числа на простые множители 4. Наибольший общий делитель 5. Наименьшее общее кратное натуральных чисел 6. Решим задачи 7. Сокращение дроби 8. Приведение дробей к общему знаменателю 9. Практическая работа 10. Сложение и вычитание дробей 11. Дополнение дроби до единицы 12. Сложение и вычитание смешанных чисел 13. Сравнение отрезков 14. Ломаная 15. Круг, окружность 16. Взаимное расположение двух окружностей Тест для самопроверки Дополнительные упражнения ко II главе	VI. 2 VI 8 VI. 9	45 ч
Итоговая работа		2 ч

<p>III ГЛАВА</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Умножение дробей 2. Практическая работа 3. Решим задачи с дробями 4. Распределительный закон умножения 5. Взаимно обратные числа 6. Деление обыкновенных дробей 7. Задачи с дробями 8. Решим задачи 9. Совместные действия с обыкновенными и десятичными дробями <p>Тест для самопроверки Дополнительные упражнения к III Главе.</p>	<p>VI. 2</p>	<p>25 ч</p>
<p>Итоговая работа</p>		<p>2 ч</p>
<p>IV ГЛАВА</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Отношение 2. Пропорция 3. План расположения 4. Решим задачи с использованием пропорции 5. Круговая диаграмма 6. Построим диаграмму в компьютере 7. Среднее арифметическое 8. Нахождение проблемы 9. Параллельный перенос 10. Осевая симметрия 11. Площади различных фигур малого размера <p>Тест для самопроверки Дополнительные упражнения к IV Главе. Задачи для любителей математики</p>	<p>VI. 10</p> <p>VI. 11</p> <p>VI. 12</p> <p>VI. 13</p>	<p>25 ч</p>
<p>Итоговая работа</p>		<p>2 ч</p>
<p>Резервное время</p>		<p>12 ч</p>

Решения и указания

I Глава

§ 1. Десятичные дроби

Объясните ученикам, что группа дробей со знаменателем 10 в определенной степени, имеет особое значение при использовании на практике. Подтверждением тому является большинство зависимостей между единицами измерения. Напомните им эти зависимости и дайте десятичную запись. Объясните названия разрядных единиц и покажите, как сравнивать десятичные дроби. Большинство задач касается зависимостей между единицами измерения, т.е. выражения единиц меньшего размера в единицах большего размера. Необходимо отметить и то, что десятичная запись, разумеется, несет не только эту нагрузку. Десятичная дробь – это обычная дробь, поэтому с ней производятся те же действия, что и с обыкновенными дробями. Учащиеся должны уметь называть разряды в записи десятичных дробей, записывать десятичную дробь в виде обыкновенной и, наоборот, обыкновенную дробь преобразовывать в десятичную (когда это возможно). При переводе десятичной дроби в обыкновенную надо показывать, как записать смешанное число в виде неправильной дроби: $5,3 = \frac{53}{10}$. Научите учеников набирать десятичные дроби на калькуляторе.

20. $1,26 \text{ км} = \frac{126}{100} \text{ км} = 1260 \text{ м}$ $1260:70=18$ (мин.)

Ответ: за 18 мин.

26. $3 \text{ кг} = 3000 \text{ г}$ $\frac{3000}{30} = 100(\text{г})$ $\frac{1055}{5} = 211(\text{г})$.

Пакет с карамелью тяжелее.

29. запятая $2 < 2,3 < 3$

30. 2^{12}

31. За 29 мин.

32. $S = 10,5 \text{ км}$. $v = v_1 - v_2 = (v_1 - 6) \text{ км/ч}$. $t = \frac{1}{4} \text{ ч}$.

$$10,5 = \frac{1}{4}(v_1 - 6)$$

$$42 = v_1 - 6$$

$$v_1 = 48 \text{ км/ч}$$

§2. Сравнение десятичных дробей

Ученики умеют сравнивать натуральные числа по разрядам. По аналогичной схеме покажите, как сравнивать десятичные дроби. Учащиеся должны уметь сравнивать десятичные дроби и в то же время показывать их взаимное расположение на числовой оси.

12. Запятая $5 < 5,6 < 6;3$

14. д) $7,34 = \frac{734}{100}$. Знаменатель (делитель) уменьшился в 10 раз, т.е. дробь увеличилась в 10 раз. Т.е. при перенесении запятой на один разряд вправо дробь увеличивается в 10 раз.

15. б) $51,2 = \frac{512}{10}$, $5,12 = \frac{512}{100}$. Знаменатель увеличился в 10 раз, т. е. дробь сократилась в 10 раз.

17. а) наименьшее 16,123. Наибольшее 16,321.

22. $(4054 - 2) : 2 = 2026; 2026; 2028$.

23. $999 - 9 = 990$

§3-4. Сложение и вычитание десятичных дробей

Разумеется, если учащиеся смогут записать числа, записанные десятичными дробями, в виде обыкновенных дробей, им будет нетрудно выполнить с ними действия, так как это обычные дроби с одинаковыми знаменателями. Научим их выполнению действий с десятичными дробями столбиком. Сложение и вычитание натуральных чисел хорошо известно ученикам, главное, чтобы позиция запятой была записана правильно. Они должны хорошо уяснить, что сколько бы нулей ни было приписано в числе после запятой справа, значение числа не меняется.

Напомним законы сложения натуральных чисел.

.

§3. Сложение десятичных дробей

9. а)
$$\begin{array}{r} 1,26 \\ + 2,187 \\ \hline 3,447 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 14,249 \\ + 23,128 \\ \hline 37,377 \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 1,587 \\ + 19,234 \\ \hline 20,821 \end{array}$$

11. а) В(3); б) В(3,75).

12. $2,25 + 2,25 + 1,35 + 1,35 + 3,2 + 2,15 + 2,15 = 14,7$ (лари). Ответ: хватит.

13. $30,5 + 10 + (30,5 + 10) + 50 = 131$ (кг).

14. а) $3,2 + 1,8 = 5$; б) $5 + 2,19 = 7,19$; в) $14,13 + 1,2 = 15,33$.

17.	20 т	1	1	–	–	–	–	–	2
	10 т	1	2	4	3	2	1	–	–
	5 т	2	–	–	2	4	6	8	–

Всего 8 вариантов.

§4. Вычитание десятичных дробей

$$11. \begin{array}{r} \text{***} \\ - 17,28 \\ \hline 11,24 \end{array} \quad + \begin{array}{r} 11,24 \\ + 17,28 \\ \hline 28,52 \end{array} \quad + \begin{array}{r} 28,52 \\ + 17,28 \\ \hline 45,80 \end{array} \quad \text{Ответ: } 45,8.$$

$$12. \text{ а) } \begin{array}{r} \underline{5823,5} \\ \quad 58,235 \\ \hline 5765,265 \end{array}$$

$$15. \text{ а) } \begin{array}{r} \underline{157,14} \\ \quad 10,25 \\ \hline 146,89 \end{array}$$

$$18. \text{ а) } 15,37 - 1,2 = 14,17; \quad \text{ б) } 24,513 - 1,281 = 23,232.$$

19. Скорость лодки по течению реки $12,5 + 2,3 = 14,8$ (км/ч), против течения реки – $12,5 - 2,3 = 10,2$ (км/ч).

21. а) 6 л; б) 7 л.

$$22. \frac{2 \cdot (36 + 24)}{6} = 20.$$

§5. Округление десятичных дробей

С округлением целых чисел мы познакомились в V классе. Тот же принцип сохраняется и при округлении десятичных дробей. Особое внимание уделите положению округляемых и округленных чисел на числовой оси. На примере, рассмотренном в параграфе, объясните учащимся, как число, в десятичной записи которого участвует много цифр, округляется до тысячных, сотых, десятых.

4. Потратил $7,35 + 2,50 + 2,50 + 1,20 = 13,55$ лари; осталось $45,50 - 13,55 = 31,95 \approx 32$ лари.

$$7. \text{ а) } 11,3 + 8,1 + 9,1 = 28,5$$

$$\text{ б) } 11,25 + 8,131 + 9,14 = 28,521 \approx 28,5$$

9. Обратим внимание на сумму соответствующих разрядных слагаемых.

	I столбик	II столбик
единицы –	$1 \cdot 9 = 9$	$9 \cdot 1 = 9$
десятки –	$2 \cdot 8 = 16$	$8 \cdot 2 = 16$

и т. д. суммы равны.

10. Покраска одной ставни $84 : 14 = 6$, т. е. покраска 25 ставен – 150 лари.

§6. Умножение и деление на 10, 100, 1000

Умножим десятичную дробь на 10, 100 путем разложения на разрядные слагаемые так, как показано в параграфе. Затем учащиеся должны сделать соответствующий вывод об умножении и делении десятичной дроби на 10 в степени. Сосредоточим внимание на упражнениях типа 10 и 16. Учащиеся должны хорошо усвоить перевод единиц измерения и использовать этот процесс при решении задач.

9. а) На какое число нужно умножить 12,5, чтобы получить 125? Ответ: на 10.
б) На какое число нужно разделить 157, чтобы получить 1,57? Ответ: на 100.
12. а) $x=0,515$; б) $x=70$; в) $x=1322,5$.

16.		было	стало	$34,46 - 4,94 = 29,52$ дм. Ответ: увеличится на 29,52 дм.
	длина	2,3 дм	0,23 дм	
	ширина	0,17 дм	17 дм	
	периметр	4,94 дм	34,46 дм	

17. С одного цветка соберет: $\frac{100}{100\ 0000} = \frac{1}{10\ 000}$ г меда.

18. $55 - 55 \cdot 0,1 - 55 \cdot 0,01 = 55 - 5,5 - 0,55 = 48,95$ лари.

19. а) $21:103=0,021$; б) 7,04; в) 0,06; г) 0,00607.

24. На 2 делится 50 чисел, на 3 делится $\frac{100}{3}=33(1)$, т.е. 33 числа, всего $50+33=83$, но сюда дважды вошли те числа, которые делятся и на 2, и на 3, т.е. делятся на 6, таких $\frac{100}{6}=16(4)$, т. е. 16 чисел. Следовательно, правильный ответ: число $83-16=67$.

26. $1+2+3+\dots+9=45$.

§7. Умножение десятичных дробей

Попросим учеников перемножить с помощью калькулятора два любых числа, выраженных десятичными дробями. Пусть запишут результат, а затем перемножат целые числа, записанные теми же цифрами (те же числа без запятых). Пусть запишут результат, повторят этот процесс несколько раз и сформулируют правило умножения десятичных дробей.

Напомним учащимся законы арифметических действий и отметим, что с помощью калькулятора выполнять действия легко, но лучше выполнить эти действия самим, максимально упростив вычисления, используя законы арифметики (когда это возможно). Рассмотрим задачу, данную в начале параграфа. Площадь прямоугольника равна произведению длины и ширины. На чертеже дан квадрат 10×10 , а длина стороны каждого маленького квадрата равна 0,1 единицы. Закрашен тот прямоугольник, длины сторон которого 0,7 и 0,3. Площадь такого прямоугольника $0,7 \cdot 0,3$, что составляет (согласно чертежу) 0,21 площади большого квадрата.

17. $11,4 \cdot (11,4 \cdot 2,3) = 298,908$ $298,908 \approx 298,9 \text{ см}^2$
18. $S = a \cdot 0,8 \cdot b \cdot 1,2 = 0,96ab$
Стало 0,96 части первоначальной площади.
20. б) произведение последних цифр $5 \cdot 2$ заканчивается 0, а не 6.
21. По озеру лодка проплыла $2 \cdot 10,5 = 21$ км. По реке лодка двигалась со скоростью $10,5 - 2,3 = 8,2$ км/ч и проплыла $0,5 \cdot 8,2 = 4,1$ км. Всего проплыла $4,1 + 21 = 25,1$ (км).
22. Лодка двигалась по течению реки со скоростью $12,3 + 3,2 = 15,5$ (км/ч) и проплыла $1,25 \cdot 15,5 = 19,375$ (км).
23. $30 \cdot 7 + 7 \cdot 9 = 7 \cdot 39 = 273$ (лари).
24. Первый автомобиль за 4 ч пройдет 200 км, разница в скоростях со вторым $70 \text{ км/ч} - 50 \text{ км/ч} = 20 \text{ км/ч}$, значит второй догонит первый за $t = 200 : 20 = 10$ (часа).
25. $450 - 2 \cdot 40 - 3 \cdot 90 = 60$. Ответ: у Лелы осталось 60 лари.

§8. Деление десятичной дроби на натуральное число

Как разделить число на натуральное число. Этот процесс подробно описан в параграфе. Главное, чтобы учащиеся хорошо усвоили материал – выполнили деление и поставили запятые в нужных местах. Учащимся известно, что дробь может быть записана в виде отношения, поэтому правило преобразования обыкновенной дроби в десятичную тоже является результатом этого отношения. Очевидно, у ученика может возникнуть вопрос о невозможности закончить деление. Покажем им эти дроби без какого-либо серьезного обсуждения и отметим, что к разговору об этом мы вернемся в будущем.

5. а) $(x - 8,59) = 17,94 : 6$ б) $19x = 19,19$ в) $12x = 24,72$
 $x - 8,59 = 2,99$ $x = 1,01$ $x = 2,06$
 $x = 11,58$
- г) $2x = 2,18$ д) $1 + 3x = 50,86$ е) $2x - 0,4 = 6,95$
 $x = 1,09$ $3x = 49,86$ $2x = 7,35$
 $x = 16,62$ $x = 3,675$
6. а) $14,18 + 0,52 = 14,7$ б) $26,10 + 6 = 32,1$
г) $0,084 + 0,08 = 0,164$ г) $2,08 - 0,0405 = 2,0395$
11. 1) $19,65 : 12 = 1,6375$ 2) $16,016 : 4 = 4,004$ 3)
$$+ \begin{array}{r} 1,6375 \\ 4,004 \\ \hline 5,6415 \end{array}$$

4) $0,873 : 30 = 0,0291$ 5) $31 : 16 = 1,9375$

6) $0,0291+1,9375=1,9666$

7)
$$\begin{array}{r} 5,6415 \\ - 1,9666 \\ \hline 3,6749 \end{array}$$

15. а) $12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15$ делится на 5, т. е. остаток 3;
 б) $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ делится на 21, т. е. остаток 11;
 в) остаток 17;
 г) остаток 2.

§9. Деление на десятичную дробь

Напомним ученикам, что числитель и знаменатель дроби, то есть делимое и делитель можно умножать и делить на одно и то же число, при этом значение дроби не изменится. Отсюда делаем вывод, что деление на десятичную дробь можно заменить делением на натуральное число.

7. а) $3,8x=38,38$ б) $36,2$
 $x=10,1$

8. а) уменьшится; б) увеличится; в) увеличится; г) уменьшится; д) не изменится.

14. $100:0,4=250$; будет 250 отрезков длиной 0,4 м. Понадобится 251 куст рассады.

17. $\frac{12}{4} - \frac{12}{6} = 3 - 2 = 1(\text{ч}) = 60$ мин.

18. В 1 банке – $\frac{8}{12} : \frac{2}{3}$ л; в 6 банках – $\frac{2}{3} \cdot 6 = 4$ л.

20. Очевидно, что цифра десятков тысяч не изменится, т. е. изменится цифра десятков. Возможными цифрами будут 16061 или 16161 (показатель 16161 практически невозможен для спортивных машин, но можно рассмотреть и этот случай).
 Скорость в случае с 16061 – 55 км/ч;
 Скорость в случае с 16161 – 105 км/ч.

§10. Объем прямоугольного параллелепипеда

Используя наглядности, введем понятие единицы измерения объема. Дадим учащимся формулы объема прямоугольного параллелепипеда и куба. Рассмотрим процесс перевода единиц объема друг в друга. Сформулируем как понятие площади фигуры (сумма площадей ее частей), так и объема любого тела (сумма объемов его составных частей).

Учащийся должен уметь вычислять объемы куба и прямоугольного параллелепипеда с помощью данных величин, должен знать зависимости между единицами объема и уметь переводить их друг в друга.

6. $72:(6 \cdot 4)=3$ (м).

8. $1,2 \cdot 1,2 \cdot 6=8,64$ (м³).

9. $260000:(50 \cdot 65)=80$ (см),

Ответ: аквариум заполнится.

10. а) всего 7 кусочков.

б) объем маленького кусочка $(12 \cdot 6 \cdot 3):24=9$ (см³).

16. Полный кувшин меда весит 7 кг; а полкувшина – 4 кг. т. е. мед, занимающий половину кувшина, весит 3 кг, а полный – 6 кг. Объем кувшина – 4 дм³.

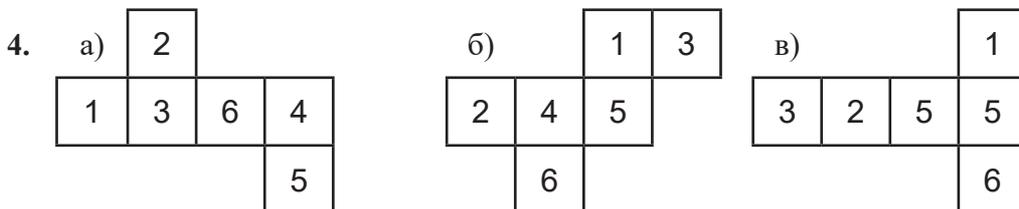
17. а) на каждой грани таких кубиков будет 16, т. е. всего $16 \cdot 6=96$. б) это те кубики, которые попали на ребра куба, но не только те, которые имеют с ним общую вершину, всего – 4 на каждом ребре, всего $12 \cdot 4=48$; в) расположенные на вершинах – 8; г) таких кубиков не будет; д) это кубики, попавшие внутрь, а не находящиеся на поверхности. Таких: $63-(96+48+8)=64$ или $43=64$.

19. Следующие понедельники поочередно приходятся на четные и нечетные числа, т. е. если в этом месяце 3 четных понедельника, всего было 5 понедельников. Начнем отсчет с (2; 9; 16; 23; 30). Очевидно, что других вариантов нет. 20-е число будет пятницей.

§10. Развертки многогранника

2.	А	Количество вершин	8	4	12	6	10
	В	Количество ребер	12	6	18	9	15
	С	Количество граней	6	4	8	5	7

3. 1) а; в; е. 2) б; г; д.



§12. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда

Групповое занятие направлено на то, чтобы учащиеся могли создать развертку многогранника, наоборот, – из развертки собрать многогранник.

Развертка – это практически поверхность многогранника, поэтому понятно, что площадь поверхности многогранника – то же самое, что и площадь развертки.

4. а) истинно;
б) не истинно, в площадь каждой части входит и площадь поверхности сечения, а в площадь поверхности большого параллелепипеда – не входит.
6. За $3\frac{1}{2}$ ч будильник отстанет на 14 минут. В 12 часов будильник покажет 11 ч 46 мин, т. е. до 12 ч остается 14 минут, и за эти 14 минут он отстанет еще на 1 минуту. В 12 часов будильник покажет 12 ч 15 мин.
7. а) $44:4+44=55$; б) $99:9+9=20$.
в) $55+55-5-5=100$; возможны и другие варианты.
8. Нужно 24 м^2 обоев. При ширине 0,4 м понадобится 60 м^2 обоев.

Тест для самопроверки

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
а	г	б	б	а	в	б	г	б	б	а

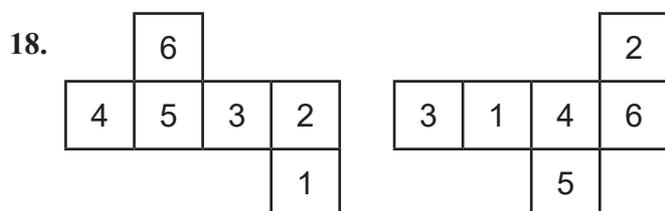
Дополнительные упражнения к I главе позволяют проверить, насколько были достигнуты цели изучения главы: учащиеся должны уметь записывать, читать, сравнивать друг с другом и округлять десятичные дроби; должны уметь выполнять действия с ними – сложение, вычитание, умножение, деление; должны уметь решать соответствующие задачи с применением этих действий; должны понимать, как меняется дробь при умножении и делении на степень 10. В этой главе мы рассмотрели объем и площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда. Учащимся нужно уметь с помощью данных величин вычислять объемы и площади поверхностей прямоугольного параллелепипеда и куба.

Дополнительные упражнения к I главе

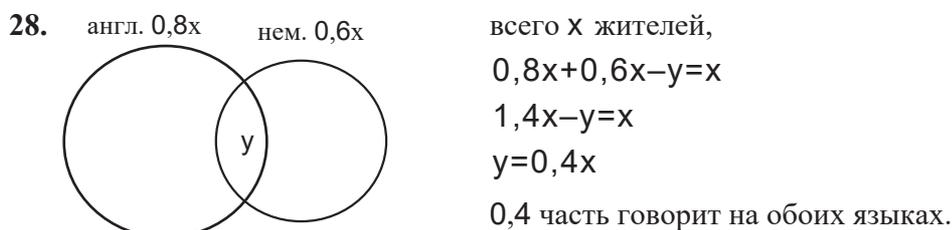
7. Получится пять нулей.
8. а) в ряду натуральных чисел от 1 до 20 – всего 5 пятерок, очевидно, что количество двоек гораздо больше, а 0 в конце дает 2×5 , т.е. это произведение оканчивается четырьмя нулями; б) от 1 до 30 пять чисел, кратных 6, из них в 25 две пятерки 5×5 , т.е. произведение оканчивается 7 нулями.
9. а) $21,731 \times 10000 = 217310$ б) $53532 : 1000000 = 0,53532$
 в) $3721 : 1000 + 5 = 8,721$ г) $15,337 \times 100 - 3 = 1530,7$

13. I	52 км/ч	416 км/ч	22 км	$\frac{416}{52} \text{ ч} = 8 \text{ ч}$	I вышел на 2 часа раньше.
II	61 км/ч	$782 \text{ км} - 416 \text{ км} = 366 \text{ км}$	22 км	$\frac{366}{61} \text{ ч} = 6 \text{ ч}$	

16. Объем $9 \times 2 \times 5 = 90 \text{ м}^3 = 90000 \text{ дм}^3 = 90000 \text{ л}$; 1000 мин.
17. Площадь окрашиваемой поверхности $2(10 \times 5 + 7 \times 5) + 10 \times 7 = 240 \text{ м}^2$, т.е. всего потребуется краски на $240 \times 5 = 1200$ лари.



19. а) до, ре, ми. б) д, и, м, с.
22. Увеличится: а) в 2 раза; б) в 3 раза; в) в 1,5 раза; г) в 2,7 раза.
24. $x = 0,5x + 0,5$; $x = 1$; 1 кг.
25. $v_m = \frac{9,3}{0,75} \text{ км/ч} = \frac{930}{75} \text{ км/ч} = 12,4 \text{ км/ч}$; $v_a = \frac{4}{0,2} \text{ км/ч} = \frac{40}{2} \text{ км/ч} = 20 \text{ км/ч}$.
 Скорость автобуса больше на 7,6 км/ч.



33. I

$S = 77 \text{ см}^2$

 5,5 см
 14 см
- II

$S = 7 \text{ см}^2$

 \times $5x = 7$ $x = \frac{7}{5} = 1,4 \text{ см}$

34. Увеличится на: а) 3,1; б) 2; в) 3.

36. Нет, т. к. последняя цифра или цифры изначального числа может быть «0».

37. $c=12 \cdot 7+5$ т.к. при делении на 7 остаток 5.

38.

	Было	Продано	Осталось
I	1200 кг	800 кг	400 кг
II	400 кг	250 кг	150 кг

39. Допустим, Георгию x лет, тогда $3x-17=16$; $x=11$ лет.

40. Продолжительность ночи обозначим через x . Продолжительность дня будет $(24-x)$.

$$(24-x) - \frac{40}{60} = x$$

$$2x = 24 - \frac{2}{3}; \quad 2x = \frac{70}{3}; \quad x = \frac{35}{3} \text{ ч} = 12\frac{1}{3} \text{ ч} = 12 \text{ ч } 20 \text{ мин.}$$

41. Допустим, скорость Гурама x м/мин, тогда скорость Арчила – $2x$ м/мин. В этом случае расстояние между ними 840 метров покрывается за счет разности скоростей, т.е. при скорости x м/мин. $840=6x$; $x=140$ м/мин.; скорость Гурама будет 140 м/мин.

51. Они удаляются друг от друга со скоростью, равной сумме скоростей или 22 км/ч.

а) $1,3 \cdot 22 = 28,6$ (км);

б) $22 \cdot 2,5 = 55$ (км).

II ГЛАВА

§1. Делители и кратные

Напоминаем учащимся о делителях и кратных, простых и составных числах. После общих определений просим назвать делители, простые делители, кратные конкретных чисел, привести примеры простых и составных чисел.

Игра, рассмотренная в параграфе, очень полезна для напоминания этих понятий. Игры такого типа встретятся и в следующих параграфах, поэтому просим детей подготовить числовые таблички. В классе желательно, чтобы у каждого двух учеников был один комплект числовых табличек. Ученики играют с удовольствием, и закрепление определенных понятий происходит само по себе.

7. 23 – простое, а 24 – составное. У 24.

11. Произведение всех делителей 295 оканчивается на 5 (нечетное), а 250 – на 0 (четное).

14. Только тот случай, когда $n=2$, во всех остальных случаях сумма четная.

16. $9 \cdot 15 + 8 = 143$.

17. Наименьшее – $11 \cdot 12 + 1$. Наибольшее – $11 \cdot 12 + 10$.

18. От 1 до 780 – 111, до 200 – 28, всего – 83.

§2. Признаки делимости на 9 и на 3

Напомним учащимся об уже знакомых им признаках делимости. Сделаем вывод о признаках делимости на 3 и на 9. В параграфе приводится достаточное количество упражнений, но игра в парах, приведенная в конце параграфа, также является упражнением для запоминания этих признаков и напоминания деления с остатком.

Учащиеся должны формулировать признаки делимости, основываясь на них, без выполнения действия деления определять, делится ли число на 2, 3, 9, 10. Должны уметь определять, какие числа делятся на 6, 15, 18. Разберите задачу, данную в параграфе, касающуюся изменения суммы цифр числа в случае увеличения этого числа на 9, аналогичная задача рассмотрена (упражнение 12).

5. а) можно. Напр., $33:3$ и $33:9$; б) если число a делится на 9, сумма его цифр тоже делится на 9. Т.е. сумма цифр разделится и на 3, поэтому $a:3$;

в) $(a:10) \Rightarrow a:5$ г) $a \not\div 2$, т.е. a нечетное и $a:10$.

7. а) нет; б) да, напр. $555:3$; в) да, напр. $\underbrace{55\dots5}_9$.

8. а) да, напр. $222:3$; б) нет; в) да.

9. а) 75. $7+5=12$, сумма цифр всех остальных делится на 9.
 б) 102. Остальные делятся на 5.
 в) 140. Остальные делятся на 15.
 г) 272. Остальные делятся на 3.
11. а) члены последовательности – числа, кратные 3. Поэтому членом последовательности будет 276, а не 715.
 б) члены последовательности – числа, кратные 9. Поэтому членом последовательности будет 819, а не 826.
12. а) Возможно уменьшится на 9 или на 18. Напр. $892+9=901$ уменьшилась на 9.

б) Нет. Напр.: 1)
$$\begin{array}{r} + 273 \\ \quad 9 \\ \hline 282 \end{array}$$
 Цифра разряда единиц уменьшится на 1, зато цифра разряда десятков увеличится на 1, т. е. сумма не меняется.

2)
$$\begin{array}{r} + 294 \\ \quad 9 \\ \hline 303 \end{array}$$
 Цифра разряда единиц уменьшится на 1, цифра разряда сотен увеличится на 1, а цифра разряда десятков уменьшится на 9. Сумма уменьшится на 9.

3)
$$\begin{array}{r} + 3994 \\ \quad 9 \\ \hline 4003 \end{array}$$
 Тот же процесс, что и во 2), сумма уменьшилась на 18.

4)
$$\begin{array}{r} + 3870 \\ \quad 9 \\ \hline 3979 \end{array}$$
 Сумма увеличилась на 9.

13. а) да, например, 21; б) нет.

15. Если делится на 5, то последняя цифра 0 или 5

а) $2 * 70$ или $2 * 75$ б) $5 * 10$ или $5 * 15$

$\swarrow \quad \searrow$ \downarrow \downarrow \downarrow

2070 2970 2475 5310 5715

18. Показав точное время, часы отстанут на $12\text{ч}=12 \cdot 60\text{мин}=720$ минут. $720:2=360$ раз должно пройти по 3 часа. $360 \cdot 3=1080$. После 1080 часов.

§3. Разложение натурального числа на простые множители

Учащиеся знают, что такое множитель и простой множитель, поэтому после того, как вы объясните, как происходит разложение числа на простые множители, и покажете процесс разложения, им будет несложно выполнить разложение конкретного числа. Рассмотрите 3-й вопрос, данный в параграфе. Если учащиеся увидят закономерность – $1 \cdot 120=2 \cdot 60=3 \cdot 40 \dots =10 \cdot 12$, они смогут сделать вывод, что у каждого числа – четное количество делителей. Задайте вопросы: всегда ли это так? Есть ли числа, у которых нечетное количество делителей? Например, делители 25 – 1; 5; 25. Почему так происходит? У каких чисел нечетное количество делителей?

3. а) 2; 3; 5.
4. а) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.
5. а) 1, 2, 5, 11, 10, 22, 55, 110.
6. Три. Возьмем произведение наименьших простых чисел $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$, следующее простое число 7, т. е. станет трехзначным.
7. $7 = 3 + 2 + 2$. $9 = 3 + 3 + 3$. $13 = 5 + 5 + 3$. $31 = 3 + 5 + 23$. $71 = 3 + 7 + 61$.
9. а) $39 = 3 \cdot 13$ (нет); б) $63 = 9 \cdot 7$ (да); в) $33 = 3 \cdot 11$ (нет).
10. Простые числа 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19, ... подбери так, чтобы произведение было пятизначным.
12. Среди четырех последовательных натуральных чисел – два четных, два нечетных, т. е. сумма – четная и простой быть не может.
14. а) 9; б) 90; в) 900; г) $\underbrace{900\dots0}_{n-1}$
15. Наибольшее двузначное число – 99.
- а) $\frac{99}{3} = 33$ числа между 1 и 99. Из них однозначных 3, т. е. 30.
- б) $\frac{99}{5} = 19(4)$ между 1 и 99 расположены 19 чисел, кратных 5. Из них 1 число однозначное,
т. е. $19 - 1 = 18$.
- в) $\frac{99}{7} = 14(1)$ $14 - 1 = 13$ чисел.
16. 1, 2 ... 51, 52 ... 227
Кратные 5 от 1 до 227 — $\frac{227}{5} = 45(2)$. 45 чисел.
От 1 до 51 — 10; т. е. от 52 до 227 будет 35.
18.

По теч.	17,2 км/ч	3 ч	51,6 км
Против теч.	12,8 км/ч	4 ч	51,2 км

Пройдет 102,8 км.

Задача для самостоятельного исследования:

1. $28 = 1; \overbrace{2; 4; 7; 14}; 28$
 $36 = 1; \overbrace{2; 3; 4; 6; 9; 12; 18}; 36$

Если число является квадратом какого-либо натурального числа, то количество его делителей нечетно. В другом случае – четно.

2. а) 25. 49. б) 121. 13^2 . 17^2 . 19^2 . 23^2 . 29^2 . 31^2 .

§4. Наибольший общий делитель

Учащимся несложно будет понять термин «наибольший общий делитель», так как они знают, что такое делитель, и понимают, что значит слово «наибольший». Теперь главное объяснить им, как найти наибольший общий делитель двух или нескольких чисел. Покажем им алгоритм поиска и поупражняемся на соответствующих примерах.

Можно предложить учащимся решить задачи, по содержанию подобные 8-й и 12-й.

При выполнении 5, 6 и 14 упражнений необходимо, чтобы учащиеся рассуждали. Мы опять предлагаем им сыграть игру с теми же числовыми карточками.

6. b делится на a .

9. Общих делителей у 16 и 20 (отличных от 1) 2; 4. Всего 2 варианта.)

1) 2 группы; 2) 4 группы.

10. Делителей 33 и 22 (отличных от 1) – 11. Составятся 11 групп. В группе 3 мужчин и 2 женщины.

11. НОД (80; 64)=16. 16 подарков.

12. 3 коробки.

13. Общий делитель у 145 и 87 — 29. 29 букетов. В каждом 5 роз и 3 гвоздики.

14. НОД (12;15)=3; Сторона квадрата 3 см, получится $(12:3) \cdot (15:3)=20$ квадратов.

16. $ab=cd$ значит $ab:c$, т. к. c простое число, поэтому или $a:c$, или $b:c$, но получили или a , или b – непростое число, что противоречит условию. Т.е. таких четырех чисел не существует.

§5. Наименьшее общее кратное натурального числа

Как и в случае с НОД термин НОК будет легко понят учениками, потому что они знакомы с понятием «кратное» и «наименьший». Главное, чтобы они освоили правило нахождения НОК и могли использовать его в соответствующих задачах.

6.

$$\begin{array}{l} \text{ж) } 14 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 7 \\ 1 \end{array} \right. \quad 28 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 14 \\ 7 \end{array} \right. \quad 35 \left| \begin{array}{l} 5 \\ 7 \\ 1 \end{array} \right. \quad \text{НОК (14;28;35)}=5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2=140 \end{array}$$

7. Наименьшее общее кратное взаимно простых чисел – их произведение.

8. $a:b$

10. ab

12. Вывод: $(\text{НОК}(m;n)) \cdot (\text{НОД}(m;n)) = mn$

$$36 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} \leftarrow \text{Н.О.К} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$30 = \underbrace{2 \cdot 3} \cdot 5 \quad 36 \cdot 30 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3}$$

↑
Н.О.Д. = $2 \cdot 3$

14. НОК (3;4)=12(кг); больше всего $12 \cdot 8 = 96$ (кг).

15. НОК (30;40)=120; 120 мин=2 ч.

17. НОК (8;6)=24; 3 паука и 4 муравья.

18. Это число НОК (3;4;5;6;7)+1=421.

20. Площадь квадрата 36; если его разрезать на четыре квадрата, площадь каждого будет равна 9, т. е. длина стороны – 3.

21. Нато; Лаша; Марика; Ника.

§6. Решим задачи

Познакомим учеников с образцами построения древовидной диаграммы. Желательно показать им разные способы подсчета вариантов.

1. Поскольку число состоит из трех знаков, у нас есть 3 места для записи цифр. Поставим три точки ● ● ●

Первое место мы выбираем из 4 цифр, т. е. у нас есть 4 варианта: ● $\overset{\textcircled{4}}{\bullet}$ ● ●

Так как повторять цифры не запрещено, поэтому II место также имеет 4 варианта. Точно так же III место.

т.е. $\overset{\textcircled{4}}{\bullet} \quad \overset{\textcircled{4}}{\bullet} \quad \overset{\textcircled{4}}{\bullet} \quad 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

б) поставим три точки ● ● ●. Т. к. на первое место мы не можем поставить 0, остается 3 варианта.

$\overset{\textcircled{3}}{\bullet} \quad \overset{\textcircled{4}}{\bullet} \quad \overset{\textcircled{4}}{\bullet} \quad 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$

в) $\overset{\textcircled{4}}{\bullet} \quad \overset{\textcircled{5}}{\bullet} \quad \overset{\textcircled{5}}{\bullet} \quad 4 \cdot 5 \cdot 5 = 100$

2. 7 заканчивается 10 (в каждой десятке по одному). Кратно 7 — $\frac{100}{7} = 14$; всего $10 + 14 = 24$, но сюда входят такие числа, которые удовлетворяют обоим условиям. Это: 7,77, т. е. получается $24 - 2 = 22$ числа.

3. • • • • $\boxed{5}$ Последняя цифра обязательно должна быть 5. Цифры: 1,3,7,9 надо поставить на первые 4 места. При этом цифры не повторяются.
- $\begin{array}{cccc} \textcircled{4} & \textcircled{3} & \textcircled{2} & 1 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{array}$ $\boxed{5}$

Количество вариантов $24 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

4. К каждому гвоздю привязано 3 веревки. Гвоздей — 4, всего $3 \cdot 4 = 12$ концов. У одной веревки 2 конца, т. е. всего 6 веревок.
5. Каждый ребенок принес по 23 фотографии (чтобы дать свое фото другим детям); $24 \cdot 23 = 552$ (фотографии).
6. $12 \cdot 11 = 132$.
7. Десять вариантов. Можете показать или выписать.
8. Эти числа: 208, 280, 802, 820.
9. В случае с двумя игральными костями наименьшая сумма $1+1=2$, наибольшая $6+6=12$. Т.е. 11.
В случае с тремя игральными костями наименьшее $1+1+1=3$, наибольшее $6+6+6=18$, Т.е. 16 случаев.
10. 33 32 10 9 Это будет $33 \cdot 32 \cdot 10 \cdot 9$.
11. 1 км, 2 кг, 4 км, 8 км.
12. 9 6 3 Второй набор цифр: 1, 2, 4, 5, 7, 8. Всего 6.
 $9 \cdot 6 \cdot 3$
14. Количество конфет кратно 3, 7 и 4, то есть кратно 84. Такое число до 100 единственное, то есть ответ: 84.
15. $7 \cdot 90 + 13 \cdot 15$. Эта сумма кратна 3. 8 лари 35 тетри равно 835 тетри.
835 не кратно трем, так Эка догадалась об ошибке.
19. Последние цифры: 1, 2, 3, 4, или 6, 7, 8, 9.
Здесь сумма цифр — единицы $= 1+2+3+4=10$; здесь сумма цифр в единицах $6+7+8+9=30$;
Осталось 20; $20:4=5$; двузначное не получилось.
Т.е. ответ: 51, 52, 53, 54.
20. Один черный, один белый и один пестрый.

§7. Сокращение дробей

Напомните учащимся основное свойство дроби и что деление числителя и знаменателя на общий делитель называется сокращением дроби. Объясните учащимся понятие несократимой дроби и предложите выполнить упражнения №1-6 включительно в классе, рассуждая. В ходе выполнения упражнений № 16-20 напомните учащимся о зависимостях между единицами измерения.

16. а) $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{80}{1000} = \frac{2}{25}$.

17. а) $\frac{1}{10}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{3}{4}$; д) $\frac{9}{20}$.

18. а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{5}$; в) $\frac{6}{15}$; г) $\frac{1}{2}$.

19. а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{5}{12}$; г) $\frac{1}{4}$.

20. а) $\frac{3}{25}$; б) $\frac{1}{4}$.

21. а) $\frac{2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 5}{39a} = \frac{2 \cdot 5}{a}$, $a = 1; 2; 5; 10$.

б) $\frac{7 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 2}{22a} = \frac{7 \cdot 5}{a}$, $a = 1; 7; 5; 35$.

в) $\frac{34a}{2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 17} = \frac{a}{7 \cdot 11}$, $a = 77; 2 \cdot 77; 3 \cdot 77$, и т.д.

22. $x = 2; 3; 4; 6; 8; 12$.

23. а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{7}{20}$; в) $\frac{24}{25}$.

24. а) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$; $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; т.е. $\frac{4}{8} = \frac{6}{12}$;

б) $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$; $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$; $\frac{1}{5} < \frac{3}{5}$ т.е. $\frac{4}{20} < \frac{15}{20}$.

25. а) $\frac{5}{15} + \frac{8}{12} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$; б) $3\frac{3}{4} + 2\frac{1}{4} = 6$.

27. $\frac{7}{12} > \frac{6}{12}$, $\frac{7}{12} > \frac{1}{2}$; $\frac{13}{28} < \frac{14}{28}$, $\frac{13}{28} < \frac{1}{2}$ т.е. $\frac{13}{28} < \frac{7}{12}$;

б) $\frac{5}{8} > \frac{7}{16}$; в) $\frac{9}{20} < \frac{11}{18}$.

28. Треугольник разделен на две равные части, остальные фигуры – на четыре.

§8. Приведение дробей к общему знаменателю

Учащиеся уже знают, как сравнивать дроби с одинаковыми знаменателями или с одинаковыми числителями. Но как сравнивать дроби с разными знаменателями? Постараемся, задавая вопросы, подвести учащихся к следующему выводу: дроби сначала надо привести к общему знаменателю, а затем сравнивать. А для приведения к общему знаменателю сначала нужно найти НОК.

11. $\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{18}{30} = \frac{36}{60}$

$\frac{2}{3} = \frac{10}{15} = \frac{20}{30} = \frac{40}{60}$

т.е. $\frac{37}{60}, \frac{38}{60}, \frac{39}{60}$.

12. $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$ $\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$

13. $\frac{5}{20}$ или $\frac{6}{20}$ или $\frac{7}{20}$
14. $0,4 = \frac{2}{5} = \frac{24}{60}$ такая дробь — $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$
17. $V_1 = 3:35 = \frac{3}{35}$ км/мин. $V_2 = \frac{35}{400} = \frac{7}{80}$ км/мин.
 $3,5:40 = 35:400 = \frac{35}{400}$
НОК (35, 80) = 560; $\frac{3}{35} = \frac{48}{560}$ и $\frac{7}{80} = \frac{49}{560}$.
Ответ: Быстрее шел второй турист.
18. $V_3 = \frac{12}{5}$ прыж/сек; $V_6 = \frac{20}{8}$ прыж/сек = $\frac{5}{2}$ прыж/сек
 $\frac{12}{5} = \frac{24}{10}$; $\frac{5}{2} = \frac{25}{10}$. Ответ: борзая быстрее.
19. б) НОК (b;d) = $\frac{bd}{12}$.
21. $(80-60)x=80$ $x=4$ ч;
 $(80-60)x=120$ $x=6$ ч.

§10. Сложение и вычитание дробей

Учащиеся уже умеют сравнивать дроби, приведенные к общему знаменателю, а также складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями, поэтому им будет нетрудно сделать вывод, что для сложения и вычитания дробей с разными знаменателями необходимо их привести к общему знаменателю.

Начните урок со сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями, а через несколько примеров предложите выполнить элементарные действия с дробями, имеющими разные знаменатели. Например, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Как применить полученные знания к этому действию? Что нужно сделать, чтобы сложить эти дроби?

6. В первый день выполняют $\frac{1}{5}$ часть, а во второй — $\frac{1}{8}$ часть. За 3 дня выполняют $3 \cdot (\frac{1}{5} + \frac{1}{8}) = 3 \cdot \frac{13}{40} = \frac{39}{40}$ частей.
7. $x \cdot (\frac{1}{20} + \frac{1}{30}) = 1$; $x = 12$ дней.
8. $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{37}{60}$; осталось пройти $1 - \frac{37}{60} = \frac{23}{60}$ части;
весь путь равен $(115:23) \cdot 60 = 300$ (км).
9. $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$; осталось прочесть $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ части.
В книге $(120:3) \cdot 8 = 320$ (страниц).

11. а) увеличится; б) уменьшится.

12. $3(x+2)=4,5x$, $x=4$.

13. $60x-45(x+2)=30$, $x=8$.

§11. Дополнение дроби до единицы

Основной вопрос, поставленный в параграфе, – что осталось? Но не то, сколько осталось, а какая часть от целого осталась?

2. Во II день обработал $\frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{2}{5}$. осталось $1 - (\frac{1}{5} + \frac{2}{5}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$.

3. $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{2+4+1}{12} = \frac{7}{12}$; покрашено зеленым $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$.

5. $1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{6}) = \frac{7}{12}$.

6. а) $x = 1 - \frac{11}{17}$ $x = \frac{6}{17}$ б) $x + \frac{1}{4} = 3 - \frac{1}{4}$
 $x = 2\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$ $x = 2\frac{1}{2}$

в) $x + \frac{2}{7} = 1 - \frac{3}{14}$ г) $x + \frac{1}{8} = \frac{11}{16}$
 $x = \frac{1}{2}$ $x = \frac{11}{16} - \frac{1}{8}$ $x = \frac{9}{16}$

7. $\frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{16} = \frac{13}{48}$

Если сложить первую и вторую суммы, получим 3. Можем записать:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{16} + (\frac{7}{8} + \frac{11}{12} + \frac{15}{16}) = 3 \quad \frac{13}{48} + (\frac{7}{8} + \frac{11}{12} + \frac{15}{16}) = 3$$

$$\frac{7}{8} + \frac{11}{12} + \frac{15}{16} = 3 - \frac{13}{48} = 2\frac{35}{48}$$

Так же сумма первой и третьей сумм $1\frac{1}{2}$. Можем записать:

$$\frac{13}{48} + (\frac{3}{8} + \frac{5}{12} + \frac{7}{16}) = 1\frac{1}{2} \quad \frac{3}{8} + \frac{5}{12} + \frac{7}{16} = \frac{59}{48} = 1\frac{11}{48}$$

10. Сосчитаем, сколько молока она добавила:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+2+1}{6} = 1,$$

т. е. Эка выпила 1 стакан молока и 1 стакан кофе.

§12. Сложение и вычитание смешанных чисел

3. а) $(\frac{1}{8} + 2\frac{3}{8}) + 5\frac{4}{11} = 2\frac{1}{2} + 5\frac{4}{11} = 7\frac{19}{22}$

б) $(1\frac{4}{15} - \frac{7}{15}) + \frac{1}{2} = \frac{12}{15} + \frac{1}{2} = \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

4. а) $(15\frac{11}{16} - 3\frac{7}{16}) - 5\frac{1}{4} = 12\frac{1}{4} - 5\frac{1}{4} = 7$

б) $(23\frac{14}{25} - 4\frac{9}{25}) - 2\frac{1}{20} = 19\frac{1}{5} - 2\frac{1}{20} = 17\frac{3}{20}$

6. а) $(25\frac{3}{8} - 2) + 1\frac{1}{8} = 23\frac{3}{8} + 1\frac{1}{8} = 24\frac{1}{2}$

б) $(32\frac{8}{45} - 3\frac{7}{45}) + 2\frac{1}{3} = 29\frac{1}{45} + 2\frac{1}{3} = 31\frac{16}{45}$

9. а) $3x = 7\frac{9}{10}$ б) $2x = \frac{11}{15}$

$x = \frac{79}{10} : 3$ $x = \frac{11}{30}$

$x = 2\frac{3}{10}$

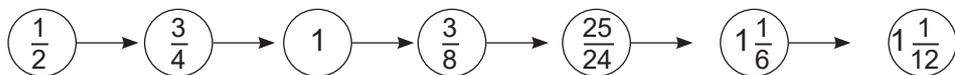
г) $3x = 2,4 - 1,4$

$x = \frac{1}{3}$

10. $1 - \frac{1}{3} - \frac{7}{24} - \frac{1}{4} = \frac{24-8-7-6}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ часть досталась четвертому брату.

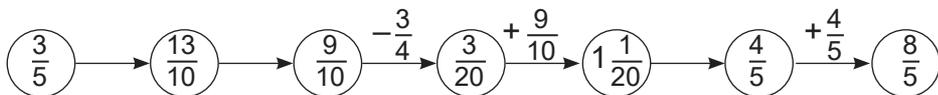
11. $1 - (\frac{3}{14} + \frac{5}{12}) = 1 - \frac{18+35}{84} = 1 - \frac{53}{84} = \frac{31}{84}$ часть.

12. а) 1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 2) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$ 3) $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ 4) $\frac{3}{8} + \frac{2}{3} = \frac{25}{24}$



5) $\frac{25}{24} + \frac{1}{8} = \frac{28}{24} = 1\frac{1}{6}$ 6) $1\frac{1}{6} - \frac{3}{36} = \frac{7}{6} - \frac{3}{36} = \frac{39}{36} = 1\frac{3}{36} = 1\frac{1}{12}$.

б) 1) $\frac{3}{5} + \frac{7}{10} = \frac{13}{10}$; 2) $\frac{13}{10} - \frac{2}{5} = \frac{9}{10}$ 3) $\frac{9}{10} - x = \frac{3}{20}$ $x = \frac{3}{4}$



4) $\frac{3}{20} + x = 1\frac{1}{20}$ $x = \frac{18}{20}$ $x = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$

5) $1\frac{1}{20} - \frac{1}{4} = \frac{4}{5}$

6) $\frac{4}{5} + x = \frac{8}{5}$ $x = \frac{4}{5}$

17. а)

9				
$\frac{84}{24}$		$\frac{132}{24}$		
$\frac{40}{24}$	$\frac{44}{24}$	$\frac{88}{24}$		
$\frac{25}{24}$	$\frac{15}{24}$	$\frac{29}{24}$	$\frac{59}{24}$	
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{6}{24}$	$\frac{23}{24}$	$\frac{3}{2}$

1) $\frac{2}{3} + \frac{3}{8} = \frac{25}{24}$ 2) $x + \frac{3}{2} = \frac{59}{24}$

$$x = \frac{59}{24} - \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{13}{24}$$

18. а)

$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$
$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{4}{30}$

1) $\frac{4}{15} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{15}{15} = 1;$

2) $1 - (\frac{2}{5} + \frac{4}{30}) = \frac{7}{15};$

3) $1 - (\frac{4}{15} + \frac{4}{30}) = \frac{3}{5};$

4) $1 - (\frac{1}{3} + \frac{3}{5}) = \frac{1}{15};$

5) $1 - (\frac{2}{5} + \frac{1}{15}) = \frac{8}{15};$

6) $1 - (\frac{8}{15} + \frac{4}{15}) = \frac{3}{15}.$

в)

2	$\frac{4}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{2}$
$\frac{3}{8}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{10}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{13}{8}$	$\frac{7}{8}$

1) $\frac{10}{8} + \frac{11}{8} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = 4;$ 2) $4 - (\frac{5}{8} + \frac{3}{2} + \frac{7}{8}) = 1;$

3) $4 - (\frac{3}{8} + \frac{3}{4} + \frac{3}{2}) = \frac{11}{8};$ 4) $4 - (\frac{4}{4} + \frac{11}{8} + \frac{11}{8}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4};$

5) $4 - (\frac{10}{8} + \frac{1}{4} + \frac{7}{8}) = \frac{13}{8};$ 6) $4 - (\frac{3}{2} + \frac{1}{2} + \frac{13}{8}) = \frac{3}{8};$

7) $4 - (\frac{4}{4} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8}) = 2;$ 8) $4 - (2 + \frac{3}{8} + \frac{10}{8}) = \frac{3}{8}.$

§13. Сравнение отрезков

Сравнить отрезки значит сравнить их длины. Ученик устанавливает равенство двух отрезков, если их длины равны. На основании положения о том, что если точка С – внутренняя точка отрезка АВ, тогда $AB = AC + CB$, он делает вывод, что $AC < AB$ и $BC < AB$.

3. обязательно выполняется б) и никогда не выполняется д).

6. Получим, что $2CD = 3BD$; т. е. $CD = \frac{3}{2}BD$; наибольший отрезок AC.

8. $MN = \frac{AC}{2} + \frac{BC}{2} = 11$ (см).

9. а)
$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 999 \\ \hline 1 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 5283 \\ \times 49 \\ \hline 47547 \\ + 21132 \\ \hline 258867 \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 52650 : 325 = 162 \\ - 325 \\ \hline 2015 \\ - 1950 \\ \hline 650 \\ - 650 \\ \hline 0 \end{array}$$

11. Очевидно, что число мальчиков кратно 4, а девочек – 5, т. е. 31 следует разделить на два таких слагаемых, одно из которых кратно 4, а другое – 5. А это только 16 и 15. Т.е. кружок посещают $4+3=7$ учеников.

§14. Ломаная

Возьмем на доске несколько точек и соединим их последовательно. Начертим различные ломаные: простые, пересекающиеся, замкнутые. Определим вершины, звенья, определим многоугольник и его элементы. Отметим, что учащиеся уже знакомы с частными видами многоугольников – треугольником, прямоугольником. Введем понятие выпуклого многоугольника. Для выполнения 4-го упражнения достаточно отметить, что кратчайшее расстояние между двумя точками – это длина соединяющего их отрезка.

11. $(1+2):3=1$ $((1+2):3+4):5+6):7=1$
 $1 \cdot 2+3-4=1$ $((12:3:4+5):6+7):8=1$
 $((1+2):3+4):5=1$ $(((((1+2):3+4):5+6):7+8):9=1$
 $(12:3:4+5):6=1$ Можно найти и другие варианты.
13. I. На каждую чашу весов положим по монете. Если чаши весов уравновесятся, обе монеты подлинные, если не уравновесятся – подлинная – две оставшиеся.
 II. Возьмем одну подлинную монету и одну монету из «сомнительной» пары. Положим на чашу весов, если чаши весов уравновесятся, то оставшаяся монета фальшивая, если не уравновесятся, мы знаем, какая этих двух монет подлинная. Следовательно, вторая фальшивая.
14. I. Разделим монеты на 9_9_9 групп. Положим на чаши весов 9 и 9. Если чаши уравновесятся, то фальшивая – в третьей группе, если же нет, то в одной из этих групп фальшивая монета та, которая легче.
 II. Разделим те девять монет, среди которых, как нам известно, одна фальшивая, на 3_3_3 группы. Рассуждаем аналогично.
 III. 3 монеты, среди которых, как нам известно, одна фальшивая, разделим на 1_1_1 части. Рассуждаем аналогично.

§16. Взаимное расположение двух окружностей

Рассмотрим все возможные случаи взаимного расположения двух окружностей. Начертим на доске соответствующие чертежи. Пусть ученики самостоятельно сделают выводы о расстоянии между центрами и о зависимости между радиусами. Обратим внимание на задание 6, в котором учащиеся по радиусам и расстоянию между центрами должны определить взаимное расположение окружностей.

7. Периметр треугольника равен сумме удвоенных радиусов, т. е. $P=38\text{см}$.
8. Периметр треугольника равен двум радиусам большой окружности. Т. е. $P=30\text{см}$.
11. $1,5(12 + 2,5) + 2\frac{1}{4} \cdot 12 = 48,75$ (км).
12. Расстояние покрывается за счет разности скоростей: $6 \text{ м/сек} - 4 \text{ м/сек} = 2 \text{ м/сек}$;
 $S=20\text{м}$, догонит за $20:2=10$ сек. Заяц доберется до норы за $38:4= 9\frac{1}{4}$ секунды, т.е. успеет добежать.
13. Возраст деда a , отца – b , внука – c . Тогда I. $a+b+c=100$. II. $b+c=45$. III. $b-c=25$.
Из I и III получим, $a=55$. Сложением II и III получим $2b= 70$, т.е. $b=35$ и $c=10$. Деду – 55 лет, отцу – 35 лет, внуку – 10 лет.
14. $x + \frac{x}{2} + 10 = 100$; $\frac{3x}{2} = 90$; $x = 60$.
15. Допустим, что через x лет, т.е. $65+x=3(15+x)$, $65+x=45+3x$, $2x=20$, $x=10$.
Ответ: через десять лет.

С помощью теста и дополнительных упражнений к главе постарайтесь проверить, как класс усвоил материал II главы. Учащиеся должны знать понятия делителя и кратного, уметь находить НОД и НОК нескольких чисел путем разложения натуральных чисел на простые множители, сокращать и приводить к общему знаменателю дроби с разными знаменателями; выполнять сложение и вычитание дробей с разными знаменателями; сравнивать длины отрезков, находить длину ломаной и периметр многоугольника; определять взаимное расположение окружностей по длинам радиусов.

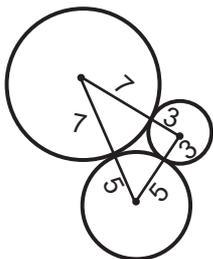
Тест для самопроверки

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
б	б	г	г	в	г	в	б	в	б	а	в

Дополнительные упражнения ко II главе

1. $14(11+74)=14 \cdot 85 : 5$.
2. $\frac{3}{20} > \frac{1}{10}$ т.е. мальчиков-отличников больше.
3. Возможно только а), только число 3.
4. $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ всего пути Ника проходит за 5 мин. То есть весь путь – за 60 минут или за 1 час, т. е. $\frac{1}{4}$ пути пройдет за 15 мин. Выйдя из дома в 8 часов 15 минут, в школу придёт в 9 часов 15 мин.
5. $\frac{1}{4}$ часть пакета весит $\frac{3}{4}$ кг. 1 пакет весит 3 кг.
6. $\frac{1}{4}$.
7. $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ Сложим ткань на 4 равные части и отрежем $\frac{3}{4}$.
9. В 5 раз.
12. Цена одного большого попугая равна цене 2 маленьких, т. е. 5 больших и 3 маленьких попугая стоят как 13 маленьких, а 3 больших и 2 маленьких – как 8 маленьких. Т.е. 5 маленьких попугаев стоят 20 лари. Получается, что цена маленького попугая – 4 лари, а большого – 8 лари.

13.



$$P = 2(3+7+5) = 15 \cdot 2 = 30 \text{ см.}$$

17. Голова $\frac{24}{3} = 16$ (см); туловище – $48 - 8 = 40$ (см).

18. $20 \cdot \frac{1}{5} = 4$ $24 \cdot \frac{1}{3} = 8$ $\frac{1}{3}$ от 24 – больше.

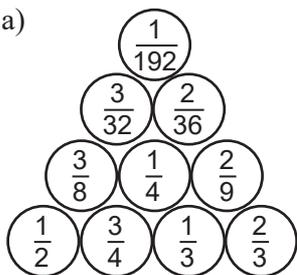
III ГЛАВА

§1. Умножение дробей

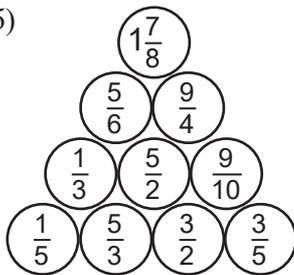
Опираясь на чертежи, данные в параграфе, учащиеся должны сделать правильный вывод об умножении дробей. Они уже знакомы с умножением десятичных дробей и могут сделать правильный вывод, если переведут десятичные дроби в обыкновенные.

Пусть ученики обоснуют переместительный и сочетательный законы умножения для дробей. Познакомим учащихся с правилом умножения смешанных чисел. Учащиеся должны выполнять операции умножения как на целое число, так и на десятичную и обыкновенную дроби.

11. а)



б)



12. а) достаточно; б) недостаточно.

14. Скорость самолета $V=24 \cdot 3\frac{3}{8} \cdot 8\frac{2}{3}=702$ км/ч; расстояние $702 \cdot 4=2808$ км.

§3. Решим задачи с дробями

Из пятого класса нам известно, что для нахождения целой части дробного числа нужно это число разделить на знаменатель и умножить на числитель. Это правило было заменено простым правилом – данное число нужно умножить на указанную дробь.

3. $3,2 \cdot \frac{3}{8}=1,2$ га.

4. $1200 \cdot \frac{4}{5}=960$ лари.

5. $160-16=144$ или $160 \cdot \frac{9}{10}=144$ лари.

6. Найдём от $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{5}$ равно $\frac{9}{20}$

8. В первый день осталось $\frac{5}{6}$ всей муки, во второй день $\frac{4}{5}$ от остатка. Т.е. $\frac{2}{3}$ части.

$240 \cdot \frac{2}{3}=160$ кг.

9. I день – $\frac{1}{5}$;
 II день – $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$;
 III день – $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$;
 За три дня $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{3}{5}$;
 за четвертый день $\frac{2}{5}$ от $\frac{2}{5}$ т.е. $\frac{4}{25}$ части.
 осталось $\frac{2}{5} - \frac{4}{25} = \frac{6}{25}$; $300 \cdot \frac{6}{25} = 72$ страницы.

Учащимся легче будет решить задачу, если подсчитать количество страниц, прочитываемых ежедневно, но таким способом они лучше разберутся с дробями и действиями с ними.

11. I – $\frac{2}{5}$; II – $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{20} = \frac{9}{100}$; За оба дня – $\frac{2}{5} + \frac{9}{100} = \frac{49}{100}$.
12. Осталось $\frac{1}{3}$ женщин – 10; $\frac{3}{4}$ мужчин – 15.
13. I – $320 + 320 \cdot \frac{1}{4} = 400$; II – $400 \cdot \frac{5}{4} = 500$ лари.
14. I – $50 \cdot \frac{4}{5} = 40$; II – $40 \cdot \frac{4}{5} = 32$ лари.
15. Количество деревьев должно делиться на 5 и на 4, т.е. на 20. Ответ: в. 580.
16. $\frac{1}{4}$ часть суммы Нато равна 10 лари. У Нато было 40 лари.
17. В первый день осталось $\frac{3}{7}$ части, т.е. во второй день съели $\frac{1}{7}$ часть.
 $168 \cdot \frac{1}{7} = 24$ кг.
19. Т.к. количество муки уравнилось, стало по 70 кг. Из первого мешка перенесли 0,125, или $\frac{1}{8}$ часть. Осталось $\frac{7}{8}$. т.е. $x=70$; $x=80$. В первом мешке 80 кг, во втором – 60 кг.
21. Площадь фигуры будет равна площади прямоугольника AMNE, т.е. $2 \cdot 6 = 12$ см².
22. Расстояние покрывается суммой скоростей. Т.е.
 $48,25 \text{ км/ч} + 40,75 \text{ км/ч} = 89 \text{ км/ч}$.
 а) за 4 ч покроется $89 \cdot 4 = 400,5$ км. Расстояние между ними $425 - 400,5 = 24,5$ км.
 б) за 1,5 ч до встречи будет $1,5 \cdot 89 = 133,5$ (км)

§4. Распределительный закон умножения

Напомним учащимся распределительный закон умножения, затем предложим им легкий способ вычисления выражений, содержащих дроби.

3. а) $15(80 + \frac{4}{15}) = 15 \cdot 80 + 15 \cdot \frac{4}{15} = 1204$

4. а) $9\frac{1}{4} \cdot 16 = 16(9 + \frac{1}{4}) = 16 \cdot 9 + 16 \cdot \frac{1}{4} = 144 + 4 = 148$

$$7. a) \frac{7}{12} \cdot \frac{4}{21} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{21} = \frac{4}{21} \left(\frac{7}{12} + \frac{5}{12} \right) = \frac{4}{21}$$

$$8. a) \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a - \frac{1}{4}a = a \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = a \frac{6+4-3}{12} = \frac{7}{12}a = \frac{7}{12} \cdot \frac{4}{5} = \frac{7}{15}$$

$$10. b) \left(2\frac{2}{7} + 1\frac{1}{7} \right) \cdot 1\frac{1}{6} = 3\frac{3}{7} \cdot 1\frac{1}{6} = \frac{24}{7} \cdot \frac{7}{6} = 4$$

$$11. a) \left(\frac{3}{5}x - \frac{4}{5} \right) 15 = 8; \quad \frac{3}{5}x \cdot 15 - \frac{4}{5} \cdot 15 = 8;$$

$$9x = 20; \quad x = \frac{20}{9}.$$

$$13. a) 2,35(x+8) = 2,35x + 18,8$$

$$2,35x + 18,8 = 2,35x + 18,8$$

Ответ: истинно для любого x .

$$b) (16,7 - 2,1)x = 16,7x - 2,1 \cdot 4$$

$$16,7x - 2,1x = 16,7x - 2,1 \cdot 4$$

$$2,1x = 2,1 \cdot 4$$

$$x = 4.$$

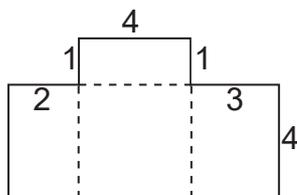
§5. Взаимно обратные числа

После определения взаимно обратных чисел урок нужно продолжить в основном в форме вопросов и ответов. Ответы на все вопросы должны сопровождаться рассуждениями. После вопросов, данных в параграфе, разберите упражнения №1-5.

5. Только одно число отвечает условию этого упражнения – 1.

7. Желательно, чтобы выполнение и этого примера не ограничивалось подсчетом точек. Очевидно, что если a натуральное число, $\frac{1}{a}$ – правильная дробь (меньше 1), тогда именно между ними находится $(a-1)$ натуральных чисел. То же самое, если, a – правильная дробь с числителем 1, тогда $\frac{1}{a}$ – натуральное число и между ними $(a-1)$ чисел. Если a неправильная дробь (можно представить, как целую и дробную часть), тогда $\frac{1}{a}$ – правильная дробь и количество чисел между ними будет равно целой части a .

12. a)



$$P = 2(9+5) = 28m;$$

$$S = 4(2+4+3) + 4 \cdot 1 = 40.$$

§6. Деление обыкновенных дробей

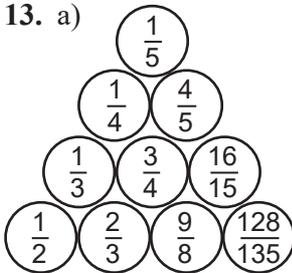
Обсуждая упражнения, подобные рассмотренным в параграфе, подведем детей к правильному выводу относительно деления дроби на дробь. Обратим внимание на деление смешанных чисел, и как в случае с умножением сначала преобразуем их в неправильную дробь, а затем выполним действие.

10. а) $4 \text{ км/ч} = 4 \frac{1000 \text{ м}}{60 \text{ мин}} = \frac{200}{3} \frac{\text{ м}}{\text{ мин}};$

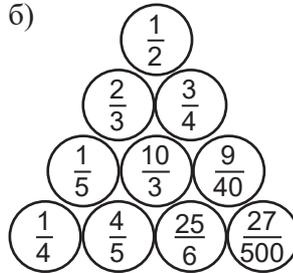
или $4000 \text{ м} - 60 \text{ мин},$ т. е. за 1 мин $\frac{200}{3} \text{ м}.$

б) $a \text{ км/ч} = \frac{50a}{3} \frac{\text{ м}}{\text{ мин}}.$

13. а)



б)



§7. Задачи с дробями

1. Сосна составляет $\frac{3}{4}$ всех деревьев.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = 3.$$

2. Деревьев каштана $1 - (\frac{1}{6} + \frac{1}{3}) = \frac{1}{2}.$

3. Мальчиков-отличников $-\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{25};$ девочек-отличниц $-\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10};$

$$\text{отличников всего} - \frac{3}{25} + \frac{1}{10} = \frac{11}{50};$$

$$\frac{11}{50} \cdot x = 143; \quad x = 650.$$

4. $\frac{4}{9}x = 8; \quad x = 18.$

5. $\frac{x \cdot 2}{5} = 30; \quad x = 75 \text{ км}.$

6. $\frac{2}{5}x = 20; \quad x = 50; \quad \frac{3}{5} \cdot 50 = 30.$

7. Ника $7000 - 5600 = 1400$ (процент), т.е. процент составляет $\frac{1400}{5600} = \frac{1}{4}$ внесенной суммы.
Лика должна внести $2400 + \frac{1}{4} \cdot 2400 = 3000$ лари.

8. $\frac{x}{4}=210; \quad x=840$

9. $1200 \cdot \frac{3}{4}=900$ лари.

10. $\frac{x}{6}=17; \quad x=102.$

11. $1 - (\frac{2}{3} + \frac{4}{15}) = \frac{1}{15}$ часть изучает французский.

$\frac{x}{15}=92; \quad x=1380.$

13. Допустим, скорость была v , а время передвижения t . Путешественник в день проходил расстояние vt . Скорость стала $\frac{5}{4}v$, а время $t: \frac{3}{2} = \frac{2}{3}t$. т.е. пройденное расстояние будет $\frac{5}{4}v \cdot \frac{2}{3}t = \frac{5}{6}vt$. Т.е. расстояние уменьшилось.

§8. Решим задачи

1. За 4 дня.

2.	I	18 мин	$\frac{1}{18}$ часть/мин	x мин	$\frac{x}{18}$ часть
	II	27 мин	$\frac{1}{27}$ часть/мин	x мин	$\frac{x}{27}$ часть

$\frac{x}{18} + \frac{x}{27} = \frac{5}{6}; \quad \frac{x}{6} + \frac{x}{9} = 5;$

$\frac{5x}{18} = 5; \quad x = 18(\text{минут}).$

3.	I	6 ч	$\frac{1}{6}$ часть/мин	2 ч	$\frac{1}{3}$ часть
	II	2 ч	$\frac{1}{4}$ часть/мин	2 ч	$\frac{1}{2}$ часть

$1 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ часть.

4.	I	8 ч	$\frac{1}{8}$ часть/мин	(x+1) ч	$\frac{x+1}{8}$ часть
	II	6 ч	$\frac{1}{6}$ часть/мин	x ч	$\frac{x}{6}$ часть

$\frac{x+1}{8} + \frac{x}{6} = 1$ I – проработал 4 ч.

$\frac{3x+3+4x}{24} = 1$ II – 3 ч.

$7x+3=24$

$7x=21$

$x=3$

5.	I	9 ч	$\frac{1}{9}$ часть/мин	5 ч	$\frac{5}{9}$ части
	II	5 ч	$\frac{1}{5}$ часть/мин	3 ч	$\frac{3}{5}$ части

$$\frac{5}{9} = \frac{25}{45}$$

$$\frac{5}{9} < \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{27}{45}$$

6.	I	наполнится за 3 ч	$\frac{1}{3}$ часть/ч
	II	наполнится за 5 ч	$\frac{1}{5}$ часть/ч

Бассейн наполняется со скоростью, равной разности скоростей;

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15} \text{ часть/ч} = v;$$

$$S=1;$$

$$1 = \frac{2}{15} t; \quad t = \frac{15}{2} \text{ ч.}$$

7. Работа будет выполнена, если Дато и Ника проработают по 4 часа (согласно условию задачи). Дато проработал 3 ч, Ника – 4 ч., т. е. Дато выполнит за 1 ч $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ работы, то есть всю работу он выполнит в одиночку за 6 часов.

§9. Совместные действия с обыкновенными и с десятичными дробями

Этот параграф и «Дополнительные упражнения к главе» фактически можно использовать как итоговый материал. Проверим, как учащиеся усвоили материал, рассмотренный в данной главе. Они должны уметь выполнять все четыре арифметических действия с любыми рациональными числами, составлять соответствующие уравнения к задачам и решать их; в случае необходимости должны уметь пользоваться калькулятором.

- а) $354 \cdot 73 + 23 \cdot 25 + 354 \cdot 27 + 17 \cdot 25 = 354(73+27) + 25(23+17) = 354 \cdot 100 + 25 \cdot 40 = 35400 + 1000 = 35400$
- а) $2\frac{3}{5} - 1\frac{1}{2} + 4\frac{3}{40} = 2 + \frac{3}{5} - 1 - \frac{1}{2} + 4 + \frac{3}{40} = 5 + \frac{3}{5} - \frac{1}{2} + \frac{3}{40} = 5 + \frac{24-20+3}{40} = 5 + \frac{7}{40} = 5\frac{7}{40}$
- а) $\frac{1,8}{7,2} = \frac{18}{72} = \frac{1}{4}$
- а) $(0,008+0,92):(5 \cdot 0,6-1,4) = 0,928:1,6 = 9,28:16 = 0,58$
- $10\,000x = 10\,000 \cdot 20 + 90\,000 + 80\,000; x = 37$
- $200 \cdot 1,72 = 200 \cdot 0,02 = 348.$

Тест для самопроверки

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
а	в	а	б	в	б	г	в	б	г

Дополнительные упражнения к III главе

1. В первый день прошел $\frac{5}{21}$ всего пути, во второй день $\frac{5}{21} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{7}$ часть, что равно 12 км. Весь путь равен $12 \cdot 7 = 84$ км.

2.

I	2 ч	$\frac{1}{3}$ часть/ч
II	4 ч	$\frac{1}{4}$ часть/ч

Расстояние покрывается со скоростью, равной сумме скоростей $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$$S=1$$

$$1 = \frac{3}{4}t \qquad t = \frac{4}{3} \text{ ч}$$

9. Количество делится на 3 и на 10. Т. е. делится на 30.

10. Лике досталась $\frac{1}{5}$ часть, осталось $\frac{4}{5}$ части, т. е. Кети и Тамуне досталось $\frac{2}{5}$ и $\frac{2}{5}$ части.

11.

I	4 ч	$\frac{1}{4}$ часть/мин	$\frac{3}{2}$ ч	$\frac{3}{8}$ части
II	3 ч	$\frac{1}{3}$ часть/мин	$\frac{3}{2}$ ч	$\frac{1}{2}$ часть

заполнится $\frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{3+4}{8} = \frac{7}{8}$ часть.

12.

I	5 дней	$\frac{1}{5}$ часть/дн.
II	6 дней	$\frac{1}{6}$ часть/дн.

Скорость выполнения работы равна сумме скоростей $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{11}{30}$ часть/дн.

$$S=1 \qquad 1 = \frac{11}{30} \cdot t \qquad t = \frac{30}{11} \text{ дней}$$

13. I – 32000 (т)
 II – $32000 \cdot (51 + \frac{1}{4}) = 40000$ (т)
 III – $(32000 + 40000) \cdot \frac{2}{3} = 72000 \cdot \frac{2}{3} = 24000 \cdot 2 = 48000$ (т)
 Всего 160 000 тонн.

15.

I	2 ч	$\frac{1}{2}$ часть/ч	t ч	$\frac{t}{2}$ часть
II	3 ч	$\frac{1}{3}$ часть/ч	t ч	$\frac{t}{3}$ часть
III	6 ч	$\frac{1}{6}$ часть/ч	t ч	$\frac{t}{6}$ часть

$$\frac{t}{2} + \frac{t}{3} + \frac{t}{6} = 1$$

Можно сказать, что скорость выполнения работы равна сумме скоростей.

Т.е. $v = (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6})$ часть/ч = $\frac{6}{6}$ часть/ч = 1 часть/ч, т. е. за 1 час.

16. Было x, стало $x + \frac{x}{5} = \frac{6x}{5}$; $\frac{6x}{5} : x = \frac{6}{5}$
 Подорожала в $\frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$ раза.

17. Из каждой точки можно провести 4. Всего $5 \cdot 4 = 20$, но каждый отрезок вошел 2 раза.
 Т. е. будет 10.

18. $\frac{32 \cdot 31}{2} = 16 \cdot 31 = 496$.

20. 1 литровая банка заполнится за 5 мин, т. е. за 1 ч заполнится $\frac{60}{5} = 12$ литров, а за сутки вытечет – $12 \cdot 24$ литра.

22. Допустим, сократилось на x, значит до сокращения было $\frac{7x}{13x}$.
 $20x = 4140$ $x = 207$ $7x = 1449$ $13x = 2691$
 $\frac{7x}{13x} = \frac{1449}{2691}$

24. а) ист.; б) ист.; в) ист.; г) лож.; д) ист.

IV ГЛАВА

§1. Отношение

Учащиеся знают, какую часть часа составляет минута, километра – метр, килограмма – грамм и т. д. Но как определить вообще, какой частью одной величины является другая, какую форму придать этой записи, как определить скорость движения, скорость работы? На эти вопросы ученики должны ответить после изучения этого параграфа.

5. а) $5\text{км/ч} = \frac{5\text{км}}{1\text{ч}} = \frac{1000\text{м}}{60\text{мин}} = \frac{25}{18} \text{ м/сек.}$

б) $100\text{м/сек} = \frac{100\text{м}}{1\text{мин}} = \frac{100\text{м}}{60\text{сек}} = \frac{5}{3} \text{ м/сек.}$

в) $15\text{км/мин} = \frac{1500}{60} \text{ м/сек} = 250 \text{ м/сек.}$

6. а) $25\text{м/мин} = \frac{25\text{м}}{1\text{мин}} = \frac{25}{1000} \text{ км} : \frac{1}{60} \text{ ч} = \frac{3}{2} \text{ км/ч};$

в) $40\text{км/мин} = 144\ 000 \text{ км/ч.}$

8. Зерновые занимают $\frac{3}{4}$ от $\frac{3}{5}$, т. е. $\frac{9}{20}$ части.

$$1080 : \frac{9}{20} = \frac{1080 \cdot 20}{9} = 2400 \text{ (га).}$$

11. На грузинском языке вышло $1 - (\frac{2}{5} + \frac{1}{3}) = \frac{4}{15}$ части; т. е. количество всех фильмов 45. С титрами вышло 15 фильмов.

12. Осталось $\frac{3}{8}$ части дороги.

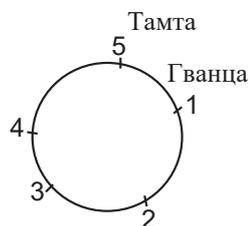
$$\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{8}, \text{ на } \frac{1}{8} \text{ пути будет потрачено } 45 : 5 = 9 \text{ литра бензина.}$$

14. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$; т. е. в $\frac{1}{6}$ бассейна помещается 200 л воды.

$$\text{Вместимость бассейна } 200 : \frac{1}{6} = 1200 \text{ литров воды.}$$

15. а) $a : 7 = n(3);$ $a = 7n + 3;$ б) $a = 7n + 6.$

17. На 5-й бросок мяч берет Тамта. На 6-й, 11-й, 16-й и т. д. – опять Гванца. $31 = 5k + 1$, т.е. на 31-ом броске мяч снова будет у Гванцы.



18. $3\text{ж} + 4\text{м} + 5\text{в} = 4\text{ж} + 4\text{м} + 4\text{в}$, откуда $\text{ж} = \text{в}$, т. е. правильный ответ: «м».

§2. Пропорция

Дадим определение пропорции, членов пропорции. Пусть ученики напишут примеры пропорций и перемножат средние и крайние члены каждой из них. После выполнения этих действий попросите их сделать вывод. Надеемся, что после правильного выполнения умножения они самостоятельно сформулируют основное свойство пропорции. Обратите внимание учащихся на такой факт – если каждый член отношения умножить или разделить на одно и то же число, снова получится верное равенство.

5. Вывод: при перестановке мест средних или крайних членов пропорции опять получим пропорцию.

6. а) $x = \frac{32}{7} = 4\frac{4}{7}$; б) $x = \frac{0,5 \cdot 8}{3} = \frac{4}{3}$; е) $x = \frac{2,4 \cdot 1,2}{\cancel{7,2} \cdot 6} = 0,4$;

7. а) С; б) А; в) В.

10. Если зарплата у Нины x лари, а у Тико – y лари. Получим $3x=2y$

$$\frac{y}{x} = \frac{3}{2} \quad \text{в } 1,5 \text{ раза.}$$

11. а) $12x - 24 = 12$

$$12x = 36$$

$$x = 3$$

13. $365:7=52(1)$; 52 полные недели.

14. С 1 января 2008 года до 31 декабря 2011 года включительно пройдет ровно 4 года.

Из них – один високосный.

$$4 \cdot 365 + 1 = 1460 + 1 = 1461 \text{ (день)}$$

15. Прошло или 365, или 366 дней. т. е. остаток при делении на 7 – 1 или 2. т. е. понедельник или вторник.

17. 18 мальчиков и 12 девочек.

18. $18:4=4(2)$ – y ;

$$25:4=6(1)$$
 – x .

§4. Решим задачи с использованием пропорции

Очень подробно рассмотрим задачи, изложенные в параграфе, – это стандартные задачи на составление пропорций. Введем понятие и объясним важность коэффициента пропорциональности. Можно привести даже такой пример: отец должен разделить 1000 м² земли между двумя детьми, не поровну, а пропорционально числу их детей. Допустим, у первого ребенка 3 детей, а у второго – 2 детей. Тогда $3x+2x=1000$. Здесь коэффициент пропорциональности x обозначает то количество земли, которое достанется каждому из внуков.

1. $\frac{a}{b} = \frac{5}{1}$ $a=5x$ и $b=x$, тогда $x+5x=36$ $x=6$

Отцу 30 лет. Ребенку 6 лет.

2. $\frac{9}{x} = \frac{3}{4}$; $x=12$.

3. $\frac{x}{568} = \frac{3}{8}$; $x=213$.

4. Допустим в саду m грушевых и a персиковых деревьев. Тогда $\frac{m}{a} = \frac{5}{7}$; $m=5x$; $a=7x$. Из них яблонь будет $5x+7x=12x$; $5x+7x+12x=288$;
 $x=12$.

грушевых деревьев 60, персиковых – 84, а яблонь – 144.

5. $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ (1) и $\frac{b}{c} = \frac{4}{7}$ (2)

В первом случае b – 3 части, а во втором – 4 части, поэтому эти части нужно уравнять с помощью НОК $(4 \cdot 3)=12$.

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} = \frac{8}{12} \qquad \frac{b}{c} = \frac{4}{7} = \frac{12}{21}$$

Отсюда $a=8x$; $b=12x$ и $c=21x$.

$$\frac{a}{c} = \frac{8}{21}$$

6. У Эки – a лари, у Маки – b лари. У Маши – c лари.

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{5} = \frac{12}{20}$$

$$\frac{b}{c} = \frac{4}{7} = \frac{20}{35}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{12}{25}$$

7. Допустим, старшему дали a лари, младшему – b лари.

$$\frac{a}{b} = \frac{18^2}{12} = \frac{3}{2} \qquad a=3x; \qquad b=2x$$

$$5x=720 \qquad a=3 \cdot 144 \qquad b=2 \cdot 144$$

$$x=144$$

У младшего – 288 лари, а у старшего – 432 лари.

8. $\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ $2x+5x=140^\circ$ $x=20^\circ$

$$\alpha=40^\circ; \qquad \beta=100^\circ.$$

9. а) $\frac{1}{5} = \frac{25}{x}$ $x=125$ км, б) $\frac{1}{BC} = \frac{25}{150}$ $BC=6$ см.

в) $\frac{1}{x} = \frac{25}{450}$ $x=18$ см.

10. $\frac{1}{40} = \frac{x}{800}$ $x=20$ км.

12. Если длину одной части обозначить x , получим, что стороны треугольника $3x$, $4x$, $5x$

$$3x+4x+5x=36$$

$$x=3$$

Длины сторон треугольника 9 см, 12 см и 15 см.

16. $2x+3x=80$; $x=16$. Золото 32 г, медь – 48 г.
18. а) В 5 литрах будет $\frac{5 \cdot 6}{25} = \frac{6}{5}$ л соли. В смеси $\frac{6}{5} : (10+5) = \frac{6}{75} = \frac{2}{25}$ части соли;
- б) $\frac{1}{25} < \frac{2}{25}$ – полученная смесь солёнее.

§5. Круговая диаграмма

Учащимся известны способы представления данных: столбчатая диаграмма и пиктограмма. Напомним о них учащимся и покажем, как представлять данные в виде круговой диаграммы. Они знают, что такое центральный угол. Теперь важно, чтобы учащиеся поняли, что сумма центральных углов должна составлять 360° . На круговой диаграмме покажем, что можно представлять данные как в виде углов, так и в виде частей. Ученик должен уметь строить различные диаграммы по одним и тем же данным, определять преимущества той или иной диаграммы в каждом конкретном случае.

1. Труба – $\frac{1}{30} \cdot 60 = 2$

Ударных инструментов – $\frac{1}{15} \cdot 60 = 4$

Клавишных инструментов – $\frac{1}{10} \cdot 60 = 6$

Струнных инструментов – $\frac{4}{5} \cdot 60 = 48$

2. $\frac{1}{4} \cdot 24 = 6$

3. а) $\frac{120}{360} \cdot 1500 = 500$ б) $\frac{1}{6} \cdot 1500 = 250$ в) $\frac{1}{4} \cdot 1500 = 375$

г) $\frac{75}{360} \cdot 1500 = 312,50$ д) $\frac{135}{360} \cdot 1500 = 562,50$

4. а) $120^\circ + 120^\circ + 60^\circ \neq 360^\circ$ в) $100 + 120 + 90 = 300$

б) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \neq 1$

9. Красные шарики составляют $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ часть,

синие $\frac{1}{4}$ часть, т.е. зеленые $1 - (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) = \frac{5}{12}$ часть.

10. Если расстояние от дома до школы x м, получим $v = \frac{x}{17}$ м/мин. Т. к. скорость неизменна, поэтому и время $\frac{x}{17} = \frac{3x}{?}$ должно увеличиться в 3 раза. т.е. дойдет за 51 мин.

12. Разрезанные 4 треугольника создают два равных квадрата, сторона которого 3, т. е. площадь равна $70 - 18 = 52$.

§7. Среднее арифметическое

В жизни учащиеся очень часто встречаются с понятием «средний». Средняя оценка, средняя скорость, средний возраст... Средние данные в основном дают представление о точных суммарных данных. Из того факта, что автомобиль проехал за 6 часов 480 км, ученик делает вывод, что его скорость составляет 80 км/ч, но это не означает, что его скорость на каждом участке пути была 80 км/ч. Точные данные здесь – 480 км, пройденные за 6 часов. Этот факт им известен по выведению среднего балла оценок – если ученик получил 6 и 10 баллов, его средний балл – восемь, потому что общий балл по двум предметам – 16.

4. Допустим, сумма возрастов остальных девочек А. Тогда получим:

$$\frac{A+15}{4} = 18; A=57,$$

т. к. они ровесницы, каждой будет по $57:3=19$ (лет).

5. $\frac{a+b+36}{3} = 36$ $\frac{a+b}{2} = 36$

6. $\frac{6+7+9+x}{4} = 8$ $x=10$

8. а) $10+12+14+ \dots +94+96+98 = (1)$

$$=(10+98)+(12+96)+(14+94)+ \dots +(52+56)+54=108 \cdot 44+54$$

$$10+12+14+ \dots +94+96+98 = (1)$$

$$=(10+98)+(12+96)+(14+94)+ \dots +(52+56)+54=108 \cdot 44+54$$

$$\frac{10+12+\dots+98}{45} = \frac{108 \cdot 22+54}{45} = 54$$

б) $11+13+15+\dots+97+99$ (2) количество нечетных и четных (двузначных) чисел одинаково – по 45 каждого. Каждое слагаемое (2) на один больше соответствующего слагаемого в (1) (случай(а)), поэтому сумма (2) на 45 больше суммы (1).

т.е. $\frac{11+13+\dots+99}{45} = \frac{108 \cdot 22+54+45}{45} = 55$

14. а) ошибочно б) ошибочно. Напомним ученикам, что для такого вывода достаточно найти один контрпример. Например, 18:3, 18:9 и 18:27. в) истинно г) ошибочно.

§8. Нахождение проблемы

Очевидно, что решение любой задачи – это разрешение определенной проблемы. Ученики должны в определенных ситуациях выявлять проблему и находить способы ее разрешения. Примерами являются задачи, рассмотренные в параграфе. Ученики должны сами задать дополнительные вопросы и подумать, какую еще информацию дает условие данной задачи; пусть придумают похожие задачи.

1. а) $99-9=90$ двузначных чисел. б) $999-99=900$ трехзначных чисел.

2. а) $10, \dots, 12, \dots, 19 \rightarrow 1$
 $20, 21, 22, \dots, 29 \rightarrow 10$
 $\dots \dots \dots 32 \rightarrow 1$
 $\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$
 $90, \dots, 92, \dots, 99 \rightarrow 1$ } всего – $10+8=18$ чисел,

а также 5 содержится в 18 двузначных числах.

3. а) $10=2 \cdot 5$. Если от 1 до 21 включительно все числа разложим на простые множители, в разложении получим четыре пятерки $5 \cdot \frac{10}{5 \cdot 2} \cdot \frac{15}{5 \cdot 3} \cdot \frac{20}{5 \cdot 4}$. У каждой пятерки есть „пара“ – 2 (в разложении двоек больше, чем пятерок). Поэтому произведение оканчивается четырьмя нулями. $(5 \cdot 2)^4$

б) $100:5=20$ – 20 чисел, кратных 5, но в разложении 25, 50, 75, 100 содержится по 2 пятерки, т. е. будет 24 пятерки. Окончится 24 нулями.

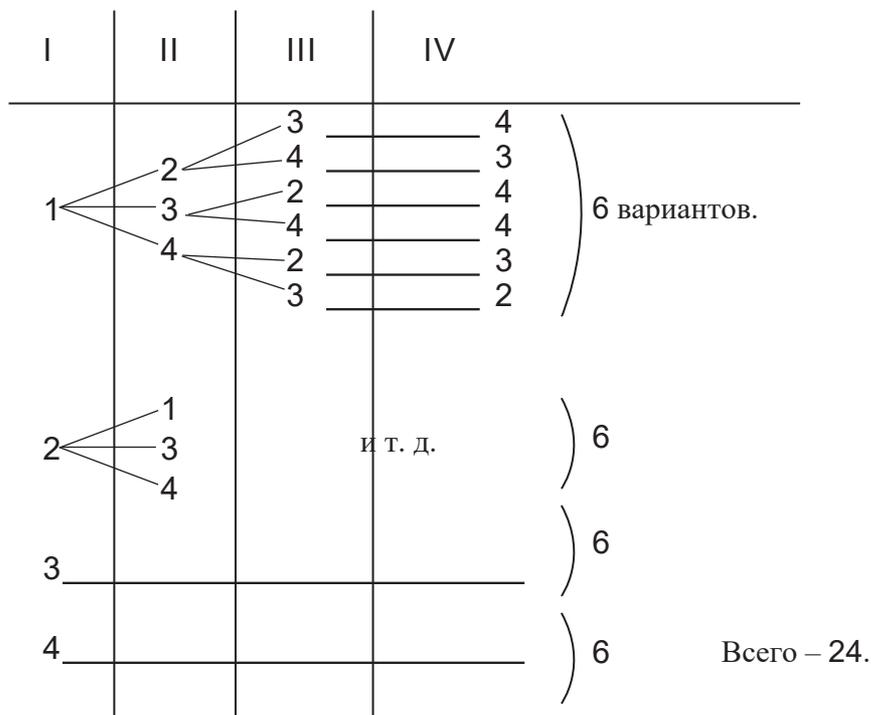
5. $1+2+3+\dots+97+-98+99+100=(1+100)+(2+99)+\dots+(50+51)=101 \cdot 50=5050$.

6. Всего должен пройти $0,5\text{км}+0,5\text{км}=1\text{км}$; т.е. понадобится 1 мин.

7. $19:59$; $1+9+5+9=24$.

8. Пронумеруем детей цифрами: 1, 2, 3 (есть 3 места).
 123. 132. 213. 231. 312. 321. Ответ: возможно 6.

9. На первое место можно посадить каждого из 4 пассажиров. На второе – каждого из оставшихся трех, на третье – одного из оставшихся 2, на четвертое – 1. Всего $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1=24$ варианта.



10. Если предположить, что все студенты получили разные оценки, то $100 - 14 = 86$ студентов. Поэтому, если на экзамен выйдут 87 студентов, по крайней мере у двоих будут одинаковые баллы.
11. Каждая команда проводит 4 игры. Пять команд проведут $5 \cdot 4 = 20$ игр. Но поскольку каждая игра засчитывается двум командам, количество сыгранных игр составляет $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$. 7 побед = 21 очко, 3 ничьи – 6 очков (1 очко записывается обеим командам). В среднем – $\frac{21+6}{10} = 2,7$ очка.
12. Очевидно, что после внесения изменений их общая сумма не изменится, т. е. у каждого будет по 16 лари. У Сабы – 13 лари, у Беки – 19 лари, у Луки – 11 лари, у Левана – 21 лари.
14. 8 января в 5 ч утра Кети вылетела из Тбилиси, в 9 ч она - в Мюнхене, а в 13 ч вылетела из Мюнхена. После 12 ч полета – она в Сан-Франциско, но тбилисское время опережает время Сан-Франциско на 12 часов. 8 января в 13 часов Кети будет в Сан-Франциско (по времени Сан-Франциско).
18. Если бы он подарил учительнице 3 цветка, то некоторым девочкам досталось бы по 3 цветка, т. е. учительнице он должен вручить 4 цветка, а оставшиеся 31 цветок распределить между 12 девочками так, чтобы ни одной не досталось 4 цветка.
19. а) делится, оканчивается на 5; б) 97 делится на 3; в) чётное и делится на 3; т.е. делится и на 6; г) нечетное, т. е. не делится; д) делятся; е) делится (четное и кратно девяти).

§9. Параллельный перенос

Если перемещать автомобиль или любую фигуру прямолинейно на определенное расстояние, могут ли две какие-либо их точки пройти разные расстояния или двигаться в разных направлениях? Задав учащимся вопросы такого типа, объясните, что такое параллельный перенос. Обратите внимание, что в этом случае автомобиль/фигура переместится в равную ему/ей фигуру. Вы также можете сказать, что кроме параллельного переноса существует много различных преобразований, которые переводят фигуру в равную ей фигуру. Как бы мы ни двигали автомобиль/фигуру, прямолинейно или иным образом, его/ее размеры и форма не изменятся.

§10. Осевая симметрия

В предыдущем параграфе мы уже упоминали, что можем выполнить множество преобразований, при которых фигура переместится в равную ей фигуру. Одним из таких преобразований является осевая симметрия. Симметричных фигур в жизни встречается много, поэтому ученикам будет нетрудно усвоить их определение. Лучше сначала объяснить саму осевую симметрию, а затем симметричные фигуры или фигуры, симметричные относительно оси, то есть фигуры, при сложении по которой части этих фигур совместятся друг с другом.

7. В I кошельке – $3x$, во втором – x ;
 После переноса: в I кошельке – $\frac{12}{5}x$, во второй – $\frac{8x}{5}$.
 $I : II = \frac{12}{5}x : \frac{8}{5}x = \frac{4}{3}$.
8. Если открыть обе трубы, из бассейна выльется $\frac{1}{9} - \frac{1}{12} = \frac{1}{36}$ часть. Т.е. бассейн опорожнится за 36 ч.

Тест для самопроверки

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
а	а	б	г	г	в	б	в	в	б

Дополнительные упражнения к IV главе

1. 9; 12; 15.
2. $2x+3x=10$; Это число 46.
3. Размеры первого $30x$; $6y$; площадь $180xy$;
 второго $5x$ и $70y$; площадь $180xy$;
 если $180xy=630$; $350xy=350 \cdot \frac{630}{180}=1225$.
4. 117 лари.
6. 500 г.
7. $tx-t(x-9)=108$; $t=108:9=12$.
8. I – x II – x после перевода;
 I – $\frac{6x}{5}$ II – $\frac{4x}{2}$ Отношение равно 3:2;
9. $3x=9$ $x=24$.
11. 39 кг на 74 км обходится 12 л; 13 кг на 37 км $(12:3):2=2$ л;
 26 кг на 185 км $-2 \cdot 2 \cdot 5=20$ л.
13. Цена 8 роз $4 \cdot 3=12$ лари. Цена одной розы 1,5 лари.
15. $7a=210^\circ$ т.е. белые – $60^\circ=2a$.
 Зеленые: красные: белые: голубые: $=5:3:2:2$
16. Цена мяча $6 \cdot 7=42$ лари. Если их будет 7, каждому придется внести по 6 лари.
17. I – x ; II – $x+0,7$; III – $x+1,4$
 $\frac{3x+2,1}{3}=8,9$ $\frac{3(x+0,7)}{3}=8,9$ $x=8,2$
18. I – прошел $3x$ км, II – $2x$ км. $5x=280$ км $x=56$ км. I прошел 168 км, а II – 112 км.
20. Спал $8ч = \frac{1}{3} \cdot 24$ ч, т.е. $\frac{1}{3}$ суток. Земля повернется на $360^\circ \cdot \frac{1}{3} = 120^\circ$.

Решения, указания

Задачи для любителей математики

1. Цифры: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Сумма всех цифр 45, т. е. мы должны выбрать 4 или 5 цифр (в зависимости от того, участвует ли 0 в записи этого числа), сумма которых – 6. Начнем с наименьших цифр $0+1+2+3=6$. Сумма остальных четверок будет больше 6, т.е. цифры, которые не участвуют в записи данного числа: 0; 1; 2; 3.

2. $412-365=47$.

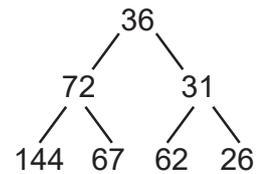
3. (1 и 0); (2 и 5); (2 и 8) (указание: делится на 15, то есть делится на 5 и 3, то есть ищем $46*70$ или $46*75$. Сумма цифр должна делиться на 3).

4. Потому что ровно 10 чисел, кратных 9, поэтому n больше 90 и меньше 100. Поскольку мы ищем наибольшее количество, возьмем $n=99$.

а) от 1 до 99 32 числа, кратных 3; б) $99:5=19$ (остаток 4), т.е. 19 чисел, кратных 5.

5. Известно, что, если число четное, разделим его на 2, если нечетное – прибавим 5.

Пойдем обратным путем, т.е. чтобы перейти к предыдущей позиции, число нужно умножить на 2 или вычесть из него 5. Так как было выполнено только 2 операции, построение древовидной диаграммы нужно закончить здесь, т. е. это число 67.



6. $36=12\cdot3$ и $48=12\cdot4$. Если разделить на 12 групп, то в каждой группе будет 3 мальчика и 4 девочки. Заметим, что теперь мы нашли максимальное количество групп, – 12. Любой общий делитель чисел 36 и 48 – это то число, на сколько групп можно разделить класс. Их общие делители: 2, 3, 4, 6 и 12.

7. Представим, что все числа разложили на множители и в таком виде записали произведение. 0 или сомножитель 10 дает нам $2\cdot5$. Очевидно, что в таком представлении произведения, естественно, двоек больше, чем пятерок. Т.е. считаем количество сомножителей, равных 5:

а) от 1 до 5 кратные 5: 5, 10, 15, 20, то есть 4 пятерки. Нулем оканчиваются 4 числа.

б) от 1 до 25 включительно кратны 5 – 5; 10; 15; 20 и 25 – всего пять, но сомножитель $25=5\cdot5$ содержит 2 раза 5, т. е. количество пятерок равно 6.

в) до 29 кратные 5 не добавляются, ответ: 6. Мы предлагаем вам другую форму подсчета;

г) нас интересует, сколько чисел, кратных 5, среди чисел от 1 до 150? Для этого $150:5=30$, но сюда из чисел, кратных 25, вошло только одно – пятерка. Теперь узнаем, сколько чисел, кратных 25, для этого: $150:25=6$. Кроме того, число $125=5\cdot5\cdot5$ содержит произведение 3 сомножителей – пятерок. Отсюда одна уже вошла в подсчеты как число, кратное 5, вторая, – как число, кратное 25. Для того, чтобы не пропустить третью, посчитаем сколько чисел от 1 до 150, кратных 125, т. е. $150:125=1$ (остаток 25). Ответ: $30+6+1=37$.

д) теперь мы можем суммировать и решить общий вариант. Рассмотрим задачу: сколькими нулями оканчивается произведение чисел от 1 до 650? ($5^4<650<5^5$)
[a]≡a – целая часть числа.

Количество сомножителей «5» от 1 до 650 подсчитывается следующим образом:

$$\left[\frac{650}{5}\right]+\left[\frac{650}{25}\right]+\left[\frac{650}{125}\right]+\left[\frac{650}{625}\right]=130+26+5+1=162$$

(Обратите внимание, что ученикам, конечно, нет необходимости использовать символ $[a]$. Мы применили его, чтобы проще представить для вас решение. Проведите аналогичное рассуждение с учащимися для случая «г»).

8. Выпишите числа, кратные 5: 5;10;15;20;25;30;35;40;45;50.

$$1+1+1+1+2+1+1+1+1 .$$

Начнем считать количество сомножителей, равных 5, и остановимся там, где сумма станет равной 10. Это число 45. Отметим, что из чисел 45; 46; 47; 48; 49 все удовлетворяют условию задачи. Наименьшее среди них – 45.

9. $66=2\cdot 3\cdot 11$. Поскольку 11 – не цифра и больше не разлагается, ответ отрицательный.

10. В любом месяце все дни недели с 1 по 28 число встречаются 4 раза (4 полные недели). При этом, если среди чередующихся четных и нечетных дней недели понедельник пришелся на 8-е число, следующий понедельник будет $8+7=15$ число, и еще следующий $15+7=22$ число. Т.е. с 1 по 28 число каждый день недели был 2 раза четным и 2 раза нечетным числом. Поскольку в некотором месяце было три четных воскресенья, третье из них обязательно было бы 30-ым числом. Чтобы «приблизиться» к 17, $30-2\cdot 7=16$ было воскресеньем, т. е. 17-е было понедельником.

11. Обозначим эти числа a и b . Поскольку они нечетные, запишем формулу нечетного числа: $a=2k+1$; $b=2n+1$.

$$a+b=2k+1+2n+1=2(k+n+1) \text{ четное.}$$

$$a-b=2k+1-2n-1=2(k-n) \text{ нечетное.}$$

12.  Заметим, чтобы соединить n вагонов, нужно $n-1$ соединений. Чтобы соединить 7 вагонов, нужно 6 соединений. Ответ: $7\cdot 17+6\cdot 1,4=203$ метра.

13. $\frac{x}{2}+3=2x-3$, т. е. $1,5x=6$, отсюда $x=4$.

14. Начнем считать с конца. Авто взял 4 шоколадки, которые составили $1/3$ остатка, т. е. к приходу Авто было 12 шоколадок. Эти 12 шоколадок оставил Ника (он взял $1/3$ того, что было), т. е. к приходу Ники оставалось 18 шоколадок. Их оставила Ани. Ани взяла 9, то есть к ее приходу было 27 шоколадок. Мама оставила 27 шоколадок.

Для решения задач такого типа часто используется таблица.

	Оставалось	Взял (а)	Осталось
Ани	27(9)	9(8)	18(7)
Ника	18(6)	6(5)	12(4)
Авто	12(3)	4(1)	8(2)

(1) Номер, указанный в скобках, указывает последовательность проведенных нами рассуждений. К приходу Анны было столько шоколадок, сколько оставила мама, т.е. 27.

15. Поскольку велосипедисты движутся во встречном направлении, то расстояние между ними покрывается со скоростью, равной сумме скоростей, т. е. 30 км/ч. Так как до встречи осталось 3 часа, через 3 часа они вдвоем проедут $3\cdot 30=90$ км.

16. $\frac{1}{5}$ часть арбуза весит $\frac{4}{5}$ килограмма. Весь арбуз весит $5 \cdot \frac{4}{5} = 4$ кг.
17. Скорость эскалатора составляет $\frac{1}{3}$ часть/мин. Собственная скорость человека составляет $\frac{1}{4}$ часть/мин. Скорость поднимающегося по эскалатору человека – $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ часть/мин. Допустим, поднимется за t мин, тогда $t \cdot \frac{7}{12} = 1$, т. е. $t = \frac{12}{7}$ мин.
18. 100 детей за 9 дней выпьют столько молока, сколько 300 детей за 3 дня, т.е. 600 литров молока.
19. Запустим оба вида часов. Когда песок в верхней части 7-минутных часов закончится, перевернем и те, и другие часы. В 11-минутных оставалось песка на 4 минуты. Когда истекут и эти 4 минуты, перевернем 7-минутные часы, в них останется песка на 4 мин. Когда истекут и они, яйцо будет сварено. Понадобится переворачивать часы всего три раза.
- I поворот: истекло 7 минут;
 II поворот: истекло 4 минуты;
 III поворот: истекло 4 минуты;
 всего 15 минут.
20. В диапазоне от 1 до 100 чисел, кратных 3, – 33 числа, кратных 5, – 20. Но (числа, кратные как 3, так и 5) числа, кратные 15, отмечены дважды, т. е. в сумме $33+20$ числа, кратные 15, сосчитаны дважды. От 1 до 100 количество чисел, кратных 15, составляет $[\frac{100}{15}] = 6$. Правильный ответ: $33+20-6=47$.
21. Подсчитаем количество цифр в числах 1234 ... 454647484950. Однозначных – 9 и двузначных – $50-9=41$. Количество цифр $9+41 \cdot 2=91$, т. е. оставшееся число является 11-значным (отсюда количество 0 равно 5. Последний 0 нас не интересует): а) оставляем 10000 ... последний ноль в этой записи мы получили из 40, затем 414243 ..., из которых вычеркнем четверки, останется 10000123456. б) 9999 ... Здесь последнюю 9 получили из 39, а затем следует 4041424344454647484950. Затем, чтобы получить наибольшее число в следующем разряде, мы начинаем с семерки, т.е. получаем число 99997484950.
24. Числа, сумма цифр которых равна 16: 79; 88; 97. Нашему условию удовлетворяет 79.
25. 96; 87; 78; 96. Условию удовлетворяет 96.
26. Мальчик рассуждает так: если бы на мне была черная шляпа, мой брат сразу сказал бы, что на нем белая шляпа (черная шляпа одна). Но он этого не говорит, значит на мне – белая шляпа.
27. Очевидно, что лари не потерял. Официанту – 25; молодым людям – 3; маленькому мальчику – 2 лари: $25+3+2=30$. Ошибка в рассуждении заключается в том, что молодые люди заплатили 27 лари, а должны были заплатить 25 лари. 2 лари из 27 – у мальчика и 25 лари – у официанта.
28. Пронумеруем кучки 1; 2; 3; ... 10. Возьмем 1 монету из первой, 2 – из второй, 3 – из третьей и так далее, 10 из 10-й. Чтобы сюда не попала фальшивая монета, вес должен быть $1+2+\dots+10=11 \cdot 2=55$. На сколько граммов меньше 55 будет вес монет, столько фальшивых монет и будет, и это количество будет номером кучки.

29. Заполним таблицу:

Токарев	Слесарь	+	-	-	-
Слесарев	Токарь или кузнец	-	+	-	-
Столяров	Токарь или кузнец	-	-	+	-
Кузнецов	Токарь	-	-	-	+

В этой таблице мы упорядочили условие, из которого, рассуждая, можем сделать вывод, что Токарев – слесарь.

31. Это число двухзначное и кратно 31, т. е.:

а) если из 31 стереть 3, получим 1. $31:31=1$

б) если из 62 стереть 6, получим 2. $62:31=2$

в) если из 93 стереть 9, получим 3. $93:31=3$

32. Одноклеточных – 9; двуклеточных – 4 и девятиклеточных – 1, т. е. всего $9+4+1=14$ штук.

33. $10+20+30+40=100$ 

$10+10+20+30=70$ 

$2 \cdot 10+2 \cdot 20=60$ 

Колодец надо вырыть у среднего дома.

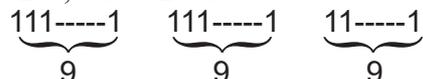
34. 8 зеленых; 6 синих; 3 желтых.

а) достанем 8 зеленых и 6 синих – всего 14; ответ: 15.

б) достанем 6 шариков – по два шарика разных цветов. 7-й будет удовлетворять условию.

в) $14+2=16$.

35. $12 \cdot 3,5+x=12 \cdot 4$ $x=6$

36. 

кратные 9

Чтобы число, состоящее из единиц, делилось на число, состоящее из девяти девяток, количество единиц должно быть кратно $9 \cdot 9=81$.

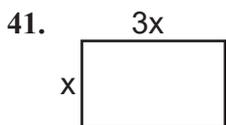
37. На любом этапе к количеству листов прибавляется 4, сначала было 5 листов. На каждом этапе будет $4n+5$, т. е. $2008-5$ должно быть кратно 4. Невозможно.

38. На любом листе одна страница четная, одна — нечетная. Их сумма нечетна, сумма номеров страниц 25 листов тоже должна быть нечетной.

39. Носовые платки $25 \times 25=625 \text{ см}^2$. $3 \text{ м}^2=30000 \text{ см}^2$, т.е. использует 48 платков по 6 штук в день.

40. $x=\frac{12}{y}$. y должен быть делителем 12.

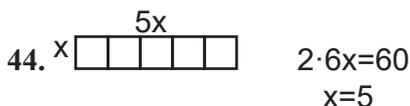
$y=1; 2; 3; 4; 6; 12$, соответственно $x=1; 2; 6; 3; 2; 1$.



Периметр – $8x$, x – натуральное число и $8x$ меньше 15, т.е. $x=1$. Стороны 1 и 3, площадь равна 3 см^2 .

42. Последняя цифра числа *32* должна быть четной, и сумма цифр кратна 9: 4320; 2322; 9324; 7326; 5328.

43. Последняя цифра числа *91* – 0 или 5 и сумма цифр кратна 9. Это числа: 8910; 3915.



периметр $4x = 4 \cdot 5 = 20$

46. Нужно, чтобы количество хвостов и голов стало четным (если отрезать по два).

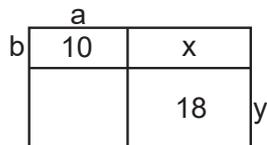
- 1) отрезали один хвост, стало 4 хвоста;
- 2) отрезали один хвост, стало 5 хвостов;
- 3) отрезали один хвост, стало 6 хвостов.

Теперь отрежем по два хвоста, на месте каждого отрезанного хвоста появится одна голова, т. е. станет 6 голов, которые отрежем попарно.

47.

528	2	528=
64	2	= $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$
123	2	
66	2	Нино 4;
33	3	Лика 11;
11	11	Зура 12.

48. По чертежу видно, что $2a+2b=10$ и $2x+2y=18$ – стороны большого прямоугольника. $a+x$ и $b+y$. т. е. его периметр- $2a+2x+2b+2y=28$.



49. $p=2008$.

Т. е. сумма длин сторон 1004, так как это целые числа, сосчитаем попарно (1; 1003) (2; 1002) (502; 502), всего 502 пары. $p=2010$.

т.е. сумма длин сторон 1005, запишем пары (1;1004) (2;1003)....(502;503) опять 502 пары.

Т. е. равно.

50. 960.



51. Если объясним ученикам, что из каждой точки можно провести $n-1$ хорду (n количество точек). То общее количество хорд будет $\frac{n(n-1)}{2}$, т. е. можно задать вопрос: произведение каких двух последовательных чисел равно 20? Это 4 и 5. Количество точек равно 5.

52. Для любой точки будет 9 отрезков с началом в этих точках, т. е. должно быть 90 отрезков, но так как $AB=BA$ – количество отрезков равно $\frac{9 \cdot 10}{2} = 45$.

53. Это число – $9k+5$. Число, в 2 раза большее, – $18k+10$.

а) остаток при делении на $9 - 1$;

б) остаток при делении на $3 - 1$.

54. $a = \frac{3}{5}b$; $b = \frac{5}{3}a$. Ответ: $\frac{5}{3}$ части.

55. $m = 9n$; $n = \frac{m}{9}$.

56. $a = \frac{1}{4}b$; $a + b = \frac{1}{4}b + b = \frac{5}{4}b$.

57. $\frac{24n}{13} = \frac{5m}{2,6}$; $\frac{24n}{1} = \frac{5m}{0,2}$; $4,8n = 5m$.

$$\frac{m}{n} = \frac{4,8}{5} = 0,96 = \frac{24}{25}$$

Образцы итоговых работ

Образец № 1

1. Автомобиль проехал 363 км за 6 ч. Сколько километров проедет автомобиль с той же скоростью за 2 часа?
2. Вычисли:
 $(19,65 : 12 + 16,016 : 4) - (0,873 : 30 + 31 : 16);$
 $(18,9 : 14 - 24,3 : 18) + (30,8 : 14 + 79,5 : 15).$
3. Дана сумма четырех чисел: $0,65 + 0,85 + 0,38 + 0,86$. Если уменьшить все четыре числа на одно и то же число x , сумма станет равна 4,22. Найди число x .
4. Три понедельника некоторого месяца совпали с четными числами. Каким днем было 20-е число этого месяца?
5. Чтобы оклеить стены в комнате, необходимо 48 м обоев, ширина которых 0,5 м. Сколько метров обоев понадобится для этой комнаты, если ширина обоев будет 0,4 метра?

Образец № 2

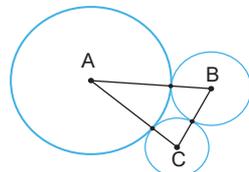
1. Назовите наибольшее и наименьшее числа, которые при делении на 11 с остатком в частном дадут 12.
2. Выполни действия: $(5,1 : 17,0 + 0,051 : 1,7) \cdot 4,7 - 0,1451 : 0,1$
3. В кафе 1 имеретинский хачапури стоит 6 лари, мингрельский – 8 лари, пицца – 7 лари. У кафе есть сервис доставки на дом, который подразумевает дополнительную плату за услугу. Сколько будут стоить 2 имеретинских, 2 мингрельских хачапури и 3 пиццы с доставкой на дом? Как ты думаешь, достаточно ли этих данных для ответа на вопрос? Если недостаточно, то какое условие ты бы добавил?
4. Сколько существует двузначных чисел, кратных:
а. 3; б. 5; в. 7?
5. Вторая цифра состоящего из трех цифр кода сейфа не делится на 3, а последняя цифра – 4, 7 или 8. Сколько попыток необходимо предпринять, чтобы открыть сейф (код не может начинаться нулем)?

Образец № 3

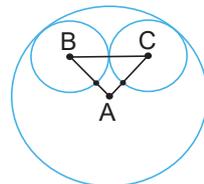
1. Реши уравнения:

а. $x - \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{14}\right) = \frac{2}{7}$; б. $x - 5 = \frac{2}{7} - \frac{3}{11}$;
в. $x - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} - \frac{2}{3}$; г. $x - \frac{5}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$.

2. Три окружности с центрами в точках А, В и С и радиусами 10 см; 5 см и 4 см касаются друг друга внешним образом. Найдите периметр треугольника АВС.



3. Заяц бежит со скоростью 4 м/сек. За ним на расстоянии 20 м бежит лиса со скоростью 6 м/сек. Успеет ли заяц добежать до норы, если расстояние между ним и норой 38 м? Реши задачу для случая, если:



- а. скорость зайца 3,5 м/сек; 5 м/сек;
б. расстояние от зайца до норы – 42 м.

4. На ферме $\frac{3}{4}$ всей птицы – куры, а остальные – индейки. Сколько всего птицы на ферме, если количество индеек 210?

5. Вычисли:

$$\left(\frac{(2,7 - 0,8) \cdot 2\frac{1}{3}}{(5,2 - 1,4) : \frac{3}{70}} + 0,125 \right) : 2\frac{1}{2} + 0,43$$

Образец №4

1. Вычисли: $\left(\frac{3}{4} : \frac{3}{100} - 23\frac{1}{2}\right) : 1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + 1\frac{1}{6}$.

2. В школе изучают английский, немецкий и французский языки. Каждый ученик изучает в школе только один язык. Английский учат $\frac{2}{3}$ общего числа учеников, а немецкий – $\frac{4}{15}$. Сколько всего учеников в школе, если французский изучают 92 ученика?

3. Один рабочий может построить стену за 8 дней, а второй – за 6 дней. За сколько дней построят стену оба рабочих вместе?

4. Стороны прямоугольника увеличили в одно и то же число раз. Чему равна длина полученного прямоугольника, если его ширина 4,5 см, а первоначальная длина и ширина прямоугольника были соответственно – 3 см и 1,5 см?

2. Суммы денег у Эки и Маки относятся как 3:5, а у Маки и Машо как 4:5. В каком отношении находятся деньги Эки и Машо?

Инструкция к заданиям с использованием ИКТ

Желательно, что бы ученики в VI классе скачали новую версию динамической математики Geogebra. Geogebra – это бесплатная программа, написанная на языке программирования Java, которую можно скачать из Интернета. Пользуясь этой программой учащиеся (с помощью учителя) могут решать как геометрические, так и алгебраические задания. Работать в программе нетрудно, но на начальном этапе предлагаем вам инструкцию, как пользоваться ею и выполнять задания, приведенные в Книге ученика для VI класса (194-197).

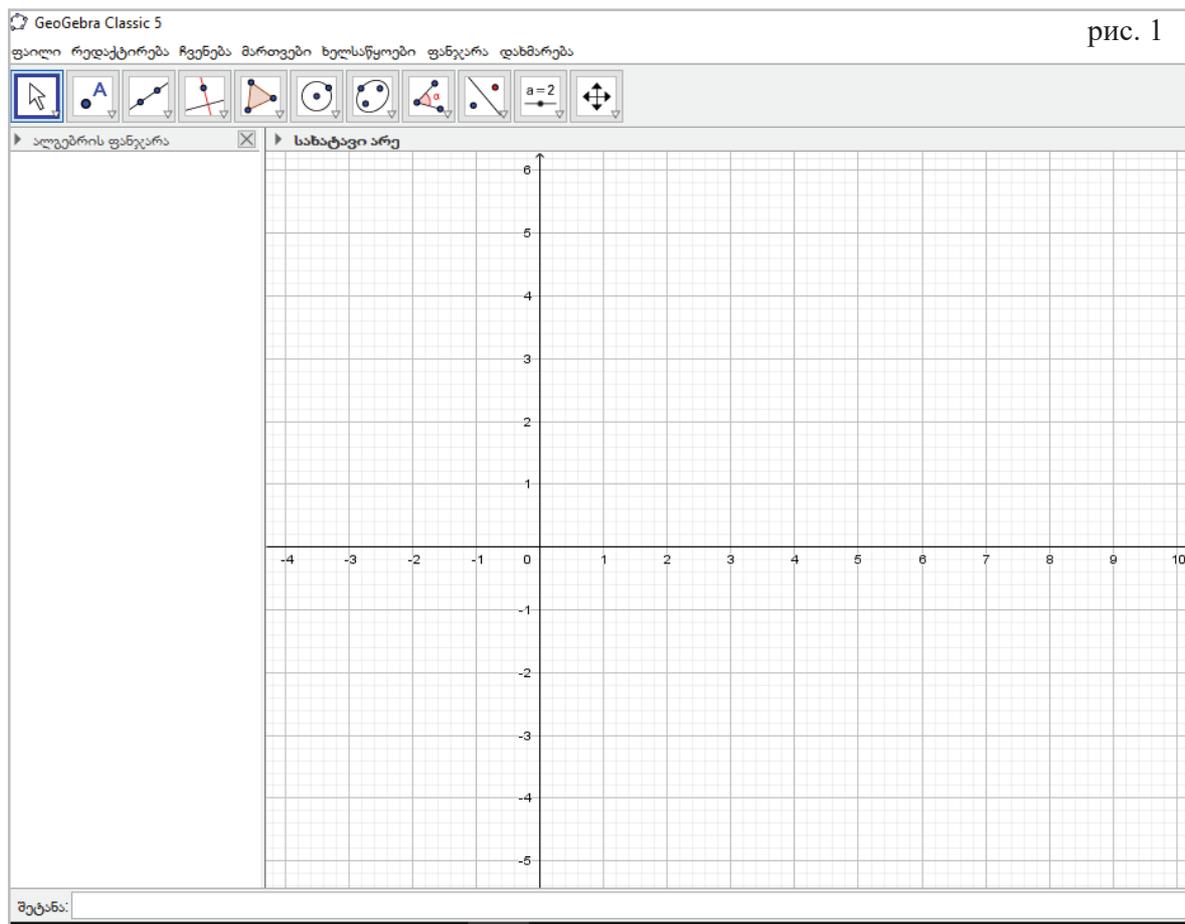


рис. 1

Задание 1

Построй фигуры:

- треугольник
- прямоугольник
- квадрат
- четырехугольник
- круг
- пятиугольник

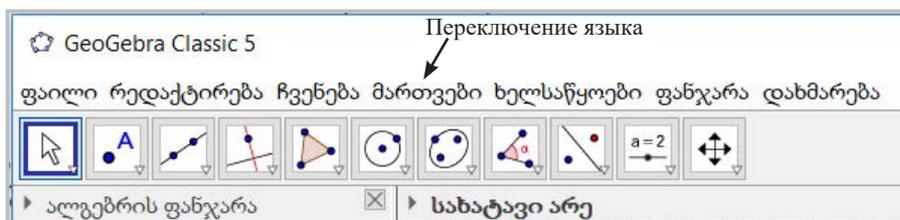
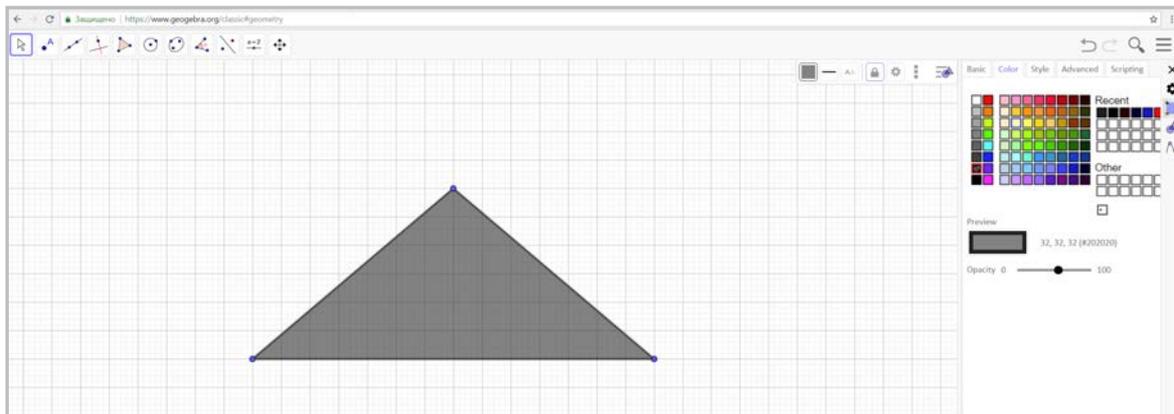


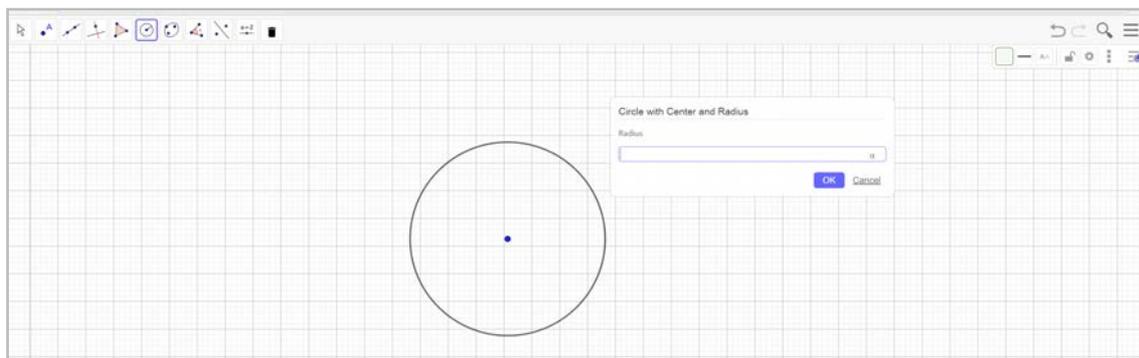
рис. 2

1. Треугольник. На панели инструментов щелкните «мышкой» на значок . «Кликните» на поле для чертежа сначала один раз, появится точка, затем второй раз – появится вторая точка, а затем опять на первую точку. Треугольник сомкнулся. Для раскраски треугольника нажмите на значок , затем на треугольник. Появится окно, с помощью которого вы сможете выбрать желательный цвет для раскраски внутреннего пространства фигуры.



2. Прямоугольник – Аналогично строим прямоугольник. Постараемся, чтобы стороны прямоугольника совпадали с линиями сетки, чтобы соблюдать точность чертежа. Нажатие на значок  обеспечивает прочность фигуры. Если нажать «мышкой» на значок  и подвести к точке, с которой вы начали построение прямоугольника, данную фигуру можно будет перенести в любое другое место. В конце жмем сперва на значок , после на сетку.

3. Окружность. Построим окружность с центром и с радиусом. Для этого вначале жмем на значок , а затем – на сетку. Появится точка и окно, в котором надо записать число, которому должен соответствовать радиус окружности. Далее жмем на «ОК» и обводим окружность.



Правильные ответы к упражнениям в книге ученика

I Глава

§1. 5. а) 10 б) 100 в) 1000; **20.** 18 мин; **26.** Пакет карамели тяжелее; **29.** Запятая **30.** 2^{12} ; **31.** 29 мин **32.** 48 км/ч;

§2. 10. а) 5 и 6; б) 17 и 18; в) 1 и 2; **12.** Запятая; **14.** увеличилось в 10 раз; **15.** уменьшилось в 10 раз; **17.** а) наименьшее – 16,123; наибольшее – 16, 321; б) наименьшее – 16,056; наибольшее – 16,650; **22.** 2026, 2028; **24.** а) 2021; б) 11400.

§3. 4. а) 26,9; б) 159,57; в) 145,352; г) 81,34; д) 94,41; **8.** 3,1; 3,25; 3,4; 3,55; 3,7; **10.** 6,16 м; **11.** а) В(3); б) В(3,75); в) В(4,67) г) В(1,64); **12.** хватит; **13.** 131 кг; **17.** (20;20) (20;10;5;5) (20;10;10); (10;10;10;10); (10;10;10;5;5) (10;10;5;5;5;5) (10;5;5;5;5;5;5) (5;5;5;5;5;5;5;5).

§4. 9. а) на 28 см; б) на 1 т и 108 кг в) на 9 кг и 773 г; г) 16 kg и 984 gr. **11.** 45,8; **14.** 49,33 лари; **16.** а) В(11,95) б) В(20,3) в) В(6,06) г) В(49,47) **18.** а) $15,37 - 1,2 = 14,17$; **19.** а) 14,8 км/ч б) 10,2 км/ч; **21.** а) 6 л б) 7 л; **22.** 20.

§5. 3. а) 31,61; б) 29,00; в) 17,58; **4.** ≈ 32 лари; **7.** а) 28,5; б) 28,5; **9.** Равно. (указание: сравни суммы соответствующих разрядов); **10.** 150 л.

§6. 3. а) увеличится в 10^5 раз; б) уменьшится в 10^5 раз. **9.** а) 10; б) 100; в) 100; г) 1000; **10.** а) 0,15 м; б) 1,7 м; **24.** 67.

§7. 11. а) 31,8087; б) 91,45; в) 319,73; г) 73,15; **13.** 130 км; 162,5 км; 243,75 км; 552,5 км; **16.** 1,75 л. **17.** $\approx 298,9$ см²; **18.** Уменьшилась; **21.** 25,1 км; **22.** 19,375 км; **23.** 273 л. **24.** 10 ч;

§8. 5. а) 11,58; б) 1,01 в) 2,06; г) 1,09; д) 16,62; е) 3,675; **6.** а) 14,7; б) 32,1; в) 0.164; **7.** 10,59 см; **8.** 4,8 кг; 14,4 кг; **9.** 8,5 см; **10.** 121 км; **11.** а) 3,6749; б) 7,5; **12.** 0,85 л. **15.** а) 3; б) 11; в) 17; г) 2.

§9. 7. а) 10,1 б) 36,2; в) 4,7. г) 1,0381 д) 10,29 е) 30,4; **8.** а) уменьшится б) увеличится; г) уменьшится; д) не изменится; **9.** а) уменьшится в 2 раза; б) увеличится в 2 раза; **10.** 89600 л. **12.** 602 км; **13.** 62,8 л. **14.** 251; **17.** 60 мин; **18.** 4 л. **19.** 195; **20.** 55 км/ч, или 105 км/ч.

§10. 6. 3 м; **8.** 8,64 м³; **9.** 80 см. **10.** а) 7; б) 9 см³; **13.** 80000 л. **16.** 6 кг; 4 дм³; **17.** а) 96; б) 48; в) 8; г) 0; д) 64; **18.** 7 часов; **19.** Пятница.

§12. 1. а) 150 см² б) 54 см² в) 294 см² г) 600 см²; **2.** а) 118 см² б) 190 см²; **4.** а) истинно; б) нет; **6.** 15 мин; **7.** а) $44:4+44$; б) $99:9+9$; в) $55+55-5-5$; **8.** 60 м.

Дополнительные упражнения к I главе: **3.** а) 11,05 б) 9,1 **4.** а) В(3,6) и С(7,8) б) В(2,2) и С(9,2) в) О(0) и С(11,4); **7.** 5; **8.** а) 4 б) 7; **11.** а) 231,1 б) 18; в) 44; **13.** 2 ч; **16.** 1000 мин; **17.** 1200 л; **19.** а) до; рэ; ми; б) д; и; м; с; **27.** 177 м; **28.** 0,4; **33.** 1,4 см; **38.** 150 кг; **39.** 11 лет; **40.** 11 ч 40 мин; **41.** 140 м/мин.

II Глава

§1. 6. а) $2n$ б) $2n-1$; 7. 24; 9. а) 60; б) 124; 10. 173; 11. на 5; на 0; 13. а) истинно; б) ошибочно; в) ошибочно; г) истинно; д) I. 14. простое, если $n=2$; 15. а) пятница; б) четыре; пять. 16. 143; 17. наименьшее -133; наибольшее -142. 18. 83.

§2. 3. нет; 5. а) да б) нет в) нет г) нет; 7. а) нет б) да в) да. 8. а) да; б) нет в) да; 9. а) 75; б) 102; в) 140; г) 272; 12. а) возможно б) нет в) нет; 13. а) да; б) нет; 18. 1080 ч.

§3. 3. а) 2; 3; 5; 4. а) 1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36; 5. а) 1; 2; 5; 11; 10; 22; 55; 110. 6. три; 8. а) 7; б) 13; в) 17; г) 7; д) 19; д) 53; 12. нет; 15. а) 30; б) 18; в) 13; 18. 102,8 км; 19. 29,12 т; 20,8 т; 37,44 т. 20. а) 11, б) 20.

§4. 6. b делится на a. 9. 2 или 4; 10. 11 групп; 11. 16; 12. 3 коробкв; 13. 29 букетов – 5 роз; 3 гвоздики; 14. 20; 16. нет.

§5. 6. а) 60; б) 104; в) 150; г) 180; д) 120; е) 72; ж) 140; з) 75; 7. а) 63; б) 30; в) 270; г) 88; д) 100; е) 44; ж) 660; з) 266; 8. а : b 10. ab; 12. НОК(m;n) • НОД(m;n)=mn. 14. 12 кг; 96 кг; 15. 2 ч; 17. 3 паука и 4 муравья; 18. 421; 20. а) нет б) да в) нет 21. Нато; Лаша; Марика; Ника. 25. а), в), г).

§6. 1. а) 64 б) 48 в) 100; 2. 22; 4. 6; 5. 552; 6. 132; 7. 10; 8. 2; 9. 11; 16; 11. 1; 2; 4; 8; 12. 162; 14. 84; 18. 144 м²; 19. 51; 52; 53; 54; 20. 3.

§7.13. на 4; 16. а) $\frac{1}{20}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{2}{25}$; г) $\frac{3}{20}$; д) $\frac{1}{2}$; 17. а) $\frac{1}{10}$; б) $\frac{3}{20}$; в) $\frac{1}{4}$; г) $\frac{3}{4}$; д) $\frac{9}{20}$; е) $\frac{1}{2}$; 18. а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{5}$; в) $\frac{2}{5}$; г) $\frac{1}{2}$; д) $\frac{3}{5}$; 19. а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{5}{12}$; г) $\frac{1}{4}$; 20. а) $\frac{3}{25}$; б) $\frac{3}{20}$; в) $\frac{1}{4}$; г) $\frac{2}{5}$; д) $\frac{11}{20}$; 21. а) 1; 2; 5; 10; б) 1; 7; 5; 35; в) кратны 77; 22. 2; 3; 4; 6; 8; 12; 25. а) 1; б) 6; в) 4; 28. треугольник.

§8. 5. bd; 11. $\frac{37}{60}$; $\frac{38}{60}$; $\frac{39}{60}$; 12. $\frac{5}{12}$. 13. $\frac{5}{20}$; $\frac{6}{20}$; $\frac{7}{20}$; 14. $\frac{5}{12}$; 17. второй; 18. борзая; 19. а) $\frac{bd}{8}$; б) $\frac{bd}{12}$; 21. 4 ч; 6 ч.

§10. 3. $\frac{7}{30}$; 4. $\frac{8}{15}$; 6. $\frac{13}{40}$; $\frac{39}{40}$; 7. 12 дней; 8. 300 км; 9. 320; 11. а) увеличится; б) уменьшится; 12. 4 ч; 13. 8 ч;

§11. 3. $\frac{5}{12}$; 5. $\frac{7}{12}$; 9. результат Саба; 10. равно.

§12. 9. а) $2\frac{3}{10}$; б) $\frac{11}{30}$; в) 0,12; г) $\frac{1}{3}$; 10. $\frac{1}{8}$; 11. $\frac{31}{84}$; 13. $\frac{11}{30}$; 14. понедельник; 16. 45.

§13. 3. ложно 3-е; 5-е; истинно 4-е; 4. обязательно выполняется б) и никогда д); 5. 1 см, 9 см; 7. 7 см; 8. 11 см; 11. 7.

§14. 1. 30; 2. 30 м; 3. а) возможно; б) возможно; в) нет; г) нет; 5. б; г; 6. 16 см. §16. 3. пересекается; 7. 38 см; 8. 30 см; 10. а) 6; б) 4; 11. 48, 75 км; 12. успеет; 13. 10; 35; 55; 14. 60 л; 15. через 10 лет.

Дополнительные упражнения ко II главе: 2. мальчики; 3. возможно а); невозможно б) и в). 4. 8 ч и 15 мин; 9 ч и 15 мин; 5. 3 кг. 6. $\frac{1}{4}$; 9. в 5 раз; 12. 8 л; 13. 30 см; 14. а) 5 см; б) 11 см; 17. 8 см; 40 см. 23. 70 м; 18. 28; 36; 45; 29. 2397; 30. 10; 31. 496.

III Глава

§1. 12. а) да; б) нет. 13. $23\frac{2}{5}$ м². 14. 2808 км. 15. 55 дм³.

§3. 3. 1,2 га 4. 960 лари 5. 144 лари 6. $\frac{7}{20}$. 7. 640 лари 8. 160 кг; 9. 72. 11. $\frac{49}{100}$. 12. 25. 13. 500 лари; 14. 32 лари. 15. г; 16. 40 лари 17. 24 кг. 18. а) 1,1; б) 40,9. 19. 80 кг; 60 кг; 21. 12 см². 22. 24,5 км; 133,5 км.

§4. 5. 125 280 ц. 6. 102 лари; 9. 13,5 м; $5\frac{1}{4}$ м²; 10. а) 1; б) 6 в) 4; г) $\frac{27}{4}$. 11. а) $\frac{20}{9}$; б) 3; в) 3; г) 5; 13. а) любое; б) любое; в) 4 г) 7.

§5. 3. 1; 4. нет 7. а) 6; б) 14; в) 7; г) 0; д) 1. 8. а) $\frac{1}{3}$; б) 5; в) $\frac{2}{17}$; г) $\frac{5}{4}$. 9. а) 1 мин; б) $\frac{4}{5}$ мин. 11. $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$. 12. а) 28 м; 40 м²; б) 14 м; 10 м²; в) 24 м; 11 м². 13. а) 2000; б) 465; в) 0,3; г) 37.

§6. 5. а) $\frac{8}{9}$; б) 3,5 в) $\frac{1}{3}$; г) 11; д) $\frac{25}{3}$; е) 9; ж) 4; з) $\frac{11}{7}$. 9. 24,45 км; 10. а) $\frac{200}{3}$ м; б) $\frac{50a}{3}$ м/мин.

§7. 1. в 3 раза 2. в 3 раза 3. 650 4. 18 5. 75 км. 6. 30 л. 7. 3000 лари; 8. 840 9. 900 лари. 10. 102. 11. 1380. 12. 45. 13. $\frac{5}{6}$ раза.

§8. 1. 4 дня; 2. 18 мин; 3. $\frac{1}{6}$; 4. 3 ч; 5. из второй; 6. 7,5 ч; 7. 6 ч;

§9. 4. а) 0,58; б) 7; в) $\frac{8}{5}$; г) 2; д) 121; 5. 37 лари.

Дополнительные упражнения к III главе: 1. 84; 3. 1,44 км 4. г) 20, е). 0,5, ж) 2, з) 7. 5. 2520 см; 6. 40 лари; 7. 600; 8. $\frac{5}{36}$; 9. 30; 11. $\frac{7}{8}$ часть; 12. $\frac{30}{11}$; 13. 160 тысяч тонн; 14. 400; 15. за 1ч; 16. $1\frac{2}{5}$ раз; 17. 10; 18. 496; 20. 288 л; 21. 9,6 л; 23. 8; 16; 12.

IV Глава

§1. 2. а) 4:3; б) 6:3; в) 3:9; г) 7:6. 5. а) $\frac{25}{18}$ м/сек; б) $\frac{5}{3}$ м/сек; в) 250 м/сек; г) $\frac{50}{3}$ м/сек. 6. а) $\frac{3}{2}$ км/ч; б) $\frac{36}{5}$ км/ч; в) 144, 000 км/ч; г) 9 км/ч. 8. 2400 га. 11. 15; 12. 9 л; 14. 1200 л; 15. а) $7n + 3$; б) $7n + 6$; 16. 112; 17. Гванца; Тамта; 18. г.

§2. 6. а) $4\frac{4}{7}$; б) $\frac{4}{3}$; в) 0,4. 7. а) С; б) А; в) В. 9. 9 см; 10. в 1,5 раза; 11. а) 3 б) $\frac{31}{18}$; в) 5,9; г) 0,2. 13. 52. 14. 1461; 15. понедельник или вторник; 17. 18.

§4. 1. 30; 6. 2. 12 км; 3. 213. 4. 84; 144; 60. 5. $\frac{8}{21}$. 6. $\frac{12}{25}$. 7. 432 л; 288 л. 8. 40°; 100°. 9. а) 125 км; б) 6 см; в) 18 см. 10. 20 км. 12. 15 см; 13. 36 см; 15. 24; 16. 32 г. 18. а) $\frac{2}{25}$; б) раствор.

§5. 1. труба – 2; ударн. INSTR. – 4; клавиш. INSTR. – 6; струн. – 48. 2. 6. 3. а) 500; б) 250; в) 375; г) 312,50; д) 562,50. 9. а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{5}{12}$; в) $\frac{4}{5}$; г) $\frac{3}{4}$; д) $\frac{5}{12}$. 10. 51 мин. 12. 52.

§7. 2. а) 75; б) 73; в) 65; г) 90. 4. 19. 5. 36. 6. 10. 8. а) 54; б) 55. 14. а) ложн. б) ложн. в) истинно. г) лож. 16. 625 кг; 50 кг; 25 кг.

§8. 1. а) 90; б) 900. 2. 18; 18; 9; 3. а) 4; б) 24. 5. 5050. 6. 1 мин. 7. 24. 8. 6. 10. 87; 11. 2,7; 12. у Сабы – 13 л; Беки – 19 л; Луки – 11 л; Левана – 21 л. 13. 8; 14. 8 января 13ч. 19. а) делится; б) делится в) делится; г) не делится д) делится; е) делится; 20. 15 см²; 20 см.

Дополнительные упражнения к IV главе: 1. 9; 12; 15. 2. 46. 3. 1225. 4. 117 л. 5. 152;
6. 500 г. 7. 12 ч. 8. $3 : 2$. 9. 24 км. 10. 1000 л. 11. а) 6; б) 0,36; в) 35. 12. 20 л. 13. 1,5 л.
14. а) 360; б) 480; в) 600; г) $5 : 3$. 16. $\frac{32}{3}$. 17. 6 л. 18. 8,2; 8,9; 9,6. 19. 168 км; 112 км.

Задачи для любителей математики:

1. 0; 1; 2; 3. 2. 47; 3. (1 и 0); (2 и 5); (2 и 8). 4. а) 32; б) 19. 5. 67. 6. 12. 7. а) 4; б) 6; в)
б; г) 37; д) 162. 8. 45. 9. нет. 10. понедельник. 12. 127,4 метра. 13. 4. 14. 27. 15. 90 км.
16. 4 кг. 17. $12/7$ мин. 19. 600 л. 20. 47. 21. а) 10000123456; б) 99997484950. 22. 1.
24. 79. 25. 96. 29. Токарев. 31. 31; 62; 93. 32. 14. 33. У среднего дома. 34. а) 15; б) 7;
в) 16. 35. 6. 36. 81. 37. нет. 38. нет. 39. 6. 41. 3 см^2 . 42. 4320; 2322; 9324; 7326; 5328.
43. 8910; 3915. 44. 20 см. 45. 2 г. 46. можем. 47. Эка – 1 год, Нино 4 года, Лика – 11
лет и Зура – 12 лет. 48. 28. 49. равно. 50. 960. 51. 5. 52. 45. 53. а) 1; б) 1; 54. $\frac{5}{3}$. 55.
 $\frac{1}{9}$. 57. $\frac{24}{25}$.

Электронные ресурсы для учителя

www.kargiskola.ge – электронный портал состоит из разнообразных, инновационных образовательных учебно-методических интерактивных ресурсов. Через портал учитель начальной ступени может скачать план урока, использовать детские компьютерные игры для групповой и индивидуальной классной работы.

www.learningapps.org – благодаря программе учитель сам может создавать увлекательные учебные ресурсы – тесты, викторины, групповые задания... По мере необходимости, использовать их во время урока, что очень интересно и весело для учеников. **Learningapps** позволяет преподавателю на начальной странице в правом верхнем углу выбрать язык сайта (русский) и ознакомиться с созданными коллегами ресурсами (например, выбрав категорию “математика”), а затем из них выбрать нужный для себя ресурс; далее на верхней панели задать команду “зарегистрировать логин” и перейти по ссылке.

www.khanakademy.org – На сайте представлены интересные тесты, викторины учащихся начальной ступени, однако учителю желательно заранее перевести условия тех или иных тестов.

www.G-pried – Министерство образования, науки, культуры и спорта Грузии при поддержке Агентства США по международному развитию (USAID) реализует проект начального образования и предлагает всем публичным школам Грузии с целью улучшения обучения чтению и математике в начальных классах принять участие в Программе профессионального развития учителей (I-VI).

Geogebra – Новый пакет динамичной математики, написанная на языке программирования Java бесплатная программа, которую можно скачать из Интернета. С помощью этой программы учащиеся (вместе с учителем) смогут выполнять как геометрические, так и алгебраические задания.

Вспомогательная литература

1. А. Бендукидзе. «Математика. Серьезно и весело», «Накадули», Тбилиси. 1977 г.
2. А. Бендукидзе. «Математические очерки». «Легиа» 1995 г.
3. М. Копалеишвили. «Путешествие в страну чисел»: «Ганатлеба», 1989 г.
4. Т. Эбаноидзе. «Статьи о грузинских математиках». «Мецниереба» 1981 г.
5. Энциклопедический словарь юного математика. Издательство «Педагогика». 1985 г.
6. Р. Курант, Г. Роббинс. «Что такое математика?» 3-е изд., испр. и доп. — М.: МЦНМО, 2001.
7. Тбилисская физико-математическая 199-я публичная школа имени В. Комарова – Сборник задач по математике, VI кл., 2010.
8. Я. И. Перельман «Живая математика». Изд. «Наука». 1967 г.
9. Н. Мачарашвили. «Сборник логических задач».
10. А. В. Спивак. Математический праздник. Библиотека Квант. Выпуск 77
11. К. Цискаридзе. «Математические состязания», 1997 г.
11. Т. Бацилашвили, Л. Авалиани. «Головоломки и занимательные задачи», 2005 г.
12. А. Гагнидзе, Д. Леладзе. «Тесты по общим умениям и навыкам», 2006 г.
www.mathsurf.com/5/ch1;
www.project.ex.ac.uk; <http://primes.utm.edu>;
<http://Olympiads.win.tue.nl>;
www.problems.ru;
www.zaba.ru;
www.mathematics.ru;
<http://google.com-golden section>; www.solarviews.com.