

მათემატიკა 9

მასწავლებლის წიგნი

**ნანა ჯაფარიძე
ნანი წულაია
მაია წილოსანი**



სულაკაურის
განმანათლებლო
სისტემის განვითარების
სააგენტო

ს ა რ ჩ ე ვ ი

შესავალი.....	6
სახელმძღვანელოს შესახებ.....	7
მათემატიკა საბაზო საფეხურზე.....	9
შინაარსისა და მიზნების რუკა.....	31
გამეორება.....	34
თემატური მატრიცა.....	34
I თავი	
თემატური მატრიცა.....	44
1.1 არასრული კვადრატული განტოლება.....	53
1.2. კვადრატული განტოლების ამონახსენთა ფორმულები.....	54
2. ზოგიერთი მეორე ხარისხის უტოლობის ამოხსნა.....	55
3. ვიეტას თეორემა.....	56
4. კვადრატული სამწევრის დაშლა მამრავლებად.....	57
I თავის დამატებითი სავარჯიშოები.....	58
II თავი	
თემატური მატრიცა.....	61
1. ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება.....	70
2. წრენილის მხები.....	70
3. ორი წრენილის ურთიერთმდებარეობა.....	71
4. წრენილში ჩახაზული და წრენილზე შემოხაზული სამკუთხედები.....	72
5. წრენილის რკალი.....	73
6. ჩახაზული კუთხე.....	74
7. მხებითა და ქორდით შედგენილი კუთხე.....	75
8. მართკუთხა სამკუთხედის თვისებები.....	76
9. ორი წრენილის საერთო შიგა და საერთო გარე მხები.....	77
10. წრენილში ჩახაზული ოთხკუთხედი.....	78
11. წრენილზე შემოხაზული ოთხკუთხედი.....	79
12. პროპორციული მონაკვეთები წრეში.....	80
13. წესიერი მრავალკუთხედები.....	80
14. წრენილის სიგრძე, წრის ფართობი.....	81
15. რამდენიმე საინტერესო ამოცანა.....	82
II თავის დამატებითი სავარჯიშოები.....	83
III თავი	
თემატური მატრიცა.....	89
1. ღერძული სიმეტრია.....	98
2. ცენტრული სიმეტრია.....	99
3. პარალელური გადატანა.....	100
4. ფუნქცია, ფუნქციათა თვისებები.....	101
5. წრფივი ფუნქცია.....	103

6. ამოვიცნოთ წრფივი ფუნქცია.....	105
III თავის დამატებითი სავარჯიშოები.....	106
IV თავი	
თემატური მატრიცა.....	108
1. კვადრატული ფუნქცია.....	121
2. $y=x^2$ ფუნქცია.....	121
3. $f(x)=x^2+c$ ფუნქცია.....	122
4. $f(x)=(x-d)^2+c$ ფუნქცია.....	123
5. $y=ax^2$ ფუნქციის გრაფიკი.....	124
6. $y=ax^2+bx+c$ ფუნქციის გრაფიკი.....	125
8. პარაბოლის მდებარეობა საკოორდინატო ღერძების მიმართ.....	126
9. კვადრატული ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობა.....	127
10. კვადრატული უტოლობის ამოხსნა.....	128
11. ამოვხსნათ ერთუცნობიან უტოლობათა სისტემა.....	129
12. ორუცნობიანი უტოლობის ამოხსნა.....	130
13. მეორე ხარისხის ორუცნობიან განტოლებათა სისტემის ამოხსნა.....	131
IV თავის დამატებითი სავარჯიშოები.....	132
V თავი	
თემატური მატრიცა.....	138
1. სამკუთხედების მსგავსება.....	149
2. სამკუთხედების მსგავსების I ნიშანი.....	150
3. სამკუთხედების მსგავსების II ნიშანი.....	151
4. სამკუთხედების მსგავსების III ნიშანი.....	152
5. პროპორციული მონაკვეთები მსგავს სამკუთხედებში.....	153
6. მსგავსი სამკუთხედების ფართობების შეფარდება.....	153
8. მსგავსების მეთოდი გეომეტრიულ აგებებში.....	155
V თავის დამატებითი სავარჯიშოები.....	156
VI თავი	
თემატური მატრიცა.....	161
1. რიცხვითი მიმდევრობა.....	170
2. არითმეტიკული პროგრესია.....	171
3. არითმეტიკული პროგრესიის პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა.....	172
4. გეომეტრიული პროგრესია.....	174
6. გეომეტრიული პროგრესიის პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა.....	175
VI თავის დამატებითი სავარჯიშოები.....	177

VII თავი

თემატური მატრიცა.....	178
კომპლექსური დავალება.....	185
1. კომბინატორიკის ამოცანები.....	185
2. გადანაცვლება, წყობა.....	187
3. ჯუფთება.....	188
4. ალბათობის კლასიკური განმარტება.....	189
5. ამოვხსნათ ამოცანები ალბათობათა თეორიიდან.....	190
6. ფოთლებიანი ღეროების მსგავსი დიაგრამა.....	193
VII თავის დამატებითი სავარჯიშოები.....	194

VIII თავი

თემატური მატრიცა.....	199
1. ვექტორის ცნება. ტოლი ვექტორები.....	209
2. ვექტორების შეკრება.....	209
3. ვექტორების სხვაობა.....	209
4. ვექტორის გამრავლება რიცხვზე.....	210
5. ვექტორის კოორდინატები.....	211
6. ვექტორის კოორდინატები.....	212
8. მართობი, დახრილი, გეგმილი. მანძილი ნერტილიდან სიბრტყემდე.....	213
9. სივრცული სხეულები.....	214
9.1. პრიზმა, ცილინდრი.....	214
9.2. პირამიდა, კონუსი.....	214
VIII თავის დამატებითი სავარჯიშოები.....	215
შემაჯამებელი სამუშაოების ნიმუშები.....	219

შესავალი

IX კლასში მათემატიკის საგნის სწავლების ძირითადი მიზანია მოზარდში კვლევის ჩვევის, აგრეთვე ანალიტიკური, ლოგიკური, სისტემური და სიმბოლური აზროვნების გამომუშავება. მათემატიკის სწავლამ მოსწავლეს უნდა შესძინოს ის უნარ-ჩვევები, რომლებიც მას დაეხმარება ცხოვრებისეული, პრაქტიკული პრობლემების გადაჭრაში.

ეროვნული სასწავლო გეგმის დანიშნულებაა დაეხმაროს სასკოლო განათლების პროცესის მონაწილეებს ამ პროცესის დაგეგმვასა და წარმართვაში.

ეროვნულ სასწავლო გეგმაში აღწერილია ის სავალდებულო მოთხოვნები, რომლებსაც უნდა აკმაყოფილებდეს ყველა მოსწავლე სასწავლო წლის დასრულების მერე. ეს მოთხოვნები თითოეული მიმართულებისათვის შედეგებისა და მათი ინდიკატორების ენაზეა ჩამოყალიბებული.

შედეგი არის დებულება იმის შესახებ, თუ რა უნდა შეძლოს მოსწავლემ სწავლის მოცემული საფეხურის დასრულების შემდეგ.

ინდიკატორი არის დებულება იმ ცოდნისა და უნარ-ჩვევების დემონსტრირების შესახებ, რომელიც ჩამოყალიბებულია შესაბამის შედეგში. ინდიკატორის ძირითადი დანიშნულებაა იმის წარმოჩენა, მიღწეულია თუ არა შედეგი. ინდიკატორი ორიენტირებულია უნარ-ჩვევებზე და ჩამოყალიბებულია აქტივობის ენაზე.

IX კლასის წარმოდგენილი სახელმძღვანელოს დანიშნულებაა ხელი შეუწყოს ეროვნული სასწავლო გეგმით გათვალისწინებული უნარ-ჩვევების გამომუშავებას.

სახელმძღვანელო ფარავს სტანდარტის ყველა შედეგს.

მასალის მიწოდების ძირითადი მეთოდური ორიენტირია პრობლემური თხრობა. მოსწავლე არის გაკვეთილის ახსნის აქტიური მონაწილე.

გაგაცნობთ წიგნის სტრუქტურას:

თითქმის ყველა პარაგრაფი იწყება სიტუაციური ამოცანით, მაპროგოცირებელი შეკითხვით ან ისეთი ამოცანით, რომელიც მოსწავლისაგან კვლევას მოითხოვს და რომელიც იძლევა ვარაუდის გამოთქმის საშუალებას. გაკვეთილის ეტაპები გამოყოფილია აქტივობებით, რითიც მოწმდება ახალი მასალის ათვისების ხარისხი. ვარსკვლავით მონიშნულია ამოცანები მაღალი შეფასებისათვის.

მასწავლებლის სარეკომენდაციო წიგნში მოცემულია ამოცანების ამოხსნის ნიმუშები, აქტივობების მიზანი, დანიშნულება, სავარაუდო და სწორი პასუხები, საკონტროლოს ნიმუშები. მოცემულია შეფასების ძირითადი კრიტერიუმები, დამხმარე ლიტერატურა მასწავლებლისათვის.

აგრეთვე, გთავაზობთ სავარაუდო საათობრივ ბადეს. სარეზერვო საათები გვაძლევს საშუალებას, რომ ზოგიერთ გაკვეთილს მასწავლებელმა მეტი დრო დაუთმოს, გამოიყენოს თავისი შეხედულებისამებრ.

სახელმძღვანელოს შესახებ

მიზანი

IX კლასში მათემატიკის სწავლების ძირითადი მიზანია მოზარდში აზროვნების უნარის განვითარება, ლოგიკური და კრიტიკული დამოკიდებულების ჩამოყალიბება, მათემატიკის იმ „ანბანის“ ათვისება და გათავისება, რომელზეც უნდა დაშენდეს შემდგომი ცოდნა.

მოსწავლის წიგნის სტრუქტურა

სახელმძღვანელო დაყოფილია თავებად. ყოველი თავი დაყოფილია პარაგრაფებად. აქედან თითოეულს ახლავს „ტესტი თვითშემოწმებისათვის“ და თავის დამატებითი სავარჯიშოები, რომლებიც, ერთი მხრივ, გავლილი მასალის გამყარებასა და ღრმად გააზრებას ემსახურება, მეორე მხრივ კი – იმ უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბებას, რაც მათ მოამზადებს მათემატიკის „სილამაზის“, ლოგიკისა და თანმიმდევრულობის აღსაქმელად.

არასტანდარტულად დასმული ამოცანა ან შეკითხვა მოსწავლის მხრიდან იწვევს ერთგვარ შიშს, თუ ის ამას მიჩვეული არ არის. მათი დაძლევა და სირთულეების გადალახვა მოსწავლეში იწვევს თავდაჯერებულობას, აცხოველებს ინტერესსა და მათემატიკის სიყვარულს. ამის გათვალისწინებით, IX კლასში მოსწავლის წიგნში შევიდა არასტანდარტული ამოცანები. მათი დაძლევა მერვეკლასელებს აღარ გაუჭირდებათ, ვინაიდან წინა კლასებში უკვე აკეთებდნენ მსგავს ამოცანებს მასწავლებლის მითითებით. ეს ამოცანები საშუალებას იძლევა, მასწავლებელს ხელთ ჰქონდეს სამუშაო იმ მოსწავლეებისათვის, რომლებიც კლასთან შედარებით უფრო სწრაფად ითვისებენ მასალას. ზემოხსენებული ამოცანები ხელს უწყობს მოსწავლეთა ინტერესის გაღვიძებას, კრიტიკული აზროვნების ჩამოყალიბებას, პრობლემებისადმი სხვადასხვა მიდგომას. მათი ხშირად ჩართვა საგაკვეთილო პროცესში ხელს შეუწყობს მათემატიკურ წრეებში მუშაობას (თუ ასეთი წრეები არსებობს სკოლაში) ან ნაწილობრივ მაინც შეასრულებს ამ ფუნქციას, წრის არარსებობის შემთხვევაში. მასწავლებელს თავადაც შეუძლია, შეადგინოს მსგავსი ამოცანები მოცემული ნიმუშების მიხედვით. ამ ამოცანათა ამოხსნის ჩვენ მიერ შემოთავაზებული ხედვა დაეხმარება მასწავლებელს და შესძინს არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის ხერხების გამოყენების გამოცდილებას, რაც ცალსახად ხელს შეუწყობს მის პროფესიულ განვითარებას.

წიგნის დასაწყისში მოცემულია ტესტები და ისინი განვლილი მასალის გამეორებას ემსახურება. მასწავლებელს შეუძლია, საკუთარი შეხედულებისამებრ დაუთმოს მათ დრო და ეტაპობრივად მიაწოდოს მოსწავლეებს.

ჩვენი რეკომენდაციით:

ა) პირველი თავის შესწავლის წინ სასურველია 1-ლი, მე-2 და მე-3 ტესტების მიწოდება - მოსწავლეები გაიხსენებენ რიცხვით სისტემებს, პროპორციას, პროცენტს; ამოხსნიან გამოთვლებთან და რაოდენობის შეფასებასთან დაკავშირებულ ამოცანებს;

ბ) მესამე თავის წინ ტესტი 5 მივანოდოთ, რომელიც ფუნქციასა და მასთან დაკავშირებულ ცნებებს გაახსენებს მოსწავლეებს;

გ) მეოთხე თავის წინ მოსწავლეებს გავახსენოთ უტოლობა - ტესტი 7;

დ) მეშვიდე თავის წინ გავახსენოთ ლოგიკის ელემენტები - ტესტი 8;

ე) გეომეტრიისთვის განკუთვნილი მე-9, მე-10 და მე-11 ტესტები მივანოდოთ, შესაბამისად, გეომეტრიის მეორე, მეხუთე და მერვე თავებისთვის.

ახალი მასალის უკეთ ათვისების მიზნით მოსწავლის წიგნში გაკვეთილების უმეტესობა მთავრდება რუბრიკით „მოვემზადოთ შემდეგი გაკვეთილისთვის“. ამ რუბრიკის სავარჯიშოები მოსწავლეებს დაეხმარება წინარე ცოდნის გამოყენებით ახალი მასალის უკეთ ათვისებაში.

მეთოდика

პარაგრაფის სტრუქტურა მაქსიმალურად უზრუნველყოფს მოსწავლის ჩართულობას საგაკვეთილო პროცესში. ყოველი პარაგრაფი იწყება მოსწავლეებისთვის (ინდივიდუალურად ან წყვილებში) განკუთვნილი დავალებით, რომლის გადაწყვეტის შემდეგაც მოზარდი მზადაა ახალი მასალის ასათვისებლად, რომლის გააზრებასა და ათვისებას ხელს უწყობს პარაგრაფში ჩართული „ინდივიდუალური კითხვები“, რომლებიც ზოგ პარაგრაფში რამდენიმე ადგილას გვხვდება (იმის მიხედვით, თუ რამდენად ითხოვს ამას პარაგრაფში გადმოცემული მასალა). ამავე დროს, მოსწავლესა და მასწავლებელს ეხმარება იმის შეფასებაში, თუ რამდენადაა ათვისებული და გააზრებული ესა თუ ის თემატური მომენტი.

მოსწავლის წიგნში მრავლადაა სხვადასხვა აქტივობის შემცველი დავალებები: პროექტი, პრაქტიკული სამუშაო...

პარაგრაფის ეს სტრუქტურა უზრუნველყოფს მოსწავლეზე ორიენტირებული გაკვეთილის ჩატარებას, სადაც მასწავლებელი არ არის მასალის გადმომცემი და მოსწავლე – პასიური მსმენელი.

მოსწავლე აქტიურად მონაწილეობს საგაკვეთილო პროცესში. ყოველი დასკვნა, განმარტება და წესი ყალიბდება მოსწავლეებისა და მასწავლებლის ერთობლივი ძალისხმევით. ყოველ თავს ახლავს ერთი ან ორი „ტესტი თვითშემოწმებისთვის“, რომელთა დანიშნულებაცაა არა მხოლოდ ტესტში მოცემული დავალებების შესრულება, არამედ მოსწავლის მიერ საკუთარი თავის შეფასება.

მასწავლებლის წიგნის სტრუქტურა

მასწავლებლის წიგნში მოცემულია მკაფიო მითითებები და ამოხსნები ყოველი თავისთვის განკუთვნილი საკონტროლო წერის ნიმუშებითურთ. გაკვეთილის მსვლელობა პარაგრაფის სტრუქტურითაა უზრუნველყოფილი, მაგრამ მასწავლებელს შეუძლია, შეცვალოს იგი შეხედულებისამებრ.

მასწავლებლის წიგნში, ასევე, მოცემულია შეფასების სისტემა, მიზნებისა და შედეგების რუკა, თემატური მატრიცები.

მასწავლებლის წიგნის ბოლოს მოცემულია შემაჯამებელი სამუშაოს ნიმუშები და მოსწავლის წიგნში შესული ამოცანების/სავარჯიშოების, მათ შორის, რუბრიკის – „ამოცანები მათემატიკის მოყვარულთათვის“ – პასუხები.

მათემატიკა საბაზო საფეხურზე

შესავალი

საბაზო საფეხურის მათემატიკის სტანდარტი შედგება შემდეგი ნაწილებისგან:

- ა) საგნის სწავლა-სწავლების მიზნები;
- ბ) სტანდარტის შედეგები და შინაარსი;
- გ) მეთოდური ორიენტირები;
- დ) შეფასება.

საბაზო საფეხურზე საგანი „მათემატიკა“ რიცხვებზე მოქმედებების, ალგებრის, გეომეტრიის, მონაცემთა ანალიზისა და სტატისტიკის, ალბათობის შესწავლას გულისხმობს.

საგნის სწავლა-სწავლებისას მოსწავლე ჩართული იქნება აქტივობებში, რომლებიც მას შეძენილი ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენების საშუალებას მისცემს.

ა) საგნის სწავლა-სწავლების მიზნები

საბაზო საფეხურზე მათემატიკის სწავლების ძირითადი მიზნებია:

მოსწავლე მათემატიკის მეშვეობით დაეუფლოს აბსტრაქტული, ლოგიკური და კრიტიკული აზროვნების ხერხებს;

მოსწავლე დაეუფლოს მათემატიკის ენას – უნივერსალურ საშუალებას არა მარტო მათემატიკის, არამედ სხვა მეცნიერებებისა და სამყაროს შესაცნობად, ლოგიკური კავშირების/ბმების დასანახად;

მოსწავლემ შეძლოს რეალური პრობლემების გადაჭრა მათემატიკური ინსტრუმენტების გამოყენებით.

ამ მიზნებზე მუშაობით მათემატიკა თავის წვლილს შეიტანს ეროვნული სასწავლო გეგმის მისიისა და მიზნებით გათვალისწინებული უნარებისა და ღირებულებების განვითარებასა და ჩამოყალიბებაში.

ბ) სტანდარტის შედეგები

მათემატიკის პროგრამის შედეგები

სტანდარტის შედეგები

პროგრამის შედეგები: საგნის სწავლა-სწავლების მიზნებიდან გამომდინარეობს, კითხვები: რა უნდა შეეძლოს მოსწავლეს მათემატიკაში საბაზო საფეხურის ბოლოს.

შედეგები ჯგუფდება სამ მიმართულებად:

- ✓ მსჯელობა - დასაბუთება
- ✓ მათემატიკური ენა, კომუნიკაციის მათემატიკური ხერხები, კავშირები
- ✓ მათემატიკური მოდელირება, პრობლემების გადაჭრა

სტანდარტი		
შედეგების ინდექსი	შედეგები - მოსწავლემ უნდა შეძლოს: მსჯელობა - დასაბუთება	მკრო ცნებები დაკავშირებული შედეგებს
1	მათემატიკური ან სხვა საგნებიდან მომდინარე ამოცანების განხილვისას ჰიპოთეზების ჩამოყალიბება, მათი მართებულობის დადგენა ან უარყოფა;	რაოდენობრივი მსჯელობა (შედეგი: 1, 2, 3, 8, 9, 10, 11)
2	მსჯელობის ხაზის განვითარება; განზოგადებით ან დედუქციით მიღებული დასკვნების დასაბუთება.	ლოგიკა (შედეგი: 1, 2, 3, 4, 5, 9, 10)
მათემატიკური ენა, კომუნიკაციის მათემატიკური ხერხები, კავშირები		ფორმა და წარმოდგენა (შედეგი: 3, 5, 6, 7, 9, 11)
3	მათემატიკური ობიექტების განსაზღვრებებისა და თვისებების სწორად ჩამოყალიბება; მათემატიკური ტერმინების, აღნიშვნებისა და სიმბოლოების კორექტულად და ლოგიკურად გამოყენება.	ზომა/გაზომვები (შედეგი: 2, 8, 9, 11)
4	მათემატიკურ დებულებათა ფორმულირების ხერხების კორექტულად გამოყენება;	კანონზომიერება (შედეგი: 2, 5)
5	მათემატიკურ იდეებს შორის კავშირის დადგენა. მათემატიკასა და სხვა საგნებს შორის კავშირების დადგენა.	კავშირები (შედეგი: 2, 4, 5, 7, 10)
6	გრაფიკულად გადმოცემული მათემატიკური შინაარსის ინფორმაციის წაკითხვა; მათემატიკური ობიექტების გრაფიკული ხერხით (გრაფიკების, დიაგრამების და ნახაზების სახით) წარმოდგენა.	მოდელი/მოდელები (შედეგი: 6, 7, 11)
მათემატიკური მოდელირება, პრობლემების გადაჭრა		კვლევა (შედეგი: 1, 10, 11)
7	ყოველდღიურ ცხოვრებაში არსებული ობიექტებისა და პროცესების მათემატიკური ფორმულირება, წარმოდგენა გამოსახულების, განტოლების, გრაფიკის სახით.	განზოგადება

	მათემატიკური მოდელის შექმნა და არსებული რეალური საკითხის აღნიშნული გზით გადაჭრა. კვლევის დაგეგვმა, პროცედურის, მონაცემების აღრიცხვის ფორმების განსაზღვრა, სათანადო რესურსების შერჩევა);	
8	ამოცანის შინაარსის აღქმა, ამოცანის მონაცემებისა და საძიებელი სიდიდეების გააზრება-გამიჯვნა, პრობლემის გამოკვეთა და მისი ჩამოყალიბება;	
9	კომპლექსური (რთული) პრობლემის საფეხურებად, მარტივ ამოცანებად დაყოფა და ეტაპობრივად გადაჭრა/ამოხსნა;	
10	ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მიღებული შედეგის კრიტიკული შეფასება, ანალიზი, ამოცანის კონტექსტის გათვალისწინებით.	
11	ტექნოლოგიების გამოყენება მათემატიკური პრობლემის ამოხსნისთვის. ტექნოლოგიების გამოყენებით საკითხის ვიზუალური წარმოდგენა, მოდელის შექმნა. კომპიუტერული აპლიკაციების გამოყენება მათემატიკური პრობლემის გადაჭრისთვის.	

სასწავლო შედეგების მრავალფეროვნება

თითოეული სასწავლო თემის ფარგლებში უნდა მოხდეს მოსწავლის შესაძლებლობების გათვალისწინება

მკვიდრი წარმოდგენები და შედეგები

მკვიდრი წარმოდგენების საფუძველზე შედგენილი შედეგები შედეგნილი შემდეგი შემდეგი დაგეგმარება სამიზნე ცნების შეფასებაში. სამიზნე ცნებისა და მკვიდრი წარმოდგენის საფუძველზე შეიძლება განისაზღვროს კონკრეტულ საკითხთან /სასწავლო თემასთან მიმართებით რა არის არსებითად გასააზრებელი, რომელიც დაეხმარება მასწავლებელს კომპლექსური დავალების/ტესტი შეფასებაში და მიზნის მიღწევაში.

დანართი 2:

ცნებასთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები	შეფასების კრიტერიუმები კომპლექსური დავალებისთვის	შეფასების კრიტერიუმები მოსწავლეს შეუძლია:
<p>სამიზნე ცნება /</p> <p>გნებასთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები</p> <p>მიმართულება რიცხვები</p> <p>1). სიმრავლე, რიცხვითი სიმრავლეები და მათი თვისებები</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ ნატურალური რიცხვების, მთელი და წილადი რიცხვების გაადა არსებობს ირაციონალური რიცხვები. ▪ რიცხვების წარმოდგენა/წაწერა შესაძლებელია სხვადასხვა ფორმით. ▪ სიმრავლეებზე მოქმედებების წარმოდგენა შესაძლებელია სხვადასხვა ფორმით (კენის დიაგრამა, რიცხვითი ღერძი და ა.შ.) ▪ მათემატიკურ პრობლემასთან მუშაობისას მათემატიკური ოპერაციების გამოყენებით, მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვით, ასევე ტექნოლოგიების გამოყენებით შესაძლებელია, ზუსტი ან მიახლოებითი ამოხსნების მოძიება; <p>2). ფარდობა, პროპორცია, პროცენტი</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ ფარდობა აღდგენს შესაბამისობას ორ რაოდენობას (სიდიდეს) შორის. ▪ პროცენტი - ნიშნავს ყოველ მეცხედში, წარმოდგენს ფარდობას რომლის მნიშვნელო ყოველთვის 100-ია. 	<p>ნაშრომში / ნაშრომის პრეზენტაციისას ხაზგასმით წარმოაჩინეთ:</p> <p>1). სიმრავლე, რიცხვითი სიმრავლეები და მათი თვისებები</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ განსხვავდება რიცხვები ერთმანეთისაგან? რამ გამოიწვია რაციონალური რიცხვის არსებობა? მთელი რიცხვის არსებობა? ▪ როგორ არის შესაძლებელი სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენილი ურთიერთდაკავშირება. ▪ რაში გვეხმარება სიმრავლეებზე მოქმედებების წარმოდგენის სხვადასხვა ფორმები. ▪ წარმოაჩინე, რომ წილადებზე და სასრულ ათწილადებზე მოქმედებების განსაზღვრება შესაძლებელია თვალსაჩინოების გამოყენებით. ▪ რატომ არის აუცილებელი მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვა. როგორ გვეხმარება ტექნოლოგიები ზუსტი ან მიახლოებითი გამოთვლების შესასრულებლად. <p>2). ფარდობა, პროპორცია, პროცენტი</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ რომ ფარდობა არის ორ სიდიდეს შორის (რაოდენობას) შესაბამისობა; 	<p>შეფასების კრიტერიუმები</p> <p style="text-align: center;">მოსწავლეს შეუძლია:</p> <p>1). სიმრავლე, რიცხვითი სიმრავლეები და მათი თვისებები</p> <ul style="list-style-type: none"> • რაოდენობრივი მსჯელობის, რიცხვითი გამოსახულებებთან მუშაობის დროს მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვა. • რიცხვების წარმოდგენა სხვადასხვა ფორმით • გამოთვლებთან და რაოდენობის შეფასებასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნა <p>2). ფარდობა, პროპორცია, პროცენტი</p> <ul style="list-style-type: none"> • შესაბამისობის დადგენა ორ რაოდენობას შორის • პროცენტის გამოთვლა • პროპორციული დამოკიდებულების ჩაწერა და ამოცანის ამოხსნა პროპორციის მეშვეობით.

<ul style="list-style-type: none"> პროპორციული დამოკიდებულება გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება რაოდენობები ერთმანეთთან დაკავშირებით. აღნიშნული მიმართებაში/დამოკიდებულებაში, აღნიშნული დამოკიდებულება შეიძლება წამორდგენილი იყოს სხვადასხვა ფორმით. 	<ul style="list-style-type: none"> როგორ გამოითვლება პროცენტი; რას ნიშნავს პროცენტი, პროცენტული ცვლილება. პროცენტის მნიშვნელობა ყოველდღიურ ცხოვრებაში თუ როგორ იცვლება რაოდენობები ერთმანეთთან მიმართებაში პროპორციული დამოკიდებულებების დროს; რომ პროპორციული დამოკიდებულება შეიძლება წამორდგენილი იყოს სხვადასხვა ფორმით. 	<p>3). ალგებრული გამოსახულება</p> <ul style="list-style-type: none"> რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე პროცესის / სიტუაციის მოდელირება (ფორმულირება) გამოსახულების გამართების შედეგად ეკვივალენტური ფორმის მიღება <p>4) განტოლება, უტოლობა</p> <p>მათემატიკური სამუშაოს შესრულება:</p> <ol style="list-style-type: none"> რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე პროცესის ან პრობლემის გადაჭრა მათემატიკის დახმარებით მათემატიკის ფორმულები წესების გამოყენებით, განტოლებით ამოხსნა, პრობლემის გადაჭრა და პასუხის დასაბუთება; (უტოლობის
<ul style="list-style-type: none"> როგორ გამოითვლება პროცენტი; რას ნიშნავს პროცენტი, პროცენტული ცვლილება. პროცენტის მნიშვნელობა ყოველდღიურ ცხოვრებაში თუ როგორ იცვლება რაოდენობები ერთმანეთთან მიმართებაში პროპორციული დამოკიდებულებების დროს; რომ პროპორციული დამოკიდებულება შეიძლება წამორდგენილი იყოს სხვადასხვა ფორმით. 	<p>3). ალგებრული გამოსახულება</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ წარმოადგინე მათემატიკური სიტუაცია ცვლადების, სიმბოლოების, დიაგრამის და შესაბამისი სტანდარტული მოდელების საშუალებით როგორ არის შესაძლებელი მათემატიკური ასპექტების გამოყოფით, მნიშვნელოვანი ცვლადების იდენტიფიცირებით და რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე პროცესის/ სიტუაციის მოდელირება? კავშირი ეკვივალენტურ ფორმებს შორის; რა ნიშნავს გამოსახულების გამართება? 	<p>4). განტოლება, უტოლობა</p> <p>როგორ ხდება რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე პროცესის მათემატიკური წარმოდგენა და მათემატიკური სამუშაოს შესრულება:</p> <ol style="list-style-type: none"> როგორ ხდება რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე პროცესების მათემატიკური მოდელირება. გადაჭრებით რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე პროცესი/პრობლემა მათემატიკური მოდელის დახმარებით. როგორ ხდება მათემატიკური ცოდნის: წესების, ფორმულების, ალგორითმის მეშვეობით პრობლემის გადაჭრა.
<ul style="list-style-type: none"> პროპორციული დამოკიდებულება გვიჩვენებს, თუ როგორ იცვლება რაოდენობები ერთმანეთთან დაკავშირებით. აღნიშნული მიმართებაში/დამოკიდებულებაში, აღნიშნული დამოკიდებულება შეიძლება წამორდგენილი იყოს სხვადასხვა ფორმით. 	<p>მიმართულება: ალგებრა</p> <p>3). ალგებრული გამოსახულება</p> <ul style="list-style-type: none"> სიტუაციის მათემატიკური წარმოდგენა შესაძლებელია: ცვლადების, სიმბოლოების, დიაგრამის და შესაბამისი სტანდარტული მოდელების გამოყენებით; რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე პროცესის მოდელირება (ფორმულირება) შესაძლებელია სიტუაციიდან მათემატიკური ასპექტების გამოყოფით, მნიშვნელოვანი ცვლადების იდენტიფიცირებითა და აღნიშვნით, ასევე ცვლადებს შორის ურთიერთმიმართების დადგენით. გამართებებისა და შესაბამისი ოპერაციების შესრულების შედეგად მიიღება ალგებრული გამოსახულების ეკვივალენტური ფორმა. 	<p>4). განტოლება, უტოლობა</p> <p>რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე პროცესის მათემატიკური წარმოდგენა და მათემატიკური სამუშაოს შესრულება:</p> <ol style="list-style-type: none"> ცვლადების, სიმბოლოების, დიაგრამის და შესაბამისი სტანდარტული მოდელების, ფორმულის (განტოლების, გამოსახულების) გამოყენების შემდეგ, შესაძლებელია რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე პროცესის მათემატიკური წარმოდგენა (მოდელირება)

<p>2. მათემატიკური ცოდნის: ფაქტების, წესების, ალგორითმების ცოდნით შესაძლებელია ამონახსნის/პასუხის მისაღება, პრობლემის გადაჭრა და პასუხის დასაბუთება.</p> <p>3. პრობლემის გადასაჭრელად უამრავი სტრატეგია არსებობს, ზოგიერთი სტრატეგია მეტად ეფექტურია, ზოგიერთი ნაკლებად.</p> <p>4. განტოლებაში (უტოლობაში) შესაბამისი ოპერაციების განხორციელების შედეგად მიიღება ტოლფასი განტოლება (უტოლობა).</p>	<p>3. ალგორითმი, რომელიც დაგეხმარა პრობლემის გადაჭრაში; რა სტრატეგია გამოიყენეთ და როგორ ახდენთ პასუხის დასაბუთებას</p> <p>4. რომელი პროცედურების და გამარტივების შესაძლებელია განტოლება/უტოლობა შეიცვალოს ტოლფასი განტოლება/უტოლობით;</p>	<ul style="list-style-type: none"> პრობლემის გადაჭრის დროს სიტუაციის გათვალისწინება/გაანალიზება და შესაბამისი სტრატეგიის შერჩევა. განტოლებაში (უტოლობაში) ალგებრული მანიპულაციების დახმარებით ტოლფასი განტოლების მიღება
<p>5). დამოკიდებულება, ფუნქცია, გრაფიკი</p> <ul style="list-style-type: none"> მათემატიკური მოდელი რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე მოვლენებს აღწერს მათემატიკური ცნებების და ენის გამოყენებით. როგორ ხდება სიმრავლების ელემენტებს შორის შესაბამისობის დადგენა; როგორ აღწერს დამოკიდებულება სიდიდებს შორის კავშირს. როგორ არის შესაძლებელი ინფორმაციის წარმოდგენა? ჩამოთვალე ფორმები და იმეჯელები მათ უზიარატესობებზე. როგორ გეხმარება ფუნქციის სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენა (გრაფიკი, ცხრილი, დიაგრამა, ფორმულა) საკითხის სიღრმისეულად გაგებასა და პრობლემის გადაჭრის გზების ძიებაში? <p>6). მიმდევრობა</p> <ul style="list-style-type: none"> ორი სიმრავლის ელემენტებს შორის შეიძლება დამყარდეს შესაბამისობა მიუხედავად ელემენტების ბუნებისა. დამოკიდებულება აღწერს თუ როგორ არის დაკავშირებული სხვადასხვა სიდიდეები ერთმანეთთან. სიდიდეებს შორის დამოკიდებულების წარმოდგენა შესაძლებელია განტოლებებით/ფორმულით, გრაფიკებით, ცხრილებით ან სიტყვიერი აღწერით. <p>6). მიმდევრობა</p>	<p>5). ფუნქცია/დამოკიდებულება</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ აღწერ მათემატიკური მოდელი რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე მოვლენებს მათემატიკური ცნებებისა და ენის გამოყენებით. როგორ ხდება სიმრავლების ელემენტებს შორის შესაბამისობის დადგენა; როგორ აღწერს დამოკიდებულება სიდიდებს შორის კავშირს. როგორ არის შესაძლებელი ინფორმაციის წარმოდგენა? ჩამოთვალე ფორმები და იმეჯელები მათ უზიარატესობებზე. როგორ გეხმარება ფუნქციის სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენა (გრაფიკი, ცხრილი, დიაგრამა, ფორმულა) საკითხის სიღრმისეულად გაგებასა და პრობლემის გადაჭრის გზების ძიებაში? <p>6). მიმდევრობა</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ (რა წესით) ხდება კანონზომიერების აღმოჩენა მიმდევრობაში; ჩანაწერის გაკეთება-ფორმულირება; 	<p>5) დამოკიდებულება, ფუნქცია, გრაფიკი.</p> <ul style="list-style-type: none"> მათემატიკური ცნებებითა და ენით ჩაწერილი ორ სიდიდეს შორის დამოკიდებულება, გამოიყენოს რეალური პროცესების ახსნის, პროგნოზირებისა და მოდელირებისათვის და პირიქით ორ სიდიდეს შორის შესაბამისობის დამყარება სიდიდეს შორის დამოკიდებულების აღწერა სიდიდეებს შორის დამოკიდებულების წარმოდგენა ცხრილის, განტოლების, ფორმულის, გრაფიკისა და სიტყვიერი აღწერის სახით
<p>6). მიმდევრობა</p>	<p>6) მიმდევრობა</p> <ul style="list-style-type: none"> ბუნებაში მიმდინარე სამყაროსეული კანონზომიერების აღწერა, დასკვნების 	<p>6) მიმდევრობა</p> <ul style="list-style-type: none"> ბუნებაში მიმდინარე სამყაროსეული კანონზომიერების აღწერა, დასკვნების

<ul style="list-style-type: none"> • კანონზომიერებებს აღმოჩენა და მათემატიკური ფორმულირება გვეხმარება პროცესის აღწერა, დასკვნების გაკეთება და სამყაროს შესწავლაში; • მიმდევრობა შეიძლება მოცემული იყოს ვერბალურად, დიაგრამის, გრაფიკის მეშვეობით, ფორმულის მეშვეობით ასევე, სიმბოლოების გამოყენებით. 	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ არის შესაძლებელი ინფორმაციის წარმოდგენა გრაფიკული ფორმით ან / და დიაგრამებით. 	<p>გაკეთება და მათემატიკური ფორმულირება მიმდევრობის წარმოდგენა ვერბალურად, დიაგრამის, გრაფიკის, ფორმულისა და ასევე სიმბოლოების გამოყენებით</p>
<p>მიმართლება: გეომეტრია დაგაზომები</p> <p>7). გეომეტრიული ფიგურები, ბრტყელი და მათი ზომები</p> <p>8). სივრცული ფიგურები და მათი ზომები</p> <ul style="list-style-type: none"> • გეომეტრიული მოდელი რეალურ ცხოვრებასა და სამყაროში მიმდინარე მოვლენებს აღწერს გეომეტრიული ობიექტების ან ფიგურის ეშვებით. კარგი მოდელი გვეხმარება სამყაროში მიმდინარე პროცესების გაგებაში. • აქსიომებზე დაყრდნობით, მართული მსჯელობითა და არგუმენტებით შესაძლებელია ახალი კანონზომიერებების ფორმულირება, ასევე არსებული ფაქტების გაანალიზება, რომელსაც მივყავართ აღმოჩენების გაკეთება და პრობლემის გადაჭრისკენ. • ჩვენს გარშემო და გარემომცველ ბუნებაში არსებულ უამრავ საგანს გეომეტრიული ფიგურების ფორმა აქვს; გეომეტრიული ფიგურა შემოსაზღვრულია წერტილით, მონაკვეთით, წირით ან ზედაპირით. • სიბრტყესა და სივრცეში გეომეტრიული ფიგურების ზომის გამოთვლა ხდება შესაბამისი წესით, გაზომვა ხდება შესაბამისი სტანდარტული ერთეულით. • გეომეტრიული ფიგურებს და ელემენტებს შორის არსებობს გარკვეული კავშირი. 	<p>7-8). გეომეტრიული ფიგურები, ბრტყელი ფიგურები, სივრცული ფიგურები და მათი ზომები როგორ გვხმარება შერჩეული გეომეტრიული მოდელი მიმდინარე პროცესების აღქმასა და დასკვნების გამოტანაში</p> <ul style="list-style-type: none"> • შენი არგუმენტურებული მსჯელობით, აქსიომების ან/და თეორემებზე დაყრდნობით დაასაბუთე შენი აზრის, სისწორე; • როგორ ხდება გეომეტრიული ფიგურის ფორმის ან ზომის დადგენა • როგორ გამოთვალე შენს მიერ გამოყენებული გეომეტრიული ფიგურების ზომები; რა კრიტერიუმებით შეარჩიე საზომი ერთეულები • როგორ ხდება გეომეტრიული პრონიციების ცოდნითა და გამოყენებით ახალი კავშირები დადგენა და ცოდნის გამოყენება ამოცანების ამოსახსნელად. • წარმოაჩინე, როგორ გამოიყენება სამუთხები/ტოლობის/მსგავსების ნიშნები რეალური ვითარებების წარმოდგენისა და განზოგადებისათვის. 	<p>7) ბრტყელი ფიგურები და მათი ზომები</p> <p>8). სივრცული ფიგურები და მათი ზომები</p> <ul style="list-style-type: none"> • რეალურ ცხოვრებაში, სამყაროში მიმდინარე მოვლენების აღწერა გეომეტრიული ობიექტების / ფიგურების მეშვეობით • აქსიომებზე დაყრდნობითა და არგუმენტურებული მსჯელობით ახალი კანონზომიერებების ფორმულირება ან უკვე არსებული ფაქტების გაანალიზება და პრობლემის გადაჭრა • გეომეტრიული ფიგურების ცნობა და კლასიფიკაცია • გეომეტრიული ფიგურების ზომების გამოთვლა წესის შესაბამისად და გამოსახვა სტანდარტულ ერთეულებში • გეომეტრიული ფიგურის ელემენტებს შორის კავშირების დამყარება და ამ კავშირებზე ლოგიკური მსჯელობა • გეომეტრიული პრონიციების ცოდნის გამოყენებით გეომეტრიული ფიგურებისა და მისი ელემენტების (ტოლობა, მსგავსება) დაკავშირება

<p>აღნიშნული კავშირების გაგება და გაანალიზება ანვითარებს მსჯელობა-დასაბუთების.</p> <ul style="list-style-type: none"> გეომეტრიული პრინციპების ცოდნისა და გამოყენებით შეგვიძლია აღვწეროთ და დავაკავშიროთ გეომეტრიული ფიგურები და მისი ელემენტები (ტოლობა, მსგავსება...) 	<p>9). ტრიგონომეტრიული ფარდობა</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ უკავშირდება ერთმანეთს გეომეტრიული ფიგურების ელემენტები ტრიგონომეტრიის საშუალებით როგორ ხდება ახალი კავშირების აღმოჩენა და დადგენა 	<p>9). ტრიგონომეტრიული ფარდობა</p> <ul style="list-style-type: none"> ტრიგონომეტრიის ელემენტებს შორის კავშირის დადგენა ახალი კავშირების დადგენა და ამოცანის ამოხსნისას ცოდნის გამოყენება.
<p>9). ტრიგონომეტრიული ფარდობა</p> <ul style="list-style-type: none"> კვლევის მეშვეობით შესაძლებელია ახალი კავშირების აღმოჩენა და დადგენა 	<p>10). ანალიზური გეომეტრია</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ გამოიყენე გეომეტრიული გარდაქმნები და საკოორდინატო სისტემა ადგილმდებარეობის განსაზღვრასა და წარმოდგენაში? ჩვენს გარემოცველ სამყაროში მოიძებნება საგნები, რომლებსაც გააჩნიათ სიმეტრიის ღერძი, ან სიმეტრიის ცენტრი 	<p>10) ანალიზური გეომეტრია და გარდაქმნები</p> <ul style="list-style-type: none"> სიბრტყეზე და სივრცეში ორიენტირება და გეომეტრიული ობიექტის ადგილმდებარეობის განსაზღვრა გეომეტრიული ობიექტების გარდაქმნებით მიღებული ფიზიკური ცვლილებების გააზრება
<p>10). ანალიზური გეომეტრია გარდაქმნები</p> <ul style="list-style-type: none"> სიბრტყესა ან სივრცეში გეომეტრიულ ობიექტებს სხვადასხვა ურთიერთმდებარეობა გააჩნიათ; ანალიზური გეომეტრია გვეხმარება ადგილმდებარეობის განსაზღვრაგად. ასევე გეომეტრიული ობიექტებსა და ელემენტებს შორის კავშირის აღსაწერად. გარდაქმნებისა და სიმეტრიის შესწავლა გვეხმარება ფიზიკური ცვლილების გააზრებაში. 	<p>11). სტატისტიკა, მონაცემთა ანალიზი</p>	<p>11) სტატისტიკა, მონაცემთა ანალიზი</p> <ul style="list-style-type: none"> სტატისტიკის მნიშვნელობის გააზრება და პროცესის სწორი წარმართვა
<p>მიმართულება: სტატისტიკა ალბათობა</p>	<p>11). სტატისტიკა, მონაცემთა ანალიზი</p>	<p>11) სტატისტიკა, მონაცემთა ანალიზი</p> <ul style="list-style-type: none"> სტატისტიკის მნიშვნელობის გააზრება და პროცესის სწორი წარმართვა

<ul style="list-style-type: none"> • სტატისტიკა და მონაცემთა ანალიზი გულისხმობს საკვლევი თემის განსაზღვრას, მონაცემების შეგროვებას, მონაცემების ანალიზს და დასკვნის გაკეთებას. • სტატისტიკური ანალიზი გულისხმობს საკვლევი თემის განსაზღვრას, მონაცემების შეგროვებას, დამუშავებას, შესაბამისი ფორმით წარმოდგენას და დასკვნის გაკეთებას. • მონაცემების უკეთ აღწერის და განალიზების მიზნით მათი მოწესრიგება და ორგანიზება საჭირო. • მონაცემები შეიძლება წარმოდგენილი იყოს სხვადასხვა ფორმით, რაც გვეხმარება სიტუაციის ანალიზს და დასკვნის გაკეთებაში. • მონაცემების დამუშავებითა და ანალიზით შესაძლებელია ვალიდური დასკვნის გაკეთება და პროგნოზირება. 	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ ხდება სტატისტიკაში საკვლევი თემის განსაზღვრა, მონაცემების შეგროვება დამუშავება და წარმოდგენა • როგორ იგებება კვლევა? ვის/ რატომ/რისთვის სჭირდება მონაცემთა მოპოვების სხვადასხვა ხერხები: დაკვირვება, ექსპერიმენტი, კითხვარი, გამოკითხვა. • როგორ ხდება მონაცემების დამუშავება? • რაში გვეხმარება მონაცემების სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენა? აჩვენეთ სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენის უპირატესობები. • როგორ გამოიყენება მონაცემების დასახსიათებლად მონაცემთა შენაჯამებელი რიცხვითი მასასიათებლები: ცენტრალური ტენდენციის საზომები, მონაცემთა გაფანტულობა. 	<ul style="list-style-type: none"> • კვლევის საჭიროების და შინაარსის გაზრება. კვლევის ექსპერიმენტის ჩატარება მონაცემების დამუშავება • საკვლევი თემზე მონაცემების შეგროვება დამუშავება და წარმოდგენა სხვადასხვა ფორმით • მონაცემების დამუშავებითა (შენაჯამებელი რიცხვითი მასასიათებლებით, ცენტრალური ტენდენციის საზომები) და განალიზებით ვალიდური დასკვნების გაკეთება
<p>12). ალბათობა, ალბათობის ხდომილობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • რეალური მოვლენის ხდომილობის განსაზღვრის სხვადასხვა სიზუსტით. • მოვლენები შეიძლება ახდენდნენ გავლენას ერთმანეთზე შეიძლება არა ვარიანტების დათვლა და მისი მნიშვნელობის გააზრება 	<p>12). ალბათობა, ალბათობის ხდომილობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ განსაზღვრება რეალური მოვლენის ხდომილობის ალბათობა? როგორ გვეხმარება არჩევანის გაკეთებაში და სწორი გადაწყვეტილების მიღებაში შესაბამისი ვარიანტების რაოდენობის ცოდნა? • რა შემთხვევაში ახდენენ გავლენას მოვლენები ერთმანეთზე? როგორ ხდება აღნიშნული გავლენის აღწერა? • როგორ გვეხმარება ვარიანტების დათვლა ყოფით სიტუაციაში და პრობლემასთან მუშაობის დროს. 	<p>12). ალბათობის ალბათობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • რეალური მოვლენების ხდომილობის განსაზღვრის სხვადასხვა სიზუსტით. • მოვლენები შეიძლება ახდენდნენ გავლენას ერთმანეთზე შეიძლება არა ვარიანტების დათვლა და მისი მნიშვნელობის გააზრება

გ) მეთოდოლოგიური ორიენტირები

საგნის სწავლა-სწავლება უნდა წარიმართოს შემდეგი პრინციპების დაცვით:

- ა) სწავლა-სწავლება ხელს უნდა უწყობდეს მოსწავლეთა მოტივირებას და შინაგანი ძალისხმევის გააქტიურებას.
- ბ) სწავლა-სწავლება ხელს უნდა უწყობდეს ცოდნის ეტაპობრივად კონსტრუირებას წინარე ცოდნაზე დაფუძნებით.
- გ) სწავლა-სწავლება ხელს უნდა უწყობდეს ცოდნათა ურთიერთდაკავშირებას და ორგანიზებას.
- დ) სწავლა-სწავლება უნდა უზრუნველყოფდეს სწავლის სტრატეგიების დაუფლებას (სწავლის სწავლას).
- ე) სწავლა-სწავლება უნდა მოიცავდეს ცოდნის სამივე კატეგორიას: დეკლარატიულს, პროცედურულსა და პირობისეულს.

საგნობრივი შედეგების გარდა, ეროვნული სასწავლო გეგმის მიზნებიდან სწავლა-სწავლებისა და შეფასების სამიზნედ ასევე უნდა იქცეს შემდეგი გამჭოლი უნარები და ღირებულებები:

პასუხისმგებლობა	სასკოლო საქმიანობებში (სასკოლო ცხოვრებაში) ნაკისრი ვალდებულებების შესრულება; სამუშაოს დადგენილ ვადებში დასრულება და ჩაბარება; საკუთარი ქცევის მართვა, საკუთარ ქცევებზე პასუხისმგებლობის აღება.
თანამშრომლობა	სამუშაოს თანასწორად განაწილება და შესრულება ჯგუფური/გუნდური მუშაობის დროს; მზაობა ჯგუფში/გუნდში სხვადასხვა ფუნქციის შესასრულებლად; განსხვავებული იდეების, შეხედულებების კონსტრუქციულად განხილვა; რესურსების, მოსაზრებების, ცოდნის გაზიარება პრობლემათა ერთობლივად გადაჭრის, გადანყვეტილებათა ერთობლივად მიღების მიზნით.
დროსა და სივრცეში ორიენტირება	თანამედროვე რეალობის სივრცულ-დროით ქრილში გააზრება და ინტერპრეტირება; მულტიპერსპექტიული ხედვა დროითი და სივრცული ფაქტორების გათვალისწინებით.
ეთიკა	ეთიკური ნორმების დაცვა; სოლიდარობის განცდა; ემპათია; განსხვავებულობის მიმღებლობა; საკუთარ სოციალურ აქტივობაზე პასუხისმგებლობის გააზრება.

<p>სწავლის სწავლა დამოუკიდებლად საქმიანობა</p>	<p>აქტივობის/დავალეების ღირებულების გააზრება - მოსწავლემ უნდა დაინახოს, რას შესძენს აქტივობის შესრულება, რა პიროვნულ თუ სოციალურ სარგებელს მოუტანს მას;</p> <p>აქტივობის/დავალეების დაგეგმვა - (მოთხოვნათა გააზრება და მის შესასრულებლად საჭირო ცოდნის განსაზღვრა; დავალეების/აქტივობის მთავარი მიზნის განსაზღვრა; სამუშაოს წარმატებით შესრულების კრიტერიუმების დადგენა; განსახორციელებელი სამუშაოს ეტაპების გამოკვეთა; იმის განჭვრეტა, თუ რა გაუადვილდება, რა გაუძნელდება, რაში დასჭირდება დახმარება; სტრატეგიების მიზანშეწონილად შერჩევა სამუშაოს თითოეული ეტაპისათვის;</p> <p>სწავლის პროცესის მონიტორინგი - დაფიქრება სწავლის პროცესზე, იმ პირობების და ფაქტორების ამოცნობა, რომლებიც ხელს უწყობს ან აფერხებს წინსვლას, სათანადო ზომების მიღება წინსვლის ხელშესაწყობად; თვითშეფასება ძლიერი და სუსტი მხარეების დასადგენად, სუსტი მხარეების გასაძლიერებლად გზების დასახვა;</p> <p>სოციოემოციური მართვა - ნერვიულობის მინიმუმამდე დაყვანა, საჭიროებისამებრ, დახმარების თხოვნა, საკუთარ თავში სიძნელეთა გადალახვის რესურსების პოვნა; შეცდომების მიმართ პოზიტიური დამოკიდებულების ჩამოყალიბება და წინსვლის წყაროდ გამოყენება;</p> <p>ცალკეული საქმიანობისთვის გამოყოფილი დროის ეფექტურად გამოყენება.</p>
<p>ინფორმაციული და საკომუნიკაციო ტექნოლოგიების გამოყენება</p>	<p>მათემატიკური შინაარსის ციფრული ფორმატის ტექსტის შექმნა - ალგებრული გამოსახულებების და გეომეტრიაში გამოყენებული სხვადასხვა აღნიშვნების ჩანერა ტექსტურ რედაქტორის გამოყენებით;</p> <p>ციფრული ფორმატის გრაფიკული გამოსახულებების - დიაგრამების, გრაფიკების, ცხრილების, გეომეტრიული ნახაზების აგება სპეციალური გრაფიკული რედაქტორების გამოყენებით;</p> <p>ელექტრონული ცხრილების გამოყენება მონაცემთა ორგანიზება-წარმოდგენის, მათი დამუშავებისა და ანალიზის მიზნით;</p> <p>კალკულატორების გამოყენება გამოთვლების შესრულებისას ზომის ერთეულების ონლაინ-კონვერტორების გამოყენება;</p> <p>დინამიური, ვირტუალური სიმულაციების გამოყენება მათემატიკური შინაარსის ამოცანების ამოხსნისას.</p>
<p>წიგნიერება</p>	<p>ზეპირი და წერიტი მეტყველების გზით ინფორმაციის მიღების, დამუშავების, გააზრების, სისტემაში მოყვანის, გაანალიზება-ინტერპრეტირებისა და წარდგენა-გაზიარების უნარი.</p>
<p>მენარმეობა, ინიციატივების გამოვლენა და საქმედ ქცევა</p>	<p>სწავლა-სწავლების პროცესში ინტერესისა და ცნობისმოყვარეობის გამოვლენა;</p> <p>ახალი იდეების, მიდგომების, შესაძლებლობების ძიება და მათი განხორციელება სწავლის გაუმჯობესების მიზნით;</p> <p>მზაობა გამოწვევების მისაღებად, გაბედული ნაბიჯების გადასადგმელად.</p>

შემოქმედებითი აზროვნება	ჩანაფიქრის შემოქმედებითად განხორციელება; ორიგინალური იდეების გამოვლენა და ხორცშესხმა; ახლის შექმნა; დასმული პრობლემების გადასაჭრელად არასტანდარტული გზების მოძიება; სწრაფვა გარემოს გარდაქმნა-გაუმჯობესებისკენ; გამონვევების მიღება, სასკოლო საქმიანობებში გაბედული ნაბიჯების გადადგმა.
-------------------------	---

წლიური პროგრამისა და სასწავლო თემის აგების პრინციპები

სტანდარტზე დაყრდნობით იგეგმება წლიური პროგრამები, რომლებიც გვიჩვენებს სტანდარტის მოთხოვნათა რეალიზების გზებს. წლიური პროგრამა სარეკომენდაციო ხასიათისაა. სკოლას შეუძლია გამოიყენოს რეკომენდებული წლიური პროგრამა ან თავად დასახოს სტანდარტის მიღწევის გზები. წლიური პროგრამები უნდა დაიგეგმოს სასწავლო თემების საშუალებით.

სასწავლო თემა იგეგმება შემდეგი კომპონენტების გამოყენებით:

<p>სასწავლო თემა</p> <p>სასწავლო თემა წარმოადგენს ფუნქციურ კონტექსტს, რომელიც სტანდარტის შედეგების, ცნებებისა თუ კონკრეტული საკითხების ინტეგრირებულად და ურთიერთდაკავშირებულად სწავლების საშუალებას იძლევა. თითოეული თემის ფარგლებში, შეძლებისდაგვარად, უნდა დამუშავდეს სტანდარტის ყველა შედეგი.</p>
<p>საგნობრივი საკითხები</p> <p>წლიური თემების ფარგლებში გამოიყოფა საგნობრივი საკითხები. საგნობრივი საკითხების სწავლება თვითმიზანს არ წარმოადგენს.</p> <p>საგნობრივი საკითხების მეშვეობით მოსწავლე გაიაზრებს ცნების შინაარსს, ამუშავებს საკვანძო შეკითხვებს, ასრულებს კომპლექსურ დავალებებს.</p>
<p>თემის ფარგლებში დასამუშავებელი ცნებები</p> <p>ცნებები განსაზღვრავს იმ არსებით ცოდნას, რომელსაც მოსწავლე საგნის ფარგლებში უნდა დაეუფლოს.</p>
<p>თემატური საკვანძო შეკითხვები</p> <p>თემატური საკვანძო შეკითხვები გამომდინარეობს საფეხურებრივი საკვანძო შეკითხვებიდან და დაისმის თემის კონკრეტულ კონტექსტში. მათი ფუნქციაა:</p> <p>მოსწავლის წინარე ცოდნის გააქტიურება, ცნობისმოყვარეობის გაღვივება, პროვოცირება ახალი ცოდნის შესაძენად;</p> <p>სასწავლო თემის შედეგზე ორიენტირებულად სწავლა-სწავლების უზრუნველყოფა; თემის სწავლა-სწავლების პროცესში შუალედური ბიჯების/ეტაპების განსაზღვრა.</p> <p>საკვანძო შეკითხვა წარმოადგენს მაორგანიზებელ ელემენტს, რომელმაც სასწავლო თემის ფარგლებში შესაძლოა გაკვეთილ(ებ)ის მიზნის როლი შეასრულოს.</p>
<p>აქტივობები</p> <p>დავალებების ტიპები/ნიმუშების ჩამონათვალი, რომლებიც გამოიყენება გაგება-გააზრებისა და შეჯამების პროცესების, ასევე ცოდნის ათვისების, განმტკიცებისა თუ შეჯამების მიზნით.</p> <p>კომპლექსურ/პროექტულ დავალებათა იდეების ჩამონათვალი</p> <p>კომპლექსური/პროექტული დავალებები წარმოადგენს იმგვარ აქტივობებს, რომელთა შესრულება მოითხოვს სხვადასხვა ცოდნათა ინტეგრირებულად გამოყენებას ფუნქციურ კონტექსტებში.</p>
<p>შეფასების ინდიკატორები</p> <p>შეფასების ინდიკატორები სტანდარტის შედეგებიდან გამომდინარეობს და აჩვენებს, რა უნდა შეძლოს მოსწავლემ კონკრეტული თემის ფარგლებში. სხვა სიტყვებით, ინდიკატორები წარმოადგენს კონკრეტულ თემაში რეალიზებულ შედეგებს. ინდიკატორებში დაკონკრეტებულია ცოდნის ის სავალდებულო მინიმუმი, რომელსაც მოსწავლე თემის ფარგლებში უნდა დაეუფლოს. შეფასების ინდიკატორებზე დაყრდნობით ყალიბდება კრიტერიუმები შეფასების რუბრიკებისთვის.</p>

როგორ აიგება სასწავლო თემა?

სასწავლო თემის ასაგებად უმთავრესი ორიენტირებია სტანდარტის შედეგები. ისინი სტანდარტში სავალდებულო სახითაა განსაზღვრული. ცნებებსა და შედეგებზე დაყრდნობით განისაზღვრება მკვიდრი წარმოდგენები, საკვანძო კითხვები და შეფასების ინდიკატორები.

სასწავლო თემის სწავლა-სწავლების მიზნით შემდეგ ეტაპზე უნდა განისაზღვროს საგნობრივი საკითხები, რესურსები, დავალებების ტიპები/ნიმუშები გაგების, გააზრების, განმტ-

კიციებისა და შეჯამების მიზნით. ასევე მნიშვნელოვანია განისაზღვროს იდეები შემაჯამებელი კომპლექსური დავალებებისთვის, რადგან მხოლოდ კომპლექსური დავალებების საშუალებით შეიძლება გამოვლინდეს, რამდენად დაეუფლა მოსწავლე თემის ფარგლებში ასათვისებელ ცოდნა-უნართა ერთობლიობას და რამდენად ახერხებს მათ ფუნქციურად გამოყენებას.

სასწავლო თემის აგების ბიჯები

- ნაბიჯი 1. საგნობრივი საკითხების განსაზღვრა
- ნაბიჯი 2. თემატური საკვანძო კითხვების დასმა
- ნაბიჯი 3. შეფასების ინდიკატორების განსაზღვრა
- ნაბიჯი 4. აქტივობებისა და მიმდინარე დავალებების დაგეგმვა და რესურსების შერჩევა
- ნაბიჯი 5. შემაჯამებელი კომპლექსური დავალებების შემუშავება

სწავლის უნარების გასაუმჯობესებლად მნიშვნელოვანია ზრუნვა მეტაკოგნიციის უნარების განვითარებაზე, რისთვისაც მასწავლებელმა პერიოდულად სამი ტიპის აქტივობა უნდა ჩაატაროს. ეს აქტივობებია:

სტრატეგიების მოდელირება: მასწავლებელი მოსწავლეებთან ერთად ასრულებს დავალებას და მისი შესრულებისას „ხმამალა ფიქრობს“ იმაზე, თუ როგორ შეასრულოს ეს აქტივობა (მაგ., კარგად გავეცნოთ პირობას და დავაკვირდეთ, რას მოითხოვს იგი; აქვს თუ არა პირობას თანხმლები მასალა და მისთ.);

წინმსწრები მეტაკოგნიტური პაუზა, ანუ დავალების შესრულებამდე დაფიქრება და მსჯელობა გადასადგმელ ნაბიჯებზე – მას შემდეგ, რაც მოსწავლეები გაეცნობიან დავალების პირობას, შევასრულებინებთ მეტაკოგნიტური ხასიათის ამგვარ აქტივობას: მათ ჯგუფურად უნდა განსაზღვრონ ის გზა, რომლითაც დავალებას შეასრულებენ, სახელდობრ: დეტალურად აღწერონ დავალების შესრულების ეტაპები (რას შეასრულებენ რის შემდეგ და სხვ.), ასევე სტრატეგიები, რომლებსაც გამოიყენებენ თითოეულ ეტაპზე. ჯგუფებმა უნდა წარმოადგინონ თავიანთი ნამუშევრები და იმსჯელონ შერჩეული გზებისა თუ სტრატეგიების მიზანშეწონილობაზე.

შემდგომი მეტაკოგნიტური პაუზა, ანუ დავალების შესრულების შემდეგ დაფიქრება და მსჯელობა გადადგმულ ნაბიჯებზე – მას შემდეგ, რაც მოსწავლეები შეასრულებენ კონკრეტულ დავალებას, მათ უნდა გაიხსენონ და აღწერონ განვლილი გზა: რა გააკეთეს რის შემდეგ? რა ხერხები გამოიყენეს მუშაობისას? რა გაუჭირდათ ან რა გაუადვილდათ? შესრულებული მოქმედებების აღწერის შედეგად მოსწავლეები გააცნობიერებენ იმ ფაქტს, რომ მიზნის მისაღწევად არსებობს სხვადასხვა გზა და ხერხი, რომლებზეც დავალების შესრულებამდე უნდა დაფიქრდნენ (ოპტიმალური გადაწყვეტილების მისაღებად). მეტაკოგნიტური პაუზა მოსწავლეებს განუვითარებს სწავლის უნარებს და აუმაღლებს სწავლის ქმედუნარიანობას.

დ) შეფასება

ახალი სკოლის მოდელის თანახმად, შეფასებისთვის გამოიყენება SOLO (Structure of Observed Learning Outcome) ტაქსონომია (იგივე დაკვირვებადი სწავლის შედეგების ტაქსონომია). სოლო ტაქსონომიით მასწავლებელი შეისწავლის მოსწავლის სწავლის პროცესს, მოსწავლე - საკუთარი სწავლის პროცესს (სოლო – „სად ვარ მე“). სოლო ტაქსონომია მოიცავს ხუთ დონეს:

1. პრესტრუქტურული დონე – მოსწავლე საერთოდ ვერ იგებს საკითხს, იყენებს შეუსაბამო, არარელევანტურ ინფორმაციას ან/და საერთოდ აცდენილია მნიშვნელობას/აზრს (მოსწავლე – არ შემოიძლია, დახმარება მჭირდება);
2. უნისტრუქტურული დონე – მოსწავლეს შეუძლია მხოლოდ ერთი ასპექტის გათვალისწინება, მარტივი, ზედაპირული კავშირების დამყარება, ტერმინის გახსენება/დასახელება, ინფორმაციის გადმოცემა, აზრის გამოტანა, მოძიება, აღნიშვნა, მარტივი ინსტრუქციის შესრულება და პროცედურის დაცვა (მოსწავლე – შემოიძლია მარტივი მითითების შესრულება);
3. მულტისტრუქტურული დონე – მოსწავლეს შეუძლია რამდენიმე ასპექტის გათვალისწინება, ვერ ამყარებს მათ შორის არსებულ მიმართებებს. შეუძლია ჩამოთვლა, აღწერა, ინფორმაციის კლასიფიკაცია, შევსება, გაგრძელება, მეთოდის გამოყენება, პროცედურების შესრულება (მოსწავლე – შემოიძლია აღწერა, ჩამოთვლა);
4. მიმართებითი დონე – მოსწავლეს შეუძლია გაიგოს, რა მიმართებებია რამდენიმე ასპექტს შორის, ადგენს მათ შორის კავშირს და ნაწილებისგან ქმნის მთლიანს; შეუძლია კლასიფიცირება, მსგავსება-განსხვავების აღმოჩენა, ახსნა (მიზეზისა და შედეგის), გაანალიზება, ანალოგიის მოყვანა, კითხვის დასმა, თეორიის გამოყენება, აღწერა (მოსწავლე – შემოიძლია ახსნა, ანალიზი);
5. გაფართოებული აბსტრაქტული დონე – მოსწავლეს შეუძლია მოცემულის/შეთავაზებულის მიღმა სტრუქტურის განზოგადება და აღქმა სხვადასხვა პერსპექტივიდან, იდეების ჩამოყალიბება და გადატანა სხვა სიტუაციაში. მას შეუძლია განზოგადება, ჰიპოთეზის/კონცეფციის/ თეორიის ჩამოყალიბება. შეუძლია შეფასება/კრიტიკა, შექმნა, გადამონმება, დადასტურება, დასაბუთება, პრიორიტეტების დასახვა (მოსწავლე – შემოიძლია შექმნა, შეფასება).

სწავლის ხარისხის გაუმჯობესების ხელშესაწყობად უპირატესობა უნდა მიენიჭოს განმავითარებელ შეფასებას, რომელიც აფასებს მოსწავლეს თავის წინარე შედეგებთან მიმართებით, ზომავს ინდივიდუალურ წინსვლას და, ამდენად, აძლევს მოსწავლეს ცოდნის ეტაპობრივი კონსტრუირების საშუალებას.

მნიშვნელოვანია, მოსწავლე თავად იყოს ჩართული განმავითარებელ შეფასებაში. სწავლის პროცესის შეფასება მოსწავლეს გამოუმუშავებს დამოუკიდებლად სწავლის უნარ-ჩვევებს, დაეხმარება სწავლის სტრატეგიების ათვისებაში, საშუალებას მისცემს, გაცნობიერებულად შეუწყოს ხელი საკუთარ წინსვლასა და წარმატებას. შეფასებაში ჩართვის ძირითადი მიზანია მოსწავლის გათვითცნობიერება სწავლის პროცესებში, რაც მას ამ პროცესების გააზრებულად და დამოუკიდებლად მართვას შეასწავლის.

შემაჯამებელი (განმავითარებელი და განმსაზღვრელი) შეფასება

შემაჯამებელი შეფასებისთვის გამოიყენება კომპლექსური, კონტექსტის მქონე დავალებები, რომელთა შესრულება მოითხოვს სტანდარტით განსაზღვრული ცოდნისა და უნარების ინტეგრირებულად და ფუნქციურად გამოყენებას. ამ დავალებათა შესაფასებლად გამოიყენება შეფასების რუბრიკები, ანუ კრიტერიუმების ბადე.

მოსწავლეს თითოეული სასწავლო თემის დამუშავების შემდეგ ევალება შემაჯამებელი დავალების წარმოდგენა. შემაჯამებელი დავალებების მინიმალური რაოდენობა წლის განმავლობაში სავალდებულო სასწავლო თემების რაოდენობას ემთხვევა.

ტიპობრივი დავალებები შემაჯამებელი შეფასებისათვის

სტანდარტის მოთხოვნათა დასაფარად, რეკომენდებულია შემაჯამებელ დავალებათა მრავალფეროვანი ფორმების გამოყენება. მათემატიკის შემაჯამებელ დავალებათა ტიპები შეიძლება იყოს:

ტექსტურ ამოცანასთან დაკავშირებული ღია ან დახურული (რამდენიმე შესაძლო პასუხს შორის სწორი პასუხის შერჩევა, შესაბამისობის დამყარება, სწორი თანმიმდევრობით დალაგება) ტიპის დავალება;

ტექსტის წაკითხვა და მონაცემთა ანალიზით (გამოთვლების ან ლოგიკური მსჯელობის საფუძველზე) მიღებული დასკვნის გადმოცემა და დასაბუთება (მათ შორის ისეთი ტექსტის, რომელიც შეიცავს დიაგრამებს და ცხრილებს);

განტოლების ამოხსნა, ასოითი გამოსახულების გამარტივება, რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობის გამოთვლა;

გეომეტრიული ამოცანა, რომელშიც მოსწავლეს მოეთხოვება ფიგურის თვისებების დადგენა, ზომების განსაზღვრა, ფიგურის აგება;

ამოცანა, რომელშიც წინასწარ განსაზღვრული მონაცემების საფუძველზე მოსწავლეს მოეთხოვება მოცემული ფაქტის დასაბუთება ან უარყოფა (მაგალითად, თეორემის დამტკიცება).

უნარ-ჩვევები ფასდება შემდეგი კრიტერიუმებით:

მოსწავლე აღიქვამს ამოცანის შინაარსს, გაიაზრებს და გამიჯნავს ამოცანის მონაცემებსა და საძიებელ სიდიდეებს. ახდენს მონაცემების (მათ შორის პრობლემის გადასაჭრელად საჭირო მონაცემების) ორგანიზებას და მათ წარმოდგენას;

გადმოცემისას სწორად და ეფექტიანად იყენებს მათემატიკურ ტერმინებსა და აღნიშვნებს. ადეკვატურად ირჩევს სიმკაცრის დონეს და როდესაც საჭიროა, დასაბუთებისას იყენებს მკაცრ მათემატიკურ მსჯელობას (მათ შორის ინდუქციურ და დედუქციურ მსჯელობას);

პოულობს, არჩევს და იყენებს გზებსა და მეთოდებს (მათ შორის ტექნოლოგიებს) ფიგურების და ობიექტების ზომების, აგრეთვე მათ შორის მანძილების, მასის, ტემპერატურის და დროის გასაზომად. არჩევს და მოიპოვებს პროცესის ან რეალური ვითარების მოდელირებისათვის საჭირო მონაცემებს;

ახდენს მოცემული მოდელის ელემენტების ინტერპრეტირებას იმ რეალობის კონტექსტში, რომელსაც მოდელი აღწერს და პირიქით – რეალური ვითარების დაკვირვების შედეგად მიღებული მონაცემების ინტერპრეტირებას შესაბამისი მოდელის ენაზე. განსაზღვრავს მოდელის ვარგისიანობას და აფასებს მისი გამოყენების საზღვრებს;

კომპლექსურ (რთულ) პრობლემას ყოფს საფეხურებად, მარტივ ამოცანებად და ქრის ეტაპობრივად (ამოხსნა), მათ შორის სტანდარტული მიდგომებისა და პროცედურების გამოყენებით;

ამოცანების ამოხსნისას, იყენებს მათემატიკურ ობიექტებს, პროცესებს და მათ თვისებებს; ირჩევს ეფექტიან სტრატეგიას და მოკლედ აღწერს პრობლემის გადაჭრის საფეხურებს. მიჰყვება არჩეულ სტრატეგიას. აანალიზებს არჩეულ სტრატეგიას და დასაბუთებს არჩეული სტრატეგიის ეფექტიანობას, მიმოიხილავს შესაძლო ალტერნატიულ სტრატეგიებს და მსჯელობს მათ უპირატესობებსა და ნაკლებზე;

ირჩევს გამოთვლების ადეკვატურ / ოპტიმალურ ხერხს და ახდენს მის რეალიზებას;

ამყარებს კავშირებს (მაგალითად, სხვა მათემატიკურ სტრუქტურებთან, ობიექტებთან ან სხვა დისციპლინებთან) და იყენებს ამ კავშირებს როგორც პრობლემის გადაჭრისას, ასევე მიღებული შედეგების გაანალიზებისას;

ახდენს მიღებული შედეგების განზოგადებას, ამყარებს კავშირებს (მაგალითად სხვა მათემატიკურ სტრუქტურებთან, ობიექტებთან ან სხვა დისციპლინებთან) და იყენებს ამ კავშირებს როგორც პრობლემის გადაჭრისას, ასევე მიღებული შედეგების გაანალიზებისას;

ირჩევს დასაბუთების ხერხს (მაგალითად: სანინაალმდეგოს დაშვების გამოყენება დამტკიცებისას, ევრისტული მეთოდის გამოყენება დასაბუთებისას);

ინფორმაციის გადაცემისას წარმოაჩენს საკითხის არსს (მაგალითად, მათემატიკური ობიექტის არსებით თვისებებს);

კორექტულია მასწავლებელთან და მეგობრებთან მიმართებაში. იგებს და აანალიზებს სხვის ნააზრევს;

თანამშრომლობს თანაკლასელებთან ჯგუფური სამუშაოების შესრულებისას;

აუდიტორიისა და საპრეზენტაციო მასალის მიხედვით ირჩევს პრეზენტაციის ფორმას და დამხმარე საშუალებებს (მათ შორის საინფორმაციო ტექნოლოგიებს). ეფექტიანად იყენებს

პრეზენტაციისათვის განკუთვნილ დროს;

ახდენს პრობლემის ფორმულირებას აუდიტორიისათვის გასაგები ფორმით. ასაბუთებს პრობლემის აქტუალურობას და მნიშვნელობას (იგულისხმება პრობლემის პრაქტიკული ან/და წმინდა მეცნიერული აქტუალურობა);

სადემონსტრაციოდ იყენებს მაგალითებს, როგორც რეალური ვითარებიდან ასევე მათემატიკიდან;

კეთილსინდისიერად ასრულებს დავალებებს (ვადებისა და რაოდენობის თვალსაზრისით).

მოთხოვნები, რომლებსაც უნდა აკმაყოფილებდეს განმსაზღვრელი შეფასებისათვის განკუთვნილი შემაჯამებელი დავალება

დავალების თითოეულ ტიპს უნდა ახლდეს თავისი შეფასების ზოგადი რუბრიკა;

ზოგადი რუბრიკა უნდა დაზუსტდეს კონკრეტული დავალების პირობისა და განვლილი მასალის გათვალისწინებით;

10 ქულა უნდა გადანაწილდეს რუბრიკაში შემავალ კრიტერიუმებზე;

მითითებული უნდა იყოს სტანდარტის ის შედეგები, რომელთა შეფასებასაც ემსახურება შემაჯამებელი დავალება.

კონკრეტული რუბრიკის ნიმუში

ტექსტური ამოცანა, რომლის ამოხსნა მოითხოვს განტოლების შედგენას და ამოხსნას

საფეხურები	ქულა
ამოცანის მონაცემების ორგანიზება	
ამოხსნისათვის საჭირო მონაცემების ამოკრეფა ამოცანის ტექსტიდან	0-1
მონაცემების ორგანიზება და ისეთი ხერხით ჩანერა, რომელიც აადვილებს ამოხსნის გზის მოძებნას	0-1
ადეკვატური აღნიშვნების შემოტანა	
საძიებელი სიდიდეების გამოყოფა	0-1
საძიებელი სიდიდეებისათვის ასოითი აღნიშვნების შემოღება	0-1
მათემატიკური ობიექტებისა და პროცედურებისათვის სწორი აღნიშვნების გამოყენება (მაგალითად: ფუნქციის, ალგებრული მოქმედების)	0-1
ამოხსნის გზის მოძებნა	
განტოლების შედგენის წინმსწრები მსჯელობა	0-1
განტოლების შედგენა	0-1
ამოხსნის გზის რეალიზება და პასუხის მიღება	
განტოლების ამოხსნის ხერხის მოძებნა	0-1
განტოლების ამოხსნა და პასუხის მიღება	0-1-2

მათემატიკა საბაზო საფეხურზე წლიური პროგრამა

საბაზო საფეხურის მათემატიკის პროგრამა სარეკომენდაციო ხასიათისაა და აჩვენებს სტანდარტის მოთხოვნათა რეალიზების შესაძლო გზებს. პროგრამა შედგება შემდეგი ნაწილები-საგან:

სასწავლო თემა სასწავლო თემა წარმოადგენს ფუნქციურ კონტექსტს, რომელიც სტანდარტის შედეგების, ცნებებისა თუ კონკრეტული საკითხების ინტეგრირებულად და ურთიერთდაკავშირებულად სწავლების საშუალებას იძლევა. თითოეული თემის ფარგლებში, შეძლებისდაგვარად, უნდა დამუშავდეს სტანდარტის ყველა შედეგი.
საგნობრივი საკითხები წლიური თემების ფარგლებში გამოიყოფა საგნობრივი საკითხები. საგნობრივი საკითხების სწავლება თვითმიზანს არ წარმოადგენს. საგნობრივი საკითხების მეშვეობით მოსწავლე გაიაზრებს ცნების შინაარსს, ამუშავებს საკვანძო შეკითხვებს, ასრულებს კომპლექსურ დავალებებს.
თემის ფარგლებში დასამუშავებელი ცნებები ცნებები განსაზღვრავს იმ არსებით ცოდნას, რომელსაც მოსწავლე საგნის ფარგლებში უნდა დაეუფლოს.
თემატური საკვანძო შეკითხვები თემატური საკვანძო შეკითხვები გამომდინარეობს საფეხურებრივი საკვანძო შეკითხვებიდან და დაისმის თემის კონკრეტულ კონტექსტში. მათი ფუნქციაა: <ul style="list-style-type: none">• მოსწავლის წინარე ცოდნის გააქტიურება, ცნობისმოყვარეობის გაღვივება, პროვოცირება ახალი ცოდნის შესაძენად;• სასწავლო თემის შედეგზე ორიენტირებულად სწავლა-სწავლების უზრუნველყოფა;• თემის სწავლა-სწავლების პროცესში შუალედური ბიჯების/ეტაპების განსაზღვრა. საკვანძო შეკითხვა წარმოადგენს მაორგანიზებელ ელემენტს, რომელმაც სასწავლო თემის ფარგლებში შესაძლოა გაკვეთილ(ებ)ის მიზნის როლი შეასრულოს.
აქტივობები დავალებების ტიპები/ნიმუშების ჩამონათვალი, რომლებიც გამოიყენება გაგება-გააზრებისა და შეჯამების პროცესების, ასევე ცოდნის ათვისების, განმტკიცებისა თუ შეჯამების მიზნით. კომპლექსურ/პროექტულ დავალებათა იდეების ჩამონათვალი კომპლექსური/პროექტული დავალებები წარმოადგენს იმგვარ აქტივობებს, რომელთა შესრულება მოითხოვს სხვადასხვა ცოდნათა ინტეგრირებულად გამოყენებას ფუნქციურ კონტექსტებში.
შეფასების ინდიკატორები შეფასების ინდიკატორები სტანდარტის შედეგებიდან გამომდინარეობს და აჩვენებს, რა უნდა შეძლოს მოსწავლემ კონკრეტული თემის ფარგლებში. სხვა სიტყვებით, ინდიკატორები წარმოადგენს კონკრეტულ თემაში რეალიზებულ შედეგებს. ინდიკატორებში დაკონკრეტებულია ცოდნის ის სავალდებულო მინიმუმი, რომელსაც მოსწავლე თემის ფარგლებში უნდა დაეუფლოს. შეფასების ინდიკატორებზე დაყრდნობით ყალიბდება კრიტერიუმები შეფასების რუბრიკებისთვის.

IX კლასი

თემა: რიცხვები და მათი გამოყენება ყოველდღიურ ცხოვრებასა და მეცნიერების სხვა დარგებში		
ზოგადი ცნებები	ცნებები	საკითხები
რიცხვები	ნამდვილი რიცხვები	9.1.1 „სამომხმარებლო არითმეტიკა“: მარტივად და რთულად დარიცხული საპროცენტო განაკვეთი; ხარჯთაღრიცხვა; სხვადასხვა გადასახადი, ფასდაკლება, ამორტიზაცია.
<p>შეკითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ უნდა შევადაროთ ორი მარტივად დარიცხული საპროცენტო განაკვეთი ერთმანეთს? • როგორ გვეხმარება რიცხვების თვისებები სხვადასხვაგვარ ფასდაკლებასთან, დაბეგვრასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნისას? • როგორ უნდა გამოვიყენოთ გამოთვლების ტექნიკა პირად ხარჯთაღრიცხვასთან, შემოსავალთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნისას? 		
<p>შეფასების ინდიკატორები – მოსწავლემ უნდა შეძლოს:</p> <p>მსჯელობა-დასაბუთების ზოგიერთი ხერხის გამოყენება რიცხვებთან დაკავშირებული დებულებების დამტკიცებისას (მათ.საბ.1,2,3,4);</p> <p>გამოთვლებთან დარაოდენობის შეფასებასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნა (მათ.საბ. 7,8,9).</p>		

თემა: რეალური პროცესების მათემატიკური მოდელები		
ზოგადი ცნებები	ცნებები	საკითხები
სიდიდეებს შორის დამოკიდებულება	ფუნქცია, ფუნქციის გრაფიკი	<p>9.2.1 ფუნქცია. ფუნქციის განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე. ფუნქციის ზრდადობა, კლებადობა, ლუნობა, კენტობა. ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობები;</p> <p>9.2.2 წრფივი ფუნქცია, კვადრატული ფუნქცია, მათი განსაზღვრის არე და მნიშვნელობათა სიმრავლე, გრაფიკები და თვისებები: ზრდადობა/კლებადობა, ნიშანმუდმივობის შუალედები, ნულები, მოცემულ ინტერვალზე მაქსიმუმის/მინიმუმის წერტილები და შესაბამისი მნიშვნელობები.</p>
ალგებრული გამოსახულებები; განტოლებები და უტოლობები	კვადრატული სამწევრი, კვადრატული განტოლება	<p>9.2.3 კვადრატული სამწევრი: დისკრიმინანტი, ფესვები. კვადრატული სამწევრის დაშლა მამრავლებად. ვიეტის თეორემა;</p> <p>9.2.4 ერთუცნობიან უტოლობათა სისტემები;</p> <p>9.2.5 ორუცნობიან განტოლებათა სისტემები (ერთი განტოლება მაინც წრფივია, ხოლო მეორის ხარისხი არ აღემატება ორს).</p>
მიმდევრობები	არითმეტიკული პროგრესია, გეომეტრიული პროგრესია	9.2.6 არითმეტიკული/გეომეტრიული პროგრესიის n-ური წევრისა და პირველი წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულები.
<p>შეკითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ არის შესაძლებელი განტოლებათა სისტემებისა და უტოლობების გამოყენება რეალური პრობლემის გადაჭრისას? როგორ შეიძლება არითმეტიკული და გეომეტრიული პროგრესიის თვისებების გამოყენება მარტივად და რთულად დარიცხული საპროცენტო განაკვეთის გამოსათვლელად? თანხის დასაბანდებლად ან სესხის ასაღებად უკეთესი პირობების შესარჩევად? 		
<p>შეფასების ინდიკატორები – მოსწავლემ უნდა შეძლოს:</p> <ul style="list-style-type: none"> ვერბალურად აღწერილი სიტუაციის ალგებრული გამოსახულების (ფორმულის) სახით ჩანერა (მათ.საბ.1,2,3,4); ალგებრული გამოსახულების გამარტივება და მათი რიცხვითი მნიშვნელობების გამოთვლა ცვლადთა სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის (მათ.საბ.1,2,3,4,7,8,9); განტოლების ამოხსნა და ამონახსნის გეომეტრიული ინტერპრეტაცია (მათ.საბ. 4,5,6,7,8,9); განტოლებების შედგენა ვერბალურად მოცემული ამოცანის შესაბამისად, განტოლების შესაბამისი ამოცანის შედგენა (მათ.საბ.7,8,9); მიმდევრობების და მათი თვისებების გამოყენება პრობლემების გადაჭრისას (მათ.საბ. 1,2,3,4,7,8,9); ფუნქციებისა და მათი თვისებების გამოყენება სიდიდეებს შორის დამოკიდებულების აღსაწერად და გამოსაკვლევად (მათ. საბ. 1,2,3,7,8,9) 		

თემა: გარემომცველი სამყარო და გეომეტრიული ობიექტები		
ზოგადი ცნებები	ცნებები	საკითხები
გეომეტრიული ფიგურა	სამკუთხედი, წრენირი, სივრცითი ფიგურა	<p>9.3.1 მსგავსი მრავალკუთხედები. სამკუთხედების მსგავსების ნიშნები. მსგავსი სამკუთხედების პერიმეტრებისა და ფართობების შეფარდება;</p> <p>9.3.2 წრენირი და წრე: მათთან დაკავშირებული მონაკვეთები და მათი თვისებები, ცენტრალური და ჩახაზული კუთხეები;</p> <p>9.3.3 წრენირის მხების და ქორდის თვისებები: ურთიერთგადამკვეთი ქორდების თვისებები, ერთი წერტილიდან წრენირისადმი გავლებული მხებისა და მკვეთის თვისება;</p> <p>9.3.4 წრენირის სიგრძე და წრის ფართობი (დამტკიცების გარეშე);</p> <p>9.3.5 სამკუთხედში ჩახაზული/შემოხაზული-წრენირი და მისი რადიუსი;</p> <p>9.3.6 გეომეტრიული ადგილის ცნება და მისი გამოყენება აგების ამოცანებში;</p> <p>9.3.7 პრიზმა და მისი ელემენტები: ფუძე, გვერდითი წახნაგი, გვერდითი ნიბო, სიმაღლე, დიაგონალი;</p> <p>9.3.8 პრიზმის კერძო სახეები: მართი პრიზმა, წესიერი პრიზმა, მართი პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედი, კუბი;</p> <p>9.3.9 მართი პრიზმის დიაგონალური კვეთა;</p> <p>9.3.10 პირამიდა და მისი ელემენტები: წვერო, გვერდითი ნიბო, ფუძე, გვერდითი წახნაგი, სიმაღლე. წესიერი პირამიდა, აპოთემა;</p> <p>9.3.11 მართობი, დახრილი და გეგმილი. მანძილი წერტილიდან წრფემდე.</p>
კოორდინატები და გეომეტრიული გარდაქმნები (სიბრტყეზე)	მსგავსების გარდაქმნა. ვექტორები	<p>9.4.1 მსგავსების კოეფიციენტი, მსგავს ფიგურათა პერიმეტრები და ფართობები;</p> <p>9.4.2 ოპერაციები ვექტორებზე – სკალარზე გამრავლება, შეკრება, სხვაობა. ვექტორის დაშლა ჯამად მიმართულებების მიხედვით.</p>
<p>შეკითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ შემიძლია სივრცითი ფიგურების შლილების გამოყენება ამ ფიგურების ზედაპირის ფართობების გამოსათვლელად? რა სახის ამოცანები შეიძლება ამოიხსნას მართკუთხა და სამკუთხა პრიზმებისა და პირამიდების ზედაპირის ფართობების გამოყენებით? როგორ შეიძლება გეომეტრიული ფიგურების თვისებების გამოყენება ჩვენი გარემომცველი საგნებისა და მათი ელემენტების ზომების მოსაძებნად? 		

შეფასების ინდიკატორები – მოსწავლემ უნდა შეძლოს:

- ფიგურების ან მათი ელემენტების ზომების მოძებნა/შეფასება და მათი გამოყენება პრაქტიკული პრობლემების გადაჭრისას **(მათ. საბ. 1,2,5,6,7);**
- გეომეტრიული გარდაქმნებისა და მათი კომპოზიციების კვლევა და გამოყენება **(მათ. საბ. 1,2,3,4,7,8,9);**
- “ნერტილთაგეომეტრიულიადგილის” ცნების გამოყენება ობიექტთა გამოსახვისა და მათი თვისებების აღსაწერად **(მათ.საბ.1,2,5,6,7).**

თემა: მონაცემთა ინტერპრეტაცია და ანალიზი

ზოგადი ცნებები	ცნებები	საკითხები
ალბათობა	ხდომილობა. ხდომილობის ალბათობა	<p>9.5.1 აუცილებელი და შეუძლებელი ხდომილობანი, მოცემული ხდომილობის სანინააღმდეგო ხდომილობა;</p> <p>9.5.2 ვარიანტების დათვლის ხერხები: განაცვლებათა რაოდენობა, ჯუფთებათა რაოდენობა, წყობათა რაოდენობა;</p> <p>9.5.3 ვარიანტების დათვლის ხერხების გამოყენება შემთხვევითი ექსპერიმენტის აღსაწერად</p>

შეკითხვები:

- როგორ უნდა მოვიპოვოთ თვისებრივი და რაოდენობრივი მონაცემები?
- რატომ არის შემთხვევითი ხდომილობის ალბათობა 0-სა და 1-ს შორის?
- რა განსხვავებაა თეორიულ და ექსპერიმენტულ ალბათობებს შორის?
- როგორ გამოიყენება თეორიული ალბათობები პროგნოზების ან გადამწყვეტილებების მისაღებად?
- როგორ შემიძლია გამოვიყენო ალბათობა იმის დასადგენად, ღირს თუ არა თამაშში მონაწილეობის მიღება ან ლატარიაში მოგების ჩემი შანსების შესახებ წარმოდგენის მისაღებად?
- რა განაპირობებს თვისებრივი და რაოდენობრივი მონაცემების წარმოდგენის ხერხის შერჩევას?
- როგორ შეიძლება გამოვიყენოთ რაოდენობრივ მონაცემთა ანალიზის შედეგები ყოველდღიურ ცხოვრებაში?

შეფასების ინდიკატორები – მოსწავლემ უნდა შეძლოს:

მონაცემების მონესრიგება და წარმოდგენა დასმული ამოცანის ამოსახსნელად ხელსაყრელი ფორმით **(მათ.საბ.4,5,6);**

შემთხვევითი მოვლენების ამოცნობა და ხდომილობათა ალბათობების გამოთვლა **(მათ. საბ.1,2,3,4,7);**

ხდომილობათა ალბათობების შეფასება და მსჯელობა ხდომილობათა მოსალოდნელობის შესახებ ფარდობითი სიშორესა და ალბათობას შორის კავშირის გამოყენებით **(მათ. საბ.1,2,3,4,7,8,9);**

მონაცემთა ანალიზი და დასკვნების ჩამოყალიბება **(მათ.საბ.1,2,3,4,5,7,8,9).**

შინაარსისა და მიზნების რუკა

შინაარსი	თემის კავშირი მიზნებთან და შედეგებთან	სავარაუდო ხანგრძლივობა
1	2	3
გამეორება	მათ. საბ. 1, 2,3,4,8,9,10	9 სთ
ტესტი N 1, 2, 3		
რიცხვითი სისტემები; პროპორცია; პროცენტი; გამოთვლებთან და რაოდენობის შეფასებასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნა)		
შემაჯამებელი წერა N 1		1 სთ
თავი 1 კვადრატული განტოლებები		
ტესტი N 4		
1. კვადრატული განტოლების ამოხსნა 2. ზოგიერთი მეორე ხარისხის უტოლობის ამოხსნა 3. ვიეტას თეორემა 4. კვადრატული სამწევრის დაშლამარავლებად	მათ. საბ. 1,2,4,5,8,9	17სთ
შემაჯამებელი წერა N 2		1 სთ
თავი 2 წრეწირი		
ტესტი N 9		
1. ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება 2. წრეწირი სმხები 3. ორი წრეწირის ურთიერთმდებარეობა 4. წრეწირში ჩახაზული და წრეწირზე შემოხაზული სამკუთხედები 5. წრეწირის რკალი 6. ჩახაზული კუთხე 7. მხებიტა და ქორდით შედგენილი კუთხე 8. მართკუთხა სამკუთხედის თვისებები 9. ორი წრეწირის საერთო შიგა და საერთო გარე მხები 10. წრეწირში ჩახაზული ოთხკუთხედი 11. წრეწირზე შემოხაზული ოთხკუთხედი 12. პროპორციული მონაკვეთები წრეში 13. წესიერი მრავალკუთხედები 14. წრეწირის სიგრძე, წრის ფართობი 15. რამდენიმე საინტერესო ამოცანა	მათ. საბ. 1,2,3,5,6,7,11	20 სთ
შემაჯამებელი წერა N 3, 4		2 სთ

თავი 3 გეომეტრიული გარდაქმნები. ფუნქცია. ფუნქციის თვისებები		
ტესტი N 5	მათ. საბ.	15 სთ
1. ღერძული სიმეტრია 2. ცენტრული სიმეტრია 3. პარალელური გადატანა 4. ფუნქცია, ფუნქციათა თვისებები 5. წრფივი ფუნქცია 6. ამოვიცნოთ წრფივი ფუნქცია	1,2,3,7,8,9,10,11	
შემაჯამებელი წერა N 5		1 სთ
თავი 4 კვადრატული ფუნქცია		
ტესტი N 6	მათ. საბ.	30 სთ
1. კვადრატული ფუნქცია 2. $y=x^2$ ფუნქცია 3. $f(x)=x^2+c$ ფუნქცია 4. $f(x)=(x-d)^2+m$ ფუნქცია 5. $f(x)=ax^2$ ფუნქციის გრაფიკი 6. $f(x)=ax^2+bx+c$ ფუნქციის გრაფიკი 7. ამოვიცნოთ კვადრატული ფუნქცია 8. პარაბოლის მდებარეობა საკოორდინატო ღერძების მიმართ 9. კვადრატული ფუნქციის უმცირესი და უდიდესი მნიშვნელობა 10. კვადრატული უტოლობის ამოხსნა 11. ამოვხსნათ ერთუცნობიან უტოლობათა სისტემა 12. ორუცნობიანი უტოლობის ამოხსნა 13. მეორე ხარისხის ორუცნობიან განტოლებათა სისტემის ამოხსნა	1,2,3,7,8,9,10	
შემაჯამებელი წერა N 6, 7		2 სთ
თავი 5 სამკუთხედების მსგავსება		
ტესტი N 10	მათ. საბ.	16 სთ
1. სამკუთხედების მსგავსება 2. სამკუთხედების მსგავსების I ნიშანი 3. სამკუთხედების მსგავსების II ნიშანი 4. სამკუთხედების მსგავსების III ნიშანი 5. პროპორციული მონაკვეთები მსგავს სამკუთხედებში 6. მსგავსი სამკუთხედების ფართობების შეფარდება 7. ნამდვილ რიცხვებზე მოქმედებების გეომეტრიული გამოსახვა 8. მსგავსების მეთოდი გეომეტრიულ აგებებში	1,2,5,6,7,8,9,10	
შემაჯამებელი წერა N 8		1 სთ

თავი 6 რიცხვითი მიმდევრობები		
ტესტი N7		
1. რიცხვითი მიმდევრობა 2. არითმეტიკული პროგრესია 3. არითმეტიკული პროგრესიის პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა 4. გეომეტრიული პროგრესია 5. რთული პროცენტის ფორმულა 6. გეომეტრიული პროგრესიის პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა	მათ. საბ. 1,2,3,4,7,8,9	16 სთ
შემაჯამებელი წერა N9		1 სთ
თავი 7 კომბინატორიკის ელემენტები		
ტესტი N8		
1. კომბინატორიკის ამოცანები 2. გადანაცვლება, წყობა 3. ჯუფთება 4. ალბათობის კლასიკური განმარტება 5. ამოცხსნათ ამოცანები ალბათობათა თეორიიდან 6. ფოთლებიანი ღეროების მსგავსი დიაგრამა	მათ. საბ. 1,2,3,4,5,8,9,11	14 სთ
შემაჯამებელი წერა N10		1 სთ
თავი 8 ვექტორი		
ტესტი N11		
1. ვექტორის ცნება. ტოლი ვექტორები 2. ვექტორების შეკრება 3. ვექტორების სხვაობა 4. ვექტორის გამრავლება რიცხვზე 5. ვექტორის კოორდინატები 6. ვექტორების ჯამი და სხვაობა 7. ჰომოთეტია 8. მართობი, დახრილი, გეგმილი. მანძილი წერტილიდან სიბრტყემდე 9. სივრცული სხეულები	მათ. საბ. 1,2,5,6,7	15 სთ
შემაჯამებელი წერა N 11,12		1 სთ
სარეზერვო დრო		7 სთ

გამეორება

თემატური მატრიცა

გამეორება - თემატური მატრიცა

<p>მიმართულება - რიცხვები კლასი - მე-9 სათემის სავარაუდო რაოდენობა - 10 სთ</p>	<p>სამიზნე ცნებები/საკითხები სიმრავლე, რიცხვითი სიმრავლეები და მათი თვისებები მკროცნება: რაოდენობრივი მსჯელობა; ფორმა; კავშირები. სტანდარტის შედეგები: მათ.საბ.1. მათ.საბ.3. მათ.საბ.4. მათ.საბ.6. მათ.საბ.7.</p>	<p>საკითხი/ქვესაკითხები/ქვეცნებები</p>	<p>საკვანძო შეკითხვა / ზოგადი შეკითხვები</p>	<p>კომპლექსური დავალების პირობა / შეფასების კრიტერიუმები</p>
<p>სამიზნე ცნებები და მათთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები</p>	<p>1.ირაციონალური რიცხვები. 2. არითმეტიკული მოქმედებები, კვადრატული ფესვის (კუბური ფესვის) შემცველი გამოსახულებების გარდაქმნა და მათი შედეგის შეფასება. 3. ფესვის შემცველი მარტივი რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობის შეფასება.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • არის თუ არა რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობის შეფასება ზუსტი პასუხის პოვნაზე უფრო შესაფერისი გარკვეულ ვითარებებში? • როგორ გამოვიყენებთ რიცხვების თვისებებს ყოფი-ცხოვრებასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნისას? 	<p>კომპლექსური დავალების პირობა / შეფასების კრიტერიუმები</p>	<p>კომპლექსური დავალების პირობა / შეფასების კრიტერიუმები</p>

<p>1. ნატურალური რიცხვების, მთელი და წილადი რიცხვების გარდა არსებობს ირაციონალური რიცხვები.</p> <p>2. რიცხვების წარმოდგენა/ჩაწერა შესაძლებელია სხვადასხვა ფორმით.</p> <p>3. მათემატიკურ პრობლემასთან მუშაობისას მათემატიკური ოპერაციების გამოყენებით, მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვით, ასევე ტექნოლოგიების გამოყენებით შესაძლებელია ზუსტი ან მიახლოებითი ამოხსნების მოძიება;</p>	<p>ეტაპი I – კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა საკვანძო შეკითხვა: რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი? <i>რა შემოქმედებითი პრობლემის საშუალებით უნდა დავადასტურო, რა ვისწავლე ამ საკითხთან დაკავშირებით?</i></p> <p>დავალების პირობა</p> <p>სასტუმრო აპირებს მოაწიოს აუზები შენობის შიგნით და გარეთ. მთავარი პირობაა ყოველ დილით, აუზის გავსების დროს, დაცული იყოს წყლის ტემპერატურა. გარე აუზის დაპროექტების შემდეგ სასტუმრომ თანამშრომლებს, სასურველი ტემპერატურის მისაღწევად და შესანარჩუნებლად, შემდეგი მითითებები მისცა:</p> <p>ა) გარკვეული ტემპერატურის ცხელი წყალი ცივ წყალზე 1.5 ჰერ მეტი უნდა იყოს;</p> <p>ბ) აუზს მარტო ცივი წყლის მილი აგსებს 17 საათში, ხოლო მარტო ცხელი წლის მილი - 23 საათში;</p> <p>შენი დავალებაა:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) დაადგინო, რამდენი საათის შემდეგ უნდა გაიხსნას ცივი წყლის მილი, რომ აუზში იყოს სასურველი პროპორციით ცივი და ცხელი წყალი; 2) აღწერო პროცესი და წარმოადგინო სიტუაციის აღმწერი შესაბამისი დიაგრამა; 3) ჩაწერო სიტუაციის აღმწერი ზოგადი ფორმულა; 4) ფორმულა წარმოადგინო ექსელის ცხრილში, რათა სხვადასხვა მომხმარებელმა ცვლილებების შეტანა მარტივად შეძლოს; 5) მოცემული შემთხვევისთვის განსაზღვრო, საერთო მოცულობაში რა იქნება ცივი და ცხელი წყლის პროცენტული წილი; 	<p>თქვენი დავალებაა დაეხმარეთ სასტუმროს, რომ გავსებისას აუზში საჭირო ტემპერატურის წყალი იყოს.</p> <p>პრეზენტაციაში ხაზგასმით წარმოაჩინეთ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ განსხვავდება რიცხვები ერთმანეთისაგან? რამ გამოიწვია რაციონალური რიცხვის არსებობა? მთელი რიცხვის არსებობა? ▪ როგორ არის შესაძლებელი სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენილი რიცხვების ურთიერთდაკავშირება? რაში გვეხმარება სიმრავლეზე მოქმედებების წარმოდგენის სხვადასხვა ფორმები. ▪ რატომ არის აუცილებელი მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვა. როგორ გვეხმარება ტექნოლოგიები ზუსტი ან
--	---	--

4. პროცენტი ნიშნავს მიულის მებასედ ნაწილს.
5. პროცენტული ცვლილება გვიჩვენებს როგორ გაიზარდა ან შემცირდა სიდიდე. აღნიშნული ცვლილება მოცემულია პროცენტით.

- 6) რამდენი ლიტრი წყალი ჩაედინება თითოეული მილიდან 1 საათში? (უნდა ჩაწერო ზოგადი ფორმულა);
- 7) შეარჩიო აუზის ზომები და გამოთვლა კონკრეტული აუზისთვის ჩაატარო ზემოთ მოცემული კითხვების მიხედვით მიხედვით.
- 8) რაკი აუზს მარტო ცივი წყლის მილი ავსებს 17 საათში, ხოლო მარტო ცხელი წლის მილი 23 საათში, აუზის რა ნაწილს ავსებს ცივი და ცხელი წყლის მილი ცალ-ცალკე ერთ საათში?
- 9) რამდენი პროცენტით უფრო ეფექტიანად მუშაობს ცივი წყლის მილი?
- 10) თუ 200 მ³ მოცულობის აუზი კუბის ფორმისაა, რამდენ საათში აივსება ორივე მილით ისე რომ დაცული იყოს ცივი და ცხელი წყლის პროპორცია?



- მიახლოებით გამოთვლების შესასრულებლად.
- შეფასების კრიტერიუმები**
- სიმრავლე, რიცხვითი სიმრავლეები და მათი თვისებები**
- მოსწავლემ უნდა შეძლოს
- რაოდენობრივი მსჯელობის, რიცხვით გამოსახულებებთან მუშაობის დროს მოქმედებათა თანმიმდევრობის დაცვა.
 - რიცხვების წარმოდგენა სხვადასხვა ფორმით
 - გამოთვლებთან და რაოდენობის შეფასებასთან დაკავშირებული ამოცანების ამოხსნა

ეტაპი II. მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დავალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით;

საკითხი: რაციონალური რიცხვთა სიმრავლე და მისი ქვესიმრავლეები

- რა არის რაციონალური რიცხვები?
- არის თუ არა მთელი რიცხვები რაციონალური?
- რომელი რაციონალური რიცხვი არ არის მთელი?
- შეიძლება თუ არა წილადით წარმოდგენილი რიცხვების ათწილადით ჩაწერა?
- რა არის პერიოდული ათწილადი?
- არსებობს თუ არა რაციონალური რიცხვი, რომელიც რიცხვით წრფეზე არ გამოისახება?
- არის თუ არა საკოორდინატო წრფის ყოველი წერტილი რაციონალური რიცხვის შესაბამისი?

ეტაპი III – კომპლექსურ დავალებაზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა

საკითხის/საკითხებს დამუშავება სამიზნე ცნებების მიხედვით, მკვიდრი წარმოდგენების ჩამოყალიბებაზე მუშაობა და ცოდბის განმტკიცება

საკითხი I. ირაციონალური რიცხვი

ფაქტობრივი კითხვები: რა?	- რა არის ირაციონალური რიცხვი?
კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?	- არსებობს თუ არა ლერძზე წერტილი, რომელიც არ გამოსახავს რაიმე რაციონალური რიცხვს? - როგორ განსხვავდება რიცხვები ერთმანეთისაგან? - რამ გამოიწვია

	<p>რაციონალური რიცხვის არსებობა? მთელი რიცხვის არსებობა? ირაციონალური რიცხვების არსებობა?</p> <p>- არის თუ არა საკოორდინატო წრფის ყოველი წერტილი ირაციონალური რიცხვის შეესაბამისი?</p> <p>- არის თუ არა საკოორდინატო წრფის ყოველ წერტილს ნამდვილი რიცხვი შესაბამისი?</p>	
	<ul style="list-style-type: none"> • აუზს მარტო ცივი წყლის მილი ავსებს 17 საათში, ხოლო მარტო ცხელი წლის მილი 23 საათში; • ბასეინის რა ნაწილს ავსებს ცივი და ცხელი წყლის მილი ცალ-ცალკე ერთ საათში? • რამდენი პროცენტით უფრო ეფექტურად მუშაობს ცივი წყლის მილი? 	<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროფოცირებელი კითხვები</p>

რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:	ნატურალური რიცხვების, მთელი და წილადი რიცხვების გარდა არსებობს ირაციონალური რიცხვები.
--	---

ქმესაკითხი 2: . არითმეტიკული მოქმედებები ირაციონალურ რიცხვებზე, კვადრატული ფესვის შემცველი გამოსახულებების გარდაქმნა და მათი შედეგის შეფასება.

ფაქტობრივი კითხვები:	<p>ართმეტიკული ფესვის რომელ თვისებებს იცნობთ?</p> <p>- რაში გვეხმარება რიცხვით სიმრავლეებზე მოქმედებების წარმოდგენის სხვადასხვა ფორმები.?</p> <p>- ირაციონალური რიცხვების ჯამი და/ან ნამრავლი როდისაა რაციონალური?</p> <p>- რომელ ორ მეზობელ მთელ რიცხვს შორისაა</p>
კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?	<p>თუ აუზს აქვს კუბის ფორმა, რომლის მოცულობაა 200 მ³; რამდენ საათში აივსება აუზი ორივე მილით ისე, რომ დაცული იყოს ცივი და ცხელი წყლის პროპორცია?</p>
სადისკუსიო კითხვები მაპროვოცირებელი კითხვები	

	<p>შეგახსენებთ: ცხელი წყალი უნდა იყოს 1.5 ჯერ მეტი ვიდრე ცივი წყალი; ხოლო მხოლოდ ცივი წყლის მილი აუზს ავსებს 17 საათში, მხოლოდ ცხელი წყლის მილი 23 საათში;</p>	
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<p>როგორ გვეხმარება რიცხვებზე მოქმედებათა თვისებები რიცხვითი გამოსახულებების მნიშვნელობის გამოთვლისას და ყოფითი ცხოვრებისეული პრობლემების გადაჭრისას?</p>	
<p>ქვესაკითხი 3: - კვადრატული კუბური ხარისხის ფესვი. ფესვის თვისებები. ფესვის შემცველი მარტივი რიცხვითი გამოსახულებების მნიშვნელობის შეფასება.</p>		
<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>	<p>კვადრატული და კუბური ხარისხის ფესვის რომელ თვისებებს იცნობთ?</p>	
<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<p>- როგორ არის შესამღებელი სხვადასხვა ფორმით წარმოდგენილი რიცხვების ურთიერთდაკავშირება. - რამდენი ფესვი აქვს სახის განტოლებას და რაზეა ეს</p>	

	<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროგნოზირებელი კითხვები</p>	<p>დამოკიდებული? როგორ არის შესაძლებელი დავალბის ზოგადი ფორმულის შედგენა? რატომ არის მნიშვნელოვანი სიტუაციის აღმწერი ზოგადი ფორმულის შედგენა?</p>	
	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<p>- არის თუ არა რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობის შეფასება ზუსტი პასუხის პოვნაზე უფრო შესაფერისი გარკვეულ კითხვებში? - როგორ გამოვიყენებთ რიცხვების თვისებებს ყოფა ცხოვრებასთან დაკავშირებულ ამოცანების ამოხსნისას?</p>	
<p>შესრულებული კომპლექსური დავალების წარდგენა.</p> <p>ეტაპი IV - თუ მოსწავლემ ვერ დასძლია პროგრამა, განმავითარებელი შეფასების მიცემის შემდეგ სასურველია, შეასრულოს დავალება თავიდან (მინიმუმბა: შემდეგი კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა);</p>			

	<p>კომპლექსური დავალებების პრეზენტაციის დროს მოსწავლეებისთვის მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები:</p> <p>სასურველია კითხვები დაისვას ისე, რომ მოსწავლემ გაიაზროს, რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა (ეთავაზობთ, კითხვები დასვით პოლიას მეთოდით).</p>	
	<p>1. პრობლემის/საკითხის გაგება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რაში მდგომარეობს ამოცანა? <p>2. გეგმის შემუშავება</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ დაგეგმეთ სამუშაო? • რა იყო თქვენი ვარაუდი ამოხსნის დაწყებამდე? • გადაგიჭრიათ თუ არა მსგავსი პრობლემა? როგორ? <p>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ გადაჭრით პრობლემები? აღწერეთ პროცესი. <p>4. შეფასება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რამდენად დაემთხვა ამოხსნები თქვენს ვარაუდს? • ჩატარებული გამოთვლების გარდა, შეიმღებოდა თუ არა კითხვებზე პასუხის გაცემა სხვა გზით? • რამდენად გასაგებად და ორგანიზებულად გაქვთ პრობლემის გადაჭრა წარმოდგენილი? • თუ თქვენმა მეგობარმა სცადა მსგავსი პრობლემის გადაჭრა, რამდენად დაეხმარება თქვენი ნამუშევარი? 	

I ტავი

თემატური მატრიცა

თავი 1 – კვადრატული განტოლება - თემატური მატრიცა

<p>მიმართულება/თემა - ალგებრა და კანონზომიერება კლასი - მე-9 საათების სავარაუდო რაოდენობა - 20 სთ</p>			
<p>სამიზნე ცნებები/საკითხები: განტოლება, უტოლობა / განტოლება მკროცნება: კავშირები, მოდელირება.</p>			
<p>სამიზნე ცნებები და დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები</p>	<p>საკითხი/ქვესაკითხები/ქვეცნებები</p> <p>კვადრატული განტოლებები, სამწევრები ქვესაკითხები: 1. კვადრატული განტოლება 2. კვადრატული განტოლების ამოხსნა (გრაფიკული ამოხსნა) 3. ამოგხსნათ კვადრატული უტოლობა 4. ვიეტას თეორემა 5. კვადრატული სამწევრის წამრავლად დაშლა</p>	<p>საკვანძო შეკითხვა</p> <p>როგორ არის შესაძლებელი სიტუაციის მათემატიკური აღწერა, მოდელირება, კვადრატული განტოლების გამოყენებით?</p>	<p>კომპლექსური დავალების პირობა / შეფასების კრიტერიუმები</p>
<p>ცნებასთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები: სტანდარტის შედეგები:</p>	<p>ეტაპი I – კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა საკვანძო შეკითხვა: რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი? რა შემოქმედებითი პროდუქტის საშუალებით უნდა დავადასტურო, რა ვისწავლუ ამ საკითხთან დაკავშირებით?</p>	<p>დასავალი მოცემული სამ კვადრატის პირველ რიგში ზამზახების რაოდენობა;</p> <p>2. იასამნისფერი და ყვითელი ზამზახების რაოდენობა</p>	<p>დასავალი მოცემული სამ კვადრატის პირველ რიგში ზამზახების რაოდენობა;</p> <p>2. იასამნისფერი და ყვითელი ზამზახების რაოდენობა</p>

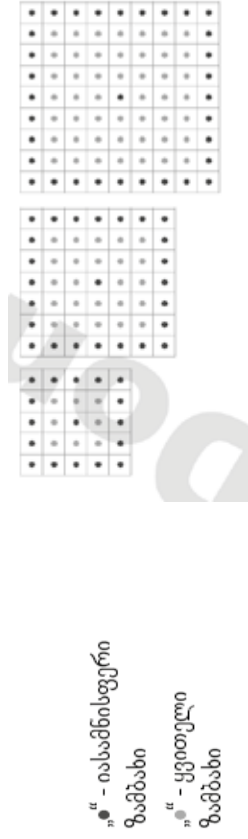
მათ. საბ.: 2, 4, 5, 7, 10.

1. ორი ალგებრული გამოსახულების ან ალგებრული და რიცხვითი გამოსახულების შედარების შედეგად მიიღება განტოლება ან უტოლობა. რომლის წარმოდგენა ხდება შესაბამისის სიმბოლოების მეშვეობით.

2. არითმეტიკული მოქმედებების თვისებების, ასევე ტოლობისა და უტოლობის თვისებების ცოდნითა და გამოყენებით, შესაძლებელია განტოლების (ან უტოლობის) ამონახსნის პოვნა.

კომპლექსური დაგალების წარდგენა

პარკის გასალამაზებლად გადაწყვიტეს კვადრატული ფორმის ნაკვეთებზე ჩაერგოთ იასამნისფერი და ყვითელი ზამზახები ისე, როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები:



ა) რეგულში გადაიხაზე და შეავსე ცხრილი:

	პირველ რიგში ზამზახების რაოდენობა	იასამნისფერი ზამზახების რაოდენობა კვადრატში	ყვითელი ზამზახების რაოდენობა კვადრატში
1-ლი	5		
მე-2	7		
მე-3	9		
:	:	:	:
k-ური	2k+3		

თითოეულ კვადრატში;
3. მიღებული მონაცემები შეიტანეთ ცხრილში, დააკვირდით მიღებულ კანონზომიერებას(ცხრილში შეტანილი მონაცემების კვადრატის ნომერზე დამოკიდებულებას) და შეავსეთ k-ური სტრიქონი(k-ური კვადრატისთვის);

4. გაეცით პასუხი დავალებაში მოცემულ შეკითხვებს

ნაშრომის პრეზენტაციისას ხაზგასმით წარმოაჩინეთ:

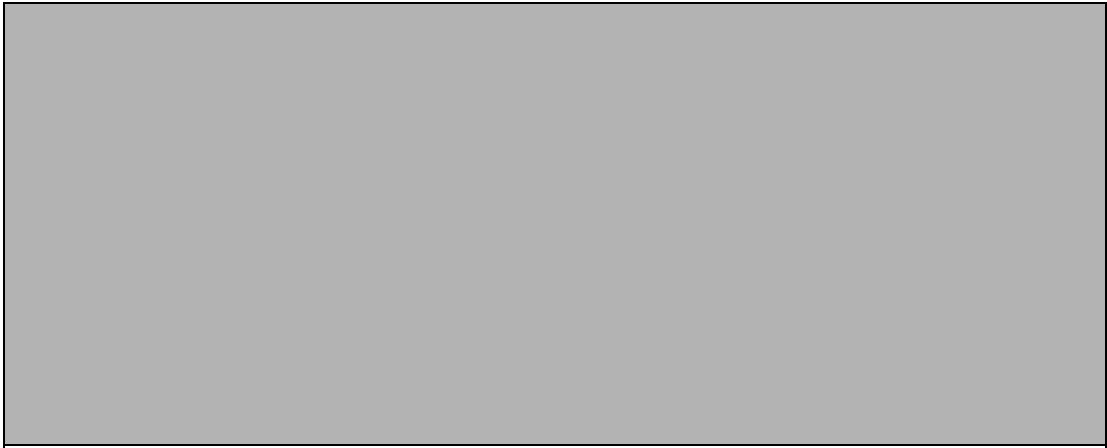
1. ცხრილში შეტანილი მონაცემების მიხედვით როგორ დაადგინეთ კანონზომიერება და როგორ გამოთვალეთ k-ურ კვადრატში თითოეული ფერის ზამზახების რაოდენობა;
2. რა გაითვალისწინეთ და როგორ გადაწყვიტეთ დავალების ბ) და გ) შეკითხვა.

მკროცნება და მასთან დაკავშირებული კრიტერიუმები:
მოდელირება; კავშირი; როგორ დაგეხმარათ ნასწავლი

<p>3. განტოლებათა/უტოლობათა სისტემით შესაძლებელია ორი ან მეტი ურთიერთდაკავშირებული შირბული ცვლადების წარმოდგენა.</p> <p>4. განტოლების (უტოლობის) ამოხსნის სხვადასხვა სტრატეგიები არსებობს, რომელთაგან ზოგი მეტად ეფექტურია.</p> <p>ალგებრული გამოსახულება</p> <p>1. ყოველი ცვლადი აღნიშნავს უცნობ სიდიდეს ან უცნობ რაოდენობას. (საგანთა უცნობ რაოდენობას შეესაბამება ცვლადი)</p> <p>2. სიტუაციის მათმატიკური წარმოდგენა</p>	<p>ბ) შესაძლებელია თუ არა იასამნისფერი და ყვითელი ზამბახების რაოდენობა რომელიმე კვადრატში აღმოჩნდეს ტოლი?</p> <p>გ) განსაზღვრეთ, მე-7, მე-11 კვადრატში რა იქნება განსხვავება იასამნისფერი და ყვითელი ზამბახების რაოდენობას შორის?</p> <p>დ) რა რაოდენობის ყვითელი და რა რაოდენობის იასამნისფერი ზამბახის ნერი უნდა შეიძინონ, თუ ყველაზე მხოლოდ პირველ ხუთ კვადრატულ ნაკვეთზე უნდა დარგონ?</p> <p>ეტაპი II. მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დავალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით;</p> <p>წინარე მასალის გახსენება</p> <table border="1" data-bbox="563 621 1230 1554"> <tr> <td data-bbox="563 621 667 1554">ფაქტობრივი კითხვები:</td> <td data-bbox="667 621 1230 1554"> <ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება ცვლადიანი გამოსახულება? • რას ეწოდება სტანდარტული სახის მრავალწევრი? • რას ეწოდება ორწევრი, სამწევრი? • როგორ განვსაზღვროთ მრავალწევრის ხარისხი? • რის შედეგია შემოკლებული გამრავლების ფორმულები? • რას ეწოდება განტოლება? • რას ეწოდება განტოლების ამონახსნი? • რამდენ უცნობიანი შეიძლება იყოს განტოლება? • როგორი ფორმა აქვს წრფივ განტოლებას? • როგორ ამოიხსნება წრფივი განტოლება? • რას ეწოდება უტოლობა? • რას ეწოდება უტოლობის ამონახსნი? • რა ფორმით ჩაიწერება უტოლობის ამონახსნი? • როგორი ფორმა აქვს წრფივ უტოლობას? • როგორ ამოიხსნება წრფივი უტოლობა? </td> </tr> </table>	ფაქტობრივი კითხვები:	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება ცვლადიანი გამოსახულება? • რას ეწოდება სტანდარტული სახის მრავალწევრი? • რას ეწოდება ორწევრი, სამწევრი? • როგორ განვსაზღვროთ მრავალწევრის ხარისხი? • რის შედეგია შემოკლებული გამრავლების ფორმულები? • რას ეწოდება განტოლება? • რას ეწოდება განტოლების ამონახსნი? • რამდენ უცნობიანი შეიძლება იყოს განტოლება? • როგორი ფორმა აქვს წრფივ განტოლებას? • როგორ ამოიხსნება წრფივი განტოლება? • რას ეწოდება უტოლობა? • რას ეწოდება უტოლობის ამონახსნი? • რა ფორმით ჩაიწერება უტოლობის ამონახსნი? • როგორი ფორმა აქვს წრფივ უტოლობას? • როგორ ამოიხსნება წრფივი უტოლობა?
ფაქტობრივი კითხვები:	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება ცვლადიანი გამოსახულება? • რას ეწოდება სტანდარტული სახის მრავალწევრი? • რას ეწოდება ორწევრი, სამწევრი? • როგორ განვსაზღვროთ მრავალწევრის ხარისხი? • რის შედეგია შემოკლებული გამრავლების ფორმულები? • რას ეწოდება განტოლება? • რას ეწოდება განტოლების ამონახსნი? • რამდენ უცნობიანი შეიძლება იყოს განტოლება? • როგორი ფორმა აქვს წრფივ განტოლებას? • როგორ ამოიხსნება წრფივი განტოლება? • რას ეწოდება უტოლობა? • რას ეწოდება უტოლობის ამონახსნი? • რა ფორმით ჩაიწერება უტოლობის ამონახსნი? • როგორი ფორმა აქვს წრფივ უტოლობას? • როგორ ამოიხსნება წრფივი უტოლობა? 		
<p>საკითხი იდეების ერთმანეთთან დაკავშირებასა და მოდელირებაში?</p> <p>შეფასების კრიტერიუმი - მოსწავლეს შეუძლია:</p> <p>1. ორი ალგებრული გამოსახულების ან ალგებრული და რიცხვითი გამოსახულების შედარების შედეგად მიიღოს განტოლება ან უტოლობა და წარმოადგინოს შესაბამისი სიმბოლოებით.</p> <p>2. ართიმეტიკული მოქმედებების თვისებების, ასევე ტოლობისა და უტოლობის თვისებების ცოდნითა და გამოყენებით, შეძლოს განტოლების (ან უტოლობის) ამონახსნის პოვნა.</p> <p>3. განტოლებათა/უტოლობათა სისტემის შემგვობით შეძლოს ორი ან მეტი ურთიერთდაკავშირებული ცვლადების წარმოდგენა. სისტემის შედგენა.</p> <p>4. განტოლების (უტოლობის)</p>	<p>საკითხი იდეების ერთმანეთთან დაკავშირებასა და მოდელირებაში?</p> <p>შეფასების კრიტერიუმი - მოსწავლეს შეუძლია:</p> <p>1. ორი ალგებრული გამოსახულების ან ალგებრული და რიცხვითი გამოსახულების შედარების შედეგად მიიღოს განტოლება ან უტოლობა და წარმოადგინოს შესაბამისი სიმბოლოებით.</p> <p>2. ართიმეტიკული მოქმედებების თვისებების, ასევე ტოლობისა და უტოლობის თვისებების ცოდნითა და გამოყენებით, შეძლოს განტოლების (ან უტოლობის) ამონახსნის პოვნა.</p> <p>3. განტოლებათა/უტოლობათა სისტემის შემგვობით შეძლოს ორი ან მეტი ურთიერთდაკავშირებული ცვლადების წარმოდგენა. სისტემის შედგენა.</p> <p>4. განტოლების (უტოლობის)</p>		

<p>შესაძლებელია: ცვლადების, სიმბოლოების, დიაგრამის და შესაბამისი სტანდარტული მოდელების გამოყენებით; ალგებრული გამოსახულების მნიშვნელობა დამოკიდებულია მასში შემავალი ცვლადების რიცხვით მნიშვნელობაზე. გამარტივების შედეგად იცვლება ალგებრული გამოსახულების ფორმა.</p>	<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ გავამარტივოთ გამოსახულება? რამდენი ამონახსნი შეიძლება ჰქონდეს წრფივ განტოლებას? შეიძლება დაიწეროს ისეთი განტოლება, რომელსაც არ ექნება ამონახსნი? (მოიყვანე მაგალითი) შეიძლება დაიწეროს ისეთი უტოლობა, რომლის ამონახსნი იქნება მთელი რიცხვითი ლერძი? (მოიყვანე მაგალითი) 	<p>ამოხსნას სხვადასხვა სტრატეგიებით და განსაზღვროს, რომელი სტრატეგიაა მეტად ეფექტიანი.</p>
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<p>მოსწავლემ უნდა გაიაზროს, რომ:</p> <ul style="list-style-type: none"> განტოლებას და უტოლობას გააჩნია განსხვავებული ჩაწერის ფორმები; წრფივ განტოლებას და უტოლობას გააჩნია განსხვავებული ამონახსნის მეთოდები; წრფივ განტოლებას შეიძლება ჰქონდეს როგორც ერთი, ასევე მრავალი ამონახსნი. თუმცა შეიძლება ამონახსნი საერთოდ არ გააჩნდეს. 	
<p>3.</p>	<p>ეტაპი III – კომპლექსურ დავლებაზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა</p> <p>საკითხის/საკითხების დამუშავება სამიზნე ცნებების მიხედვით, მკვიდრი წარმოდგენების ჩამოყალიბებაზე მუშაობა და ცოდნის განმტკიცება.</p> <p>ქვესაკითხი 1.2: კვადრატული განტოლება, კვადრატული განტოლების ამოხსნა</p> <p>ქვესაკითხები:</p> <p>უმარტივესი კვადრატული განტოლების ამოხსნა; დისკრიმინანტის ფორმულა; განტოლებები, რომელიც კვადრატულზე დაიყვანება.</p>	
<p>4.</p>		

	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება კვადრატული განტოლება? განტოლების კოეფიციენტები? • როგორ უნდა ვიპოვოთ კვადრატული განტოლების დისკრიმინანტი? • როგორ ჩაიწერება კვადრატული განტოლების ამონახსნი, თუ დისკრიმინანტი დადებითია? • როგორ ჩაიწერება კვადრატული განტოლების ამონახსნი, თუ დისკრიმინანტი ნულის ტოლია? • როგორ ამოიხსნება კვადრატული განტოლება მამრავლებად დაშლის გზით? 	
<p>კონკრეტულად რი კითხვები:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როდის არ გააჩნია კვადრატული განტოლებას ამონახსნი და რატომ? • თუ კვადრატულ განტოლებაში მეორე (ან მესამე) კოეფიციენტი ნულის ტოლია, მაშინ დისკრიმინანტის გარეშე როგორ შეიძლება ასეთი განტოლების ამოხსნა? • როგორ გვეხმარება კვადრატული განტოლების ამოხსნის ცოდნა მაღალი რიგის განტოლებების ამოხსნაში? 	
<p>სადისკუსიო კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ ფიქრობთ, რაიმე მშენებლობის პროექტირების დროს შესაძლებელია საჭირო გახდეს კვადრატული განტოლების ამოხსნა? 	
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • არითმეტიკული მოქმედებების თვისებების, ასევე ტოლობის თვისებების ცოდნითა და გამოყენებით შესაძლებელია განტოლების ამონახსნის პოვნა. • განტოლების ამოხსნის სხვადასხვა სტრატეგიები არსებობს, რომელთაგან ზოგი მეტად ეფექტურია. • მათემატიკური ცოდნის: ფაქტების, წესების, ალგორითმების ცოდნით შესაძლებელია 	

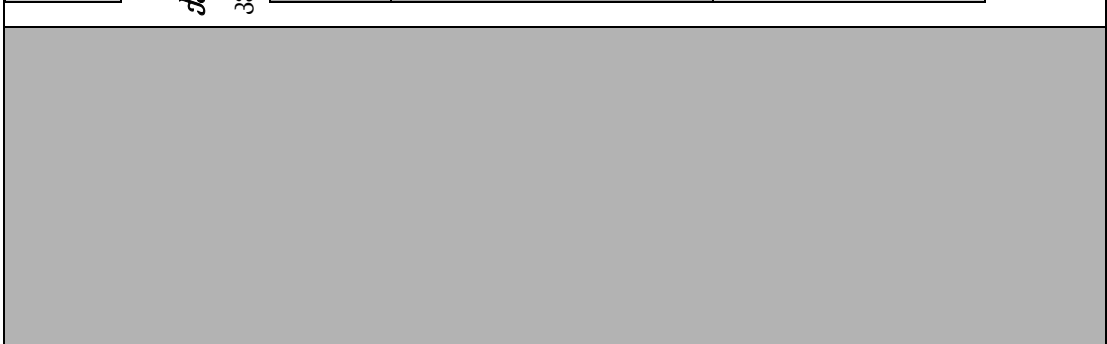


ამონახსნის/პასუხის მიღება, პრობლემის გადაჭრა და პასუხის დასაბუთება.

ქვესკოთხი 3: ამოცხსნათ კვადრატული უტოლობა

კვადრატული უტოლობის ამოხსნა ინტერვალთა მეოიით.

<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება კვადრატული უტოლობა? უტოლობის კოეფიციენტები?
<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როდის არ გააჩნია კვადრატულ უტოლობას ამონახსნი და რატომ? • როდის გააჩნია კვადრატულ უტოლობას ერთადერთი ამონახსნი? • კვადრატული უტოლობის ამოხსნას რა გავლენას ახდენს პირველი კოეფიციენტი? • რით განსხვავდება მკაცრი და არამკაცრი უტოლობების ამონახსნები ერთმანეთისაგან?
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • არითმეტიკული მოქმედების თვისებების, ასევე ტოლობისა და უტოლობის თვისებების ცოდნითა და გამოყენებით შესაძლებელია უტოლობის ამონახსნის პოვნა. • განტოლების (უტოლობის) ამოხსნის სხვადასხვა სტრატეგიები არსებობს, რომელთაგან ზოგი მეტად ეფექტურია.



ქვესაკითხი 4: ვიეტს თეორემა

<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რა პირობებს აკმაყოფილებენ კვადრატული განტოლების ფესვები?
<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • არის თუ არა კავშირი კვადრატული განტოლების ფესვებსა და კოეფიციენტებს შორის? როგორი? • რას ეწოდება და აზრობს ვიეტს თეორემა? • შეიძლება თუ არა კვადრატული განტოლების შედგენა თუ ვიცი ფესვები?
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • განტოლების ამოხსნის სხვადასხვა სტრატეგია არსებობს, რომელთაგანაც ზოგი მეტად ეფექტურია

ქვესაკითხი 5: კვადრატული სამწევრის ნამრავლად დაშლა

<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება კვადრატული სამწევრი? • რას ეწოდება ალგებრული გამოსახულება? • რას ნიშნავს ალგებრული გამოსახულების გამარტივება?
<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ განსხვავდება ალგებრული გამოსახულება განტოლებისაგან? • როგორ განსხვავდება ალგებრული გამოსახულება უტოლობისაგან? • რაზეა დამოკიდებულ ალგებრული გამოსახულების რიცხვითი მნიშვნელობა?

	<ul style="list-style-type: none"> როგორ არის შესაძლებელი ალგებრული გამოსახულების გამარტივება? რატომ არის მნიშვნელოვანი ალგებრული გამოსახულების ნამრავლად წარმოდგენა? 	
	<ul style="list-style-type: none"> ყოველი ცვლადი აღნიშნავს უცნობ სიდიდეს ან უცნობ რაოდენობას. სიტუაციის მათემატიკური წარმოდგენა შესაძლებელია: ცვლადების, სიმბოლოების, დიაგრამის და შესაბამისი სტანდარტული მოდელების გამოყენებით. ალგებრული გამოსახულების მნიშვნელობა დამოკიდებულია მასში შემავალი ცვლადების რიცხვით მნიშვნელობაზე. გამარტივების შედეგად იცვლება ალგებრული გამოსახულების ფორმა. გამარტივებისა და შესაბამისი ოპერაციების შესრულების შედეგად მიიღება ალგებრული გამოსახულების ეკვივალენტური გამოსახულება. 	
	<p>შესრულებული კომპლექსური დავალების წარდგენა.</p> <p>ეტაპი IV - თუ მოსწავლემ ვერ დასძლია პროგრამა, განმავითარებელი შეფასების მიცემის შემდეგ სასურველია შეასრულოს დავალება თავიდან. (მინიშნება: შემდეგი კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს, პარალელურად, წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა);</p>	

	<p>კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის დროს მოსწავლეებისთვის მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები:</p> <p>სასურველია კითხვები დაისვას ისე, რომ მოსწავლემ გაიაზროს, რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა (ეთავაზობთ, კითხვები დასვამთ პოლიას მეთოდით).</p>	
	<p>1. პრობლემის/საკითხის გაგება</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ ფიქრობთ, რამდენი ზამბახი უნდა ჩარგონ კვადრატული ფორმის ნაკვეთის პირველ რიგში, რომ შუაში შესამღებელი იყოს არა ერთი, არამედ ოთხი (2x2) იასამნისფერი ზამბახის ჩარგვა? • როგორ ფიქრობთ, ასეთი ნაკვეთების პროექტირებისას კვადრატული განტოლებების ამოხსნა ხომ არ დაგჭირდება? <p>2. გეგმის შემუშავება</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ დაგეგმეთ სამუშაო? • რა იყო თქვენი გარაუდვი ამოხსნის დაწყებამდე? • გადაგიჭრიათ თუ არა მსგავსი პრობლემა? როგორ? <p>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ გადაჭრით პრობლემები? აღწერეთ პროცესი. <p>4. შეფასება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რამდენად დაემთხვა ამოხსნები თქვენს ვარაუდს? • ჩატარებული გამოთვლების გარდა, შეიმღებოდა თუ არა კითხვებზე პასუხის გაცემა სხვა გზით? • რამდენად გასაგებად და ორგანიზებულად გაქვთ პრობლემის გადაჭრა წარმოდგენილი? • თუ თქვენმა მეგობარმა სცადა მსგავსი პრობლემის გადაჭრა, რამდენად დაეხმარება თქვენი ნამუშევარი? 	

I ტაპი

1.1 არასრული კვადრატული განტოლება

რეზიუმე:

მოსწავლემ უნდა იცოდეს კვადრატული განტოლების ზოგადი სახე, მისი კოეფიციენტები. ძალიან მნიშვნელოვანია მოსწავლეებმა კარგად გააცნობიერონ, რომ $ax^2+bx+c=0$ განტოლება კვადრატული იქნება მხოლოდ მაშინ, როცა $a \neq 0$. მაგ. „მოცემულია განტოლება $ax^2+2x+5=0$ “ ნიშნავს: თუ $a=0$, მაშინ ეს განტოლება წრფივია, თუ $a \neq 0$, მაშინ განტოლება კვადრატულია. კიდევ ერთხელ დიდი ყურადღება დავუთმოთ (გავახსენოთ) კვადრატული სამწევრიდან ორწევრის კვადრატის გამოყოფას და ამის საშუალებით კვადრატული განტოლების ამოხსნას.

ამოხსნები, მითითებები:

9. $\pi R^2=4$ $R=\frac{2}{\sqrt{\pi}}$.

10. მართკუთხა სამკუთხედში სიმაღლეები იკვეთება მართი კუთხის წვეროში (**H** წერტილი).

12. ABD სამკუთხედი გამოდის მართკუთხა 30° -იანი კუთხით, ე.ი. $BD=5\sqrt{3}$.

13. 3 სთ-ზე ისრებს შორის არის 15 დანაყოფი. ისრები რომ ერთ წრფეზე იყოს, მათ შორის უნდა იყოს 0° , ან 180° . ცხადია, პირველად იქნება 0° , როცა დიდი ისარი დაენევა პატარას. ე. ი. უნდა დაიფაროს 15 დანაყოფით. $S=15$ დან; $V=55$ დან/სთ. $t=15/55=3/11$ სთ.

14. დავაბრუნოთ საათი 3 სთ-ზე. ისრებს შორის 15 დანაყოფია. 1) გვინდა ისრებს შორის $30^\circ=5$ დან. ე.ი. უნდა დაიფაროს 10 დანაყოფით. $S=10$ დან, $V=55$ დან/სთ $t=2/11$ სთ. ეს დრო საჭიროა 3 სთ-ისთვის, ე. ი. 4-ის 10 წუთისათვის საჭიროა 10 წთ-ით ნაკლები ე. ი. $1/6$ სთ-ით $t_1=\frac{2}{11}-\frac{1}{6}=\frac{1}{66}$ სთ.

ბ) დავაბრუნოთ საათი 3 სთ-ზე. დიდი ისარი უნდა დაენიოს პატარას და გაასწროს 15 დანაყოფით, ე. ი. უნდა დაიფაროს $S=30$ დან. $t=\frac{30}{55}=\frac{6}{11}$ სთ ე. ი. დრო საძიებელზე $1/6$ -ით მეტია. ე. ი. $t_1=\frac{6}{11}-\frac{1}{6}=\frac{25}{66}$ სთ.

15. ი) $x^2 - 3x - 2 = x^2 - 2 \cdot x \frac{3}{2} + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 2 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}\right) = 0$$

1.2. კვადრატული განტოლების ამონახსნითა ფორმულები

რეზიუმე:

მოსწავლემ უნდა იცოდეს კვადრატული განტოლების ამოხსნის ფორმულა. ამოხსნის გარეშე (დისკრიმინანტით) უნდა განსაზღვროს როდის აქვს განტოლებას ერთი, ორი ან არც ერთი ამონახსნი. უნდა შეეძლოს ლუწი მეორე კოეფიციენტის შემთხვევაში შესაბამისი ფორმულის გამოყენება.

ამოხსნები, მითითებები:

8*. ა) $x(x^2+8x+9)=0$ $x_1=0$ $x_{2,3}=-4\pm\sqrt{7}$; გ) $(x+1)^2(1+3x)=0$ $x=-1$ $x=-\frac{1}{3}$;

ბ) $(5x+3)^2(6-8x)=0$ $x=-\frac{3}{5}$ $x=\frac{3}{4}$.

11. გ) $\frac{D}{4} = 0$ $1 - (a+1)(a-1)=0$ $a=\pm\sqrt{2}$

12. მითითება: $D > 0$;

13. მითითება: $D \geq 0$;

14*. ა) $x^2+2kx-3=0$ $\frac{D}{4}=k^2+3>0$ ნებისმიერი k -სთვის, ე.ი. $x=-k\pm\sqrt{k^2+3}$.

ბ) $4x-2(k-2)x-2k=0$ $\frac{D}{4}=(k-2)^2+8k=(k+2)^2\geq 0$ ნებისმიერი k -სთვის $x = \begin{bmatrix} \frac{k}{2} \\ -1 \end{bmatrix}$.

21. $(x+1)^2=3x^2$ $x=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

23. ა) $n^2+(n-1)^2$; ბ) $n^2+(n-1)^2=113$, $n=8$.

24. $\frac{b}{a} = \frac{3}{4}$ $b=3x$ $a=4x$ $c=5x$ $x=4$.

26. $a=\sqrt{h^2 + \left(\frac{h-4}{2}\right)^2}$.

27. $\frac{x}{x+4} + \frac{1}{9} = \frac{x+3}{x+7}$ $x=5$; საძიებელი წილადია $\frac{5}{9}$.

28.	ჩქარი	x კმ/სთ	400 კმ
	საბარგო	$(x+20)$ კმ/სთ	400 კმ

$\frac{400}{x} - \frac{400}{x+20} = 1$, საიდანაც $x=80$ კმ/სთ.

30. $\frac{48}{x+4} + \frac{48}{x-4} = 4$, საიდანაც $x=20$ კმ/სთ.

$$31. \frac{22\frac{1}{2}}{x - 2\frac{1}{2}} + \frac{28\frac{1}{2}}{x + 2\frac{1}{2}} = 8 \quad x=7 \text{ კმ/სთ.}$$

$$32. \frac{420}{x} - \frac{420}{x+7} = \frac{2}{3} \quad x=63 \text{ კმ/სთ.}$$

$$33. \frac{15}{x-0,5} - \frac{15}{x} = 1 \quad x=3 \text{ ტ.}$$

$$35. x^2 - x \cdot \frac{x}{100} = 16 \quad x=80\% \text{ ან } x=20\%.$$

$$36. \frac{4}{x} + \frac{4}{x+6} = 1 \quad \text{ლიკა} - 6 \text{ სთ, } \text{თაკო} - 12 \text{ სთ.}$$

$$37. \frac{6}{x-5} + \frac{6}{x} = 1 \quad x=15.$$

39. გვაქვს ორი შემთხვევა: I დიდი ისარი ჩამორჩება 18° -ით, მაშინ დაწვევამდე დასაფარია 18° და უნდა გაასწროს 66° -ით, ე. ი. უნდა დაიფაროს $84^\circ - 84^\circ = 14$ დან ე. ი. $S=14$ დან $t=14/55$ სთ. II დიდი ისარი წინაა 18° -ით, მაშინ დასაფარი რჩება $66^\circ - 18^\circ = 48^\circ = 8$ დან $t=8/55$ სთ.

40. საათი აჩვენებს 3 სთ-სა და 29 წუთს. ვთქვათ ისრებს შორის არის x დანაყოფი. გავასწოროთ საათი 3 სთ-ზე. ისრებს შორის იქნება 15 დანაყოფი. ე. ი. 2 საათიდან 3-ის 29 წუთამდე არის $S=(15+x)$ დანაყოფი.

$$t=29 \text{ წთ} = 29/60 \text{ სთ. } V=55 \text{ დან/სთ.}$$

$$15+x=29/60 \cdot 55x=29/12 \cdot 11-15=139/12 \text{ დან} = 139/12 \cdot 6^\circ = 139^\circ/2 = 69,5^\circ.$$

45. ა) აუცილებლად ხაზი უნდა გავუსვათ, რომ მოც. განტოლებას რომ ერთი ამონახსნი ქონდეს, ან $a=0$ ან $D=0$.

ტესტი: 1. გ; 2. დ; 3. ბ; 4. ბ; 5. ბ.

2. ზომიერტი მეორე ხარისხის უტოლობის ამოხსნა

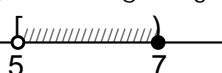
რეზიუმე:

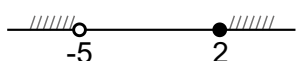
ამ გაკვეთილში მოსწავლეებს ვაცნობთ $(ax+b)(cx+d)<0$ სახის უტოლობების ამოხსნას რიცხვითი ღერძის დახმარებით.

ამოხსნები, მითითებები:

2. ა) სასურველია მოსწავლეების ყურადღება გავამახვილოთ იმაზე, რომ უტოლობის ამოხსნისას პასუხი ჩანერონ $[7; +\infty)$ სახით.

3. მოსწავლეებს ვურჩით, რომ პასუხი ზეპირად არ დააფიქსირონ, არამედ ჯერ შეასრულონ შესაბამისი ნახაზი:

ა)  პასუხი: 5 და 6

4. ა)  $x \in (-\infty; -5) \cup (2; +\infty)$

3. ვიეტას თეორემა

რეზიუმე:

პარაგრაფი იწყება ამოცანით, რომელიც წყვილებში სამუშაოდაა განკუთვნილი. მოსალოდნელია, რომ მოსწავლეებმა კვადრატული განტოლება შეადგინონ ასე:

1. $x^2+bx+c=0$ განტოლებაში x -ის ნაცვლად ჩასვან $x=2$ და $x=3$.

$$\begin{cases} 2b + c + 4 = 0 \\ 3b + c + 9 = 0 \end{cases}$$

და სისტემის ამოხსნით იპოვონ b და c კოეფიციენტები.

ან ასეც:

2. დანერონ განტოლება $(x-2)(x-3)=0$ და მიიღებენ განტოლებას $x^2-5x+6=0$.

რა თქმა უნდა, ორივე გზა მისაღები და ძალიან კარგია – უნდა წავახალისოთ, თუმცა ამის შემდეგ ვაჩვენებთ, რა, რომ

$$(x-2)(x-3)=0 \Leftrightarrow x^2-2x+3+2\cdot3=0 \Leftrightarrow x^2-(2+3)x+2\cdot3=0$$

დაინახავენ კავშირს ფესვებსა და განტოების კოეფიციენტებს შორის, რასაც შემდეგ გაამყარებთ თეორემის ჩამოყალიბებით და მისი დამტკიცებით.

გარჩეულ მაგალითი 1-ზე ნაჩვენებია, როგორაა შესაძლებელი ვიპოვოთ დაყვანილი კვადრატული განტოლების ფესვები ზეპირად ვიეტას შებრუნებული თეორემის გამოყენებით. არეზე მითითებულია და სასურველია ყურადღება გამახვილდეს იმაზე, რომ მთელი ფესვები შესაძლებელია ჰქონდეს მხოლოდ დაყვანილ კვადრატულ განტოლებას, რომ ასეთ განტოლებას თუ აქვს რაციონალური ფესვები (დიკრიმინანტი სრული კვადრატია), მაშინ ეს ფესვები იქნება მთელი.

ამოხსნები, მითითებები:

4. ა) $\frac{x_1 + x_2}{2} = 4$ $x_1 + x_2 = 8$ $\sqrt{x_1 x_2} = 2$

$x_1 x_2 = 4$ $x^2 - 8x + 4 = 0$

6. ა) ამოვხსნათ კვადრატული განტოლება:

$x^2-8x+15=0$ ასეთი წყვილებია (3;5) (5,3).

8. ამ ამოცანის ამოხსნამდე სასურველია გაკეთდეს ზოგადი მონახაზი $ax^2+bx+c=0$ განტოლებისათვის. თუ $D \geq 0$ და $\frac{c}{a} > 0$, ფესვები ერთნაირნიშნანია, ხოლო თუ $D \geq 0$ და $\frac{c}{a} < 0$ ფესვები სხვადასხვანიშნანია.

I. ორივე ფესვი დადებითია, თუ $\begin{cases} \frac{c}{a} > 0 \\ \frac{b}{a} < 0 \\ D \geq 0 \end{cases}$ II. ორივე ფესვი უარყოფითია, თუ $\begin{cases} \frac{c}{a} > 0 \\ \frac{b}{a} > 0 \\ D \geq 0 \end{cases}$

III. ფესვები სხვადასხვანიშნანია, თუ $\frac{c}{a} < 0$, შევნიშნოთ, რომ ამ შემთხვევაში $D > 0$ პირობა ავტომატურად სრულდება

ა) $3x^2 - 2x - 1 = 0$; $\frac{c}{a} = -\frac{1}{3}$ სხვადასხვანიშნიანი.

ბ) $2x^2 + 5x + 1 = 0$ $D > 0$ $\frac{c}{a} = \frac{1}{2} > 0$ $\frac{b}{a} = \frac{5}{2} > 0$ ორივე ფესვი უარყოფითია.

გ) $x^2 - 4x + 3 = 0$ ფესვები დადებითია.

16. $x_1 + x_2 = 0 = \frac{P}{3}$ $P = 0$ ცხადია $D > 0$, $x = \pm 2$

17. $5x_1x_2 - (x_1+x_2) = 5 \cdot 8 - 7 = 33$

18*. $x_1 = 7k, x_2 = 3k$; $x_1+x_2 = 10k = -20 \Rightarrow k = -2$

$a = x_1x_2 = 21k^2 = 84$

19*. $x^2 - 15x + 26 = 0$ $\begin{cases} x_1 + x_2 = 15 \\ x_1x_2 = 26 \end{cases}$ $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1x_2} = \frac{15}{26}$.

20*. $15x^2 - 7x - 3 = 0$ $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{7}{15} \\ x_1x_2 = -\frac{1}{5} \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 = \frac{7}{5} \\ 3x_1 \cdot 3x_2 = -\frac{9}{5} \end{cases}$ $x^2 - \frac{7}{5}x - \frac{9}{5} = 0$.

21*. $x_1+x_2 = 15 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = 225 \Rightarrow 153 + 2q = 225$

$q = 36$

25. მოცემული განტოლება ტოლფასია $\begin{cases} x^2 + 5x + a = 0 & x_1x_2 = a & D \geq 0 \\ 4x^2 - 7x + a = 0 & x_3x_4 = \frac{a}{4} & D_2 \geq 0 \end{cases}$

$x_1x_2x_3x_4 = \frac{a^2}{4}$ ე.ი. მივიღეთ სისტემა:

$\begin{cases} a^2 = 4 \\ 25 - 4a \geq 0 \\ 49 - 4a \geq 0 \end{cases} \begin{cases} a = \pm 2 \\ a \leq \frac{25}{4} \\ a \leq \frac{49}{4} \end{cases} a=2 \text{ ან } a=-2.$

4. კვადრატული სამწევრის დაშლა მამრავლებად

რეზიუმე:

ვარჩევნოთ მოსწავლეებს სავარჯიშოები, სადაც აუცილებლად გვჭირდება კვადრატული სამწევრის მამრავლებად დაშლა, მაგალითად $\frac{2x-1}{x^2-5x+6} + \frac{2}{x-3} = 5$ განტოლების ამოხსნის ტიპის სავარჯიშო.

კარგი იქნება, თუ მოსწავლეებს ყურადღებას მივაქცევინებთ შემდეგ ფაქტზე:

ა) $(x-2)(x+3) = x^2+x-6$

ბ) $(2x-1)(x+3) = 2x^2+5x-3$, თან

$(2x-1)(x+3) = 2(x-\frac{1}{2})(x+3)$

და $2x^2+5x-3=0 \Leftrightarrow x_1=0,5$ $x_2=-3$.

ანუ დავანახებთ კავშირს კვადრატული სამწევრის ფესვებსა და კოეფიციენტებს შორის და ამის შემდეგ გადავალთ ახალი მასალის ახსნაზე.

ამოხსნები, მითითებები:

8. ა) $\begin{cases} x^2 + 7x + 10 = 0 \\ x^2 - x - 6 \neq 0 \end{cases} \quad x = -5.$

9. ა) $3x^2 - 5xy - 2y^2 = 3\left(x + \frac{y}{3}\right)(x - 2y) = (3x + y)(x - 2y). \quad x = \frac{5y \pm 7y}{6} = \begin{cases} -\frac{y}{3} \\ 2y \end{cases}.$

11.

კატა	წთ	თაგვი	
5	5	5	
1	1	$\frac{1}{5}$	$x=5$
x	100	100	

12. ამოცანის პირობის თანახმად შევადგინოთ სწორი ჩვენებების ცხრილი:

	წ	ფ	ყვ	მწ
A	②	5	7	⑨
B	②	④	9	8
C	4	2	⑧	⑨

I – ყვითელი; მწვანე
 II – წითელი; მწვანე
 III – წითელი; ფორთოხლისფერი.

ე.ი. ორი მწვანე და ორი წითელი ერთმანეთს უნდა ემთხვეოდეს ე.ი. A არის – II, B – III, C – I
 წითელი – 2; ფორთოხლისფერი – 4; ყვითელი – 8; მწვანე – 9.

I თავის დამატებითი სავარჯიშოები

12. ა) $x=2 \Rightarrow 5a=8, a=1,6$ ვ) $(2a-1)4-10a-1=0 \quad a=-2,5$

13.

გეგმით	360 გვ.	x გვ./დღ.	$\frac{360}{x}$ დღე	$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+20} = 3$
სინამდვილეში	360 გვ.	$(x + 20)$ გვ./დღ.	$\frac{360}{x+20}$ დღე	

14. იყო $\frac{x + 11}{x}$ გახდა $\frac{x + 16}{x + 12}$. $\frac{x + 11}{x} = 3 \cdot \frac{x + 16}{x + 12}$

15. კატერის სიჩქარე $\equiv x$, დინების კი y -ით.

დ.მ	5 კმ	$(x+y)$ კმ/სთ	$\frac{5}{x+y}$ სთ	$\frac{5}{x+y} + \frac{12}{x-y} = 18x$
დ.ს	12 კმ	$(x-y)$ კმ/სთ	$\frac{12}{x-y}$ სთ	
ტბა	18 კმ	x კმ/სთ	18x სთ	

19.

გეგმით	20 კმ	x კმ/სთ	$\frac{20}{x}$ სთ
სინამდვილეში	20 კმ	$x + 10$ კმ/სთ	$\frac{20}{x + 10}$ სთ

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x + 10} = \frac{1}{10}$$

$$6 \text{ წთ} = \frac{1}{10}$$

20.

გეგმით	450 კმ	x კმ/სთ	$\frac{450}{x}$ სთ
სინამდვილეში	450 კმ	$x + 15$ კმ/სთ	$\frac{450}{x + 15}$ სთ

$$\frac{450}{x} - \frac{450}{x + 15} = 1,5$$

23. $\frac{420}{x} - \frac{420}{x + 2} = \frac{1}{2}$ $x = 40$ კმ/სთ; 21 საათში.

24. ყურადღება გავამახვილოთ იმაზე, რომ მდინარიდან შენაკადში რომ გადის მოძრაობა იქნება ამ შენაკადის დინების სანინაალმდეგოდ. მდინარის დინების სიჩქარე აღვნიშნოთ x კმ/სთ-ით, მაშინ შენაკადის სიჩქარე იქნება $(x + 1)$ კმ/სთ.

გეგმით	35 კმ	$(10 - x)$ კმ/სთ	$\frac{35}{10 - x}$ სთ	$\frac{35}{10 - x} + \frac{18}{9 - x} = 8$
სინამდვილეში	18 კმ	$(10 - x - 1)$ კმ/სთ	$\frac{18}{9 - x}$ სთ	

31. მთელ მგზავრობას მონადგომა 8 სთ და 20 წუთი, ნავის სიჩქარე იყოს x კმ/სთ

დ.ს	60 კმ	$(x - 3)$ კმ/სთ	$\frac{60}{x - 3}$ სთ	$\frac{60}{x - 3} + \frac{60}{x + 3} = 8\frac{1}{3} = \frac{25}{3}$
დ.მ	60 კმ	$(x + 3)$ კმ/სთ	$\frac{60}{x + 3}$ სთ	

$$x \text{ წთ} = 15 \text{ კმ/სთ}$$

A-დან B-მდე დასჭირდა $\frac{60}{x - 3}$ სთ = $\frac{60}{12}$ სთ = 5 სთ

ე.ი. B-ში ჩავიდა $9 + 5 = 14$ სთ-ზე.

34. პითაგორას თეორემით

$$x = \sqrt{(192 \cdot 3)^2 + (256 \cdot 3)^2} = 960 \text{ კმ.}$$

45. $\frac{40}{x} - \frac{40}{x + 200} = \frac{1}{10}x = 200$

47. $x^2 + 16^2 = (x + 4)^2$ $x = 30$.

48. $x = \sqrt{125^2 - 117^2} = 44$.

56. $\begin{cases} x_2 - x_1 = 6 \\ x_2 + x_1 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = -5 \\ x_1 = 1 \end{cases}$ $q = x_1 x_2 = -5$

57. $x^2 - 5x - 1 = 0$ $y_1 = x_1x_2$; $y_2 = x_2x_2$
 $y_1 + y_2 = 2x_1 + 2x_2 = 10$ $y_1y_2 = 2x_1 \cdot 2x_2 = -4$
 მივიღეთ: $y_2 - 10y_1 - 4 = 0$

65*. ა) $5x^2 + 6|x| + 1 = 0$ $|x| = y$
 $5y^2 + 6y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$ ან $y = -\frac{1}{5}$ $x \in \emptyset$

ბ) $5x^2 - 7|x| + 2 = 0$ $5y^2 - 7y + 2 = 0$

$$\begin{cases} y = 1 \\ y = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \frac{2}{5} \end{cases}$$

66. მოცემული განტოლება ტოლფასია $2ax^2 - 2(a^2 - a - 2)x - 7 = 0$, $x \neq 0$ განტოლების.

$x_1 = -x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow$
 $\begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$ მივიღეთ $\begin{cases} 4x^2 - 7 = 0 \\ -2x^2 - 7 = 0 \end{cases}$ $x \in \emptyset$
 $a = 2$

68. $x_1 + x_2 = -p$; $x_1x_2 = 35$ ე.ი. $-p + 23 = 35$, $p = -12$.

69. $\frac{3x_2}{1+x_1} + \frac{3x_1}{x_2+1} = 3 \frac{x_2(x_2+1) + x_1(x_1+1) + 2x_1x_2 - 2x_1x_2}{(x_1+1)(x_1+1)} =$
 $= 3 \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 + (x_1+x_2)}{x_1+x_2+x_1x_2+1} = 3 \frac{9-2+3}{3+1+1} = 3 \frac{10}{5} = 6$

$x_1 + x_2 = 3$; $x_1x_2 = 1$

70. $\frac{5}{3x_1} + \frac{5}{3x_2} = \frac{5}{3} + \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = \frac{5}{3} + \frac{-15 \cdot 3}{16} = -\frac{75}{16}$

71*. $f(1) = a + b + c = 0$ ე.ი. $x = 1$ -მა განტოლება გადააქცია სწორ ტოლობად, მაშასადამე, $x = 1$ განტოლების ფესვია.

72*. მითითება: უნდა ამოვხსნათ $D > 0$ უტოლობა.

73*. რადგან x_0 არის $ax^2 + bx + c = 0$ განტოლების ფესვი, ე.ი. (1) $ax^2 + bx + c = 0$ არის ჭეშმარიტი ტოლობა. $x_1 = ax_0$ ჩასმა თუ გადააქცევს $x^2 + bx + ac = 0$ განტოლებას სწორ ტოლობად, ე.ი. $x_1 = ax_0$ არის მისი ფესვი. ჩავსვათ. მივიღებთ $a^2x_0^2 + abx_0 + ac = 0 \Rightarrow a(ax_0^2 + bx_0 + c) = 0$

(1)-ის გათვალისწინებით, მივიღეთ სწორი ტოლობა. რ.დ.გ.

74*. $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1x_2 = q \\ x_2 - x_1 = 2 \\ D > 0 \end{cases}$ $(x_2 - x_1)^2 = 2^2 \Rightarrow q = 8$

$x_1x_2 = 1$ ე.ი. x_1 და x_2 უერთიერთშებრუნებული რიცხვებია.

79*. მითითება: $D = 0$.

80. მითითება: ა) $D \leq 0$; ბ) $D \geq 0$.

II ტაპი

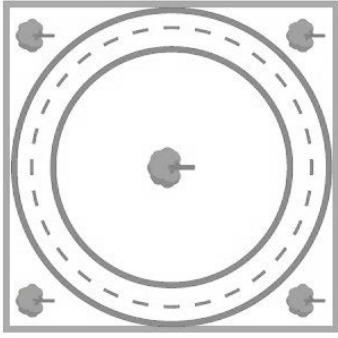
თემატური გატრიცა

თავი 2 - წრეწირი - თემატური მატრიცა

<p>მიმართულება - გეომეტრია კლასი - 9 სათემის სავარაუდო რაოდენობა - 2-3 კვირა</p>			
<p>სამიზნე ცნებები/საკითხები ბრტყელი ფიგურები და მათი ზომები/ წრე და მისი ნაწილები მაკროცნება: კავშირები, რაოდენობრივი მსჯელობა, მოდელირება</p>			
<p>სამიზნე ცნებები და მათთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები</p>	<p>საკითხი/ქვესაკითხები/ქვეცნებები</p>	<p>საკვანძო შეკითხვა / ზოგადი შეკითხვები</p>	<p>კომპლექსური დაგალების პირობა / შეფასების კრიტერიუმები</p>
	<p>წრე და წრის ნაწილები ქვესაკითხები: 1. ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება 2. წრეწირის მხები 3. ორი წრეწირის ურთიერთმდებარეობა 4. წრეწირში ჩახაზული და შემოხაზული სამკუთხედები 5. წრეწირის რკალი 6. ჩახაზული კუთხე 7. მხებითა და ქორდით შედგენილი კუთხე 8. მართკუთხა სამკუთხედი 9. ორი წრეწირის საერთო შიგა და გარე მხებები 10. წრეწირში ჩახაზული ოთხკუთხედი</p>	<p>საკვანძო შეკითხვა / ზოგადი შეკითხვები</p>	

<p>ბრტყელი ფიგურები და მათი ზომები</p> <p>სტანდარტის შედეგები:</p> <p>1. აქსიომებზე დაყრდნობით, მართლებული მსჯელობითა და არგუმენტებით შესაძლებელია ახალი კანონზომიერებების, კავშირების ფორმულირება, ასევე არსებული ფაქტების გაანალიზება, რომელსაც მივყავართ აღმოჩენების გაკეთების, ვარაუდის გამოთქმისა და თეორემის დამტკიცებისკენ.</p>	<p>11. პროპორციული მონაკვეთები წრეში</p> <p>12. წესიერი მრავალკუთხედები</p> <p>13. წრეწირის სიგრძე, წრის ფართობი</p>		
<p>ეტაპი I – კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა</p> <p>საკვანძო შეკითხვა: რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი? რა შემოქმედებითი პრობლემების საშუალებით უნდა დავადასტურო, რა ვისწავლუ ამ საკითხთან დაკავშირებით?</p> <p>ბიზნესმენმა გადაწყვიტა, ქალაქის გარეუბანში არსებული 90000 კვადრატული მეტრი მიწის ნაკვეთი რეკრეაციულ ზონად მოაწყოს. დიზაინერმა უნდა დაგეგმოს ჩანაფიქრი იმის გათვალისწინებით, რომ ნაკვეთზე არსებული რამდენიმე ნაძვის ხე შენარჩუნდეს ხელშეუხებლად. ამასთან, სკვერში უნდა გაკეთდეს 6 მეტრი სიგანის წრიული ბილიკი ველოსიპედისტებისა და ფეხით მოსარულეებისთვის, რომელიც, უსაფრთხოების მიზნით, გამოყოფილი იქნება სპეციალური დამცავი ბადით. ბილიკის შიგნით მოქცეული სივრცე კი დაეთმობა მოსასვენებელ და ბავშვთა გასართობ ზონებს.</p> <p>1. რა სიგრძის დამცავი ბადე იქნება საჭირო სარბენი ბილიკის გელობიოკისგან გამოსაყოფად?</p> <p>2. რამდენ კვადრატულ მეტრს შეადგენს წრეში მოქცეული ფართობი, რომელშიც მოსასვენებელი სკამები და ბავშვებისთვის განსაზღვრული ატრაქციონები უნდა განთავსდეს?</p> <p>3. რამდენი ცალი გამყოფი ბარიერის ფილა უნდა შეიძინოს, თუ წრიული ბილიკის შიდა და გარე პერიმეტრის შემოსაზღვრვას სჭირდება 1 მეტრი სიგრძის ფილები?</p> <p>4. რამდენი ჩირაღდანი უნდა დამონტაჟდეს გარე ბილიკის გასწვრივ, თუ ჩირაღდნებს შორის მანძილი 6 მეტრი უნდა იყოს?</p>	<p>თქვენი დავალება:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. გამოთვალეთ კვადრატული ნაკვეთის გვერდის სიგრძე(ფართობით); 2. გამოთვალეთ კვადრატში ჩახაზული წრეწირის რადიუსი, ასევე გამყოფი და შიგა წრეწირების რადიუსები; 3. განსაზღვრეთ შემოსაღობად საჭირო მასალის რაოდენობა; 4. გაეცით პასუხი დანარჩენ შეკითხვებს. <p>ნაშრომის პრეზენტაციასა და საზღვარს გასწვრივ:</p> <ol style="list-style-type: none"> 5. როგორ იპოვეთ ნაკვეთის გვერდის სიგრძე; 6. როგორ იპოვეთ კვადრატში ჩახაზული წრეწირის 		

2-გეომეტრიული ფიგურებს და ელემენტებს შორის არსებობს გარკვეული კავშირი. რომელიც შეიძლება იყოს ფორმულირებული და დამტკიცებული. 3-გეომეტრიული ფიგურების თვისებების ცოდნა გვხმარება გეომეტრიული ობიექტების და მოდელების აგებაში.



ეტაპი II. მოსწავლეთა წინაშე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დავალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით.

ფაქტობრივი კითხვები:	რას ეწოდება წრეწირის დიამეტრი? რადიუსი? ქორდა?
კონცეპტუალური კითხვები:	როგორ არის დაკავშირებული დიამეტრი რადიუსთან?

ეტაპი III – კომპლექსურ დავალებაზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა

საკითხის/საკითხებს დამუშავება სამიზნე ცნებების მიხედვით, მკვიდრი წარმოდგენების ჩამოყალიბებაზე მუშაობა და ცოდნის განმტკიცება

შედეგები 1,2,3: წრეწირის მხების და ქორდის თვისებები

1. ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება;
2. წრეწირის მხები;
3. ორი წრეწირის ურთიერთმდებარეობა.

და გამყოფი და შიგა წრეწირების რადიუსები; როგორ განსაზღვრეთ შემოსაღობად საჭირო მასალის რაოდენობა .

მაკროცნება და მასთან დაკავშირებული კრიტერიუმები: მოდელოება; რაოდენობრივი მსჯელობა; კავშირები;

როგორ გვეხმარება რაოდენობრივი მსჯელობა გეომეტრიული მოდელების შექმნაში

შეფასების კრიტერიუმები

მოსწავლეს შეუძლია:

1. რეალურ ცხოვრებაში, სამყაროში მიმდინარე მოვლენების აღწერა გეომეტრიული

	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება მხები წრფე? • რას ეწოდება მკვეთი წრფე? • რა დამოკიდებულებაა წრეწირის მიმართ გავლებულ მხებებს შორის? 	<p>ლბიექტების / ფიგურების მეშვეობით</p> <p>2. აქსიომებზე დაყრდნობითა და არგუმენტირებული მსჯელობით ახალი კანონზომიერების ფორმულირება ან უკვე არსებული ფაქტების გაანალიზება და პრობლემის გადაჭრა</p> <p>3. გეომეტრიული ფიგურების ცნობა და კლასიფიკაცია</p> <p>4. ახალი კავშირების დადგენა და წარმოდგენა.</p> <p>5. გეომეტრიული ფიგურების ზომების გამოთვლა წესის შესაბამისად და გამოსახვა სტანდარტულ ერთეულებში</p> <p>6. გეომეტრიული ფიგურის ელემენტებს შორის</p>
<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ ხდება მკვეთის მონაკვეთებს შორის კავშირის დადგენა? • როგორ ხდება ქორდასა და დიამეტრს შორის კავშირის დადგენა? რა კავშირია? • როგორ მდებარეობა შეიძლება ჰქონდეთ წრეწირებს? აღწერეთ. 	
<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროვოცირებელი კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რატომ არის მნიშვნელოვანი გეომეტრიული ფიგურის ელემენტებს შორის კავშირის დადგენა? 	
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<p>მოსწავლემ უნდა გააცნობიეროს, რომ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • გეომეტრიული ფიგურებს და ელემენტებს შორის არსებობს გარკვეული კავშირი, რომელიც შეიძლება იყოს ფორმულირებული და დამტკიცებული. • გეომეტრიული ფიგურების თვისებების ცოდნა გვეხმარება გეომეტრიული ობიექტების და მოდელების აგებაში 	
	<p>ქვესაკითხები:</p> <ol style="list-style-type: none"> 4. წრეწირში ჩახაზული და შემოხაზული სამკუთხედები; 5. წრეწირის რკალი; 6. ჩახაზული კუთხე; 	

<p>7. მხებთან და ქორდით შედგენილი კუთხე;</p> <p>8. მართკუთხა სამკუთხედი;</p> <p>9. ორი წრეწირის საერთო შიგა და გარე მხებები.</p>	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="244 259 378 528"> <p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <p>რა?</p> </td> <td data-bbox="244 528 378 1688"> <ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება ცენტრული კუთხე? ჩახაზული კუთხე? • რას ეწოდება წრეში ჩახაზული სამკუთხედი? • წრეზე შემოხაზული სამკუთხედი? </td> </tr> <tr> <td data-bbox="378 259 690 528"> <p>კონცეპტუალური კითხვები:</p> <p>როგორ? რატომ?</p> </td> <td data-bbox="378 528 690 1688"> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ ხდება ცენტრული კუთხის გამოთვლა? • როგორ ხდება ჩახაზული კუთხის გრადუსული ზომის დადგენა? • როგორ ხდება მხებთან და მკვეთით, ასევე მკვეთებით შედგენილი კუთხის ზომის დადგენა? • როგორ ხდება სამკუთხედზე შემოხაზული ან სამკუთხედში ჩახაზული წრის ცენტრის დადგენა? </td> </tr> <tr> <td data-bbox="690 259 838 528"> <p>სადისკუსიო კითხვები</p> <p>მაპროგნოზირებელი კითხვები</p> </td> <td data-bbox="690 528 838 1688"> <ul style="list-style-type: none"> • არსებობს თუ არა დამოკიდებულება ცენტრულ, ჩახაზულ კუთხესა და იმ რკალს შორის რომელსაც ეყრდნობიან კუთხეები? </td> </tr> <tr> <td data-bbox="838 259 1209 528"> <p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p> </td> <td data-bbox="838 528 1209 1688"> <ul style="list-style-type: none"> • აქსიომებზე დაყრდნობით, მართებული მსჯელობითა და არგუმენტებით შესაძლებელია ახალი კანონზომიერებების კავშირების ფორმულირება, ასევე არსებული ფაქტების გაანალიზება, რომელსაც მიყვავართ აღმოჩენების გაკეთებამდე, ვარაუდის გამოთქმასა და თეორემის დამტკიცებისკენ. • გეომეტრიული ფიგურებს და მის </td> </tr> </table>	<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <p>რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება ცენტრული კუთხე? ჩახაზული კუთხე? • რას ეწოდება წრეში ჩახაზული სამკუთხედი? • წრეზე შემოხაზული სამკუთხედი? 	<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p> <p>როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ ხდება ცენტრული კუთხის გამოთვლა? • როგორ ხდება ჩახაზული კუთხის გრადუსული ზომის დადგენა? • როგორ ხდება მხებთან და მკვეთით, ასევე მკვეთებით შედგენილი კუთხის ზომის დადგენა? • როგორ ხდება სამკუთხედზე შემოხაზული ან სამკუთხედში ჩახაზული წრის ცენტრის დადგენა? 	<p>სადისკუსიო კითხვები</p> <p>მაპროგნოზირებელი კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> • არსებობს თუ არა დამოკიდებულება ცენტრულ, ჩახაზულ კუთხესა და იმ რკალს შორის რომელსაც ეყრდნობიან კუთხეები? 	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • აქსიომებზე დაყრდნობით, მართებული მსჯელობითა და არგუმენტებით შესაძლებელია ახალი კანონზომიერებების კავშირების ფორმულირება, ასევე არსებული ფაქტების გაანალიზება, რომელსაც მიყვავართ აღმოჩენების გაკეთებამდე, ვარაუდის გამოთქმასა და თეორემის დამტკიცებისკენ. • გეომეტრიული ფიგურებს და მის
<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <p>რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება ცენტრული კუთხე? ჩახაზული კუთხე? • რას ეწოდება წრეში ჩახაზული სამკუთხედი? • წრეზე შემოხაზული სამკუთხედი? 								
<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p> <p>როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ ხდება ცენტრული კუთხის გამოთვლა? • როგორ ხდება ჩახაზული კუთხის გრადუსული ზომის დადგენა? • როგორ ხდება მხებთან და მკვეთით, ასევე მკვეთებით შედგენილი კუთხის ზომის დადგენა? • როგორ ხდება სამკუთხედზე შემოხაზული ან სამკუთხედში ჩახაზული წრის ცენტრის დადგენა? 								
<p>სადისკუსიო კითხვები</p> <p>მაპროგნოზირებელი კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> • არსებობს თუ არა დამოკიდებულება ცენტრულ, ჩახაზულ კუთხესა და იმ რკალს შორის რომელსაც ეყრდნობიან კუთხეები? 								
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • აქსიომებზე დაყრდნობით, მართებული მსჯელობითა და არგუმენტებით შესაძლებელია ახალი კანონზომიერებების კავშირების ფორმულირება, ასევე არსებული ფაქტების გაანალიზება, რომელსაც მიყვავართ აღმოჩენების გაკეთებამდე, ვარაუდის გამოთქმასა და თეორემის დამტკიცებისკენ. • გეომეტრიული ფიგურებს და მის 								
<p>კავშირების დამყარება და ამ კავშირებზე ლოგიკური მსჯელობა</p> <p>7. გეომეტრიული პრინციპების ცოდნის გამოყენებით გეომეტრიული ფიგურებისა და მისი ელემენტების (ტოლობა, მსგავსება) დაკავშირება</p>									

82. ა) $3x + 4 \equiv y$; ბ) $x^2 + 1 \equiv y$
 გ) $7x - 6 \equiv y$
 $x^2 + x - 5$ $3x$ $x^2 + x - 5$



ტესტი თვითშემოწმებისთვის: 1. ბ; 2. ბ; 3. გ; 4. დ; 5. ა; 6. ა; 7. ბ; 8. დ; 9. დ; 10. ბ; 11. ბ; 12. ბ; 13. ბ; 14. ა; 15. ბ

<p>ელემენტებს შორის არსებობს გარკვეული კავშირი. რომელიც შეიძლება იყოს ფორმულირებული და დამტკიცებული.</p>	<p>ქვესაკითხები: 10. წრეწირში ჩახაზული ოთხკუთხედი; 11. პროპორციული მონაკვეთები წრეში; 12. წესიერი მრავალკუთხედები.</p>	<ul style="list-style-type: none"> რას ეწოდება წრეში ჩახაზული ოთხკუთხედი? წრეზე შემოხაზული ოთხკუთხედი? რა პირობებს უნდა აკმაყოფილებდეს ოთხკუთხედი, რომ წრეში ჩახაზოს? რა პირობებს უნდა აკმაყოფილებდეს ოთხკუთხედი, რომ წრეზე შემოხაზოს? რას ნიშნავს პროპორციული მონაკვეთები წრეში? რას ეწოდება წესიერი მრავალკუთხედი? 	<ul style="list-style-type: none"> როგორ ფიქრობთ, ნებისმიერ ოთხკუთხედზე შეიძლება წრის შემოხაზვა? პასუხი დაასაბუთეთ. როგორ ფიქრობთ, ნებისმიერ ოთხკუთხედში შეიძლება წრის ჩახაზვა? პასუხი დაასაბუთეთ. 	<ul style="list-style-type: none"> რა პირობას აკმაყოფილებენ წრეში ჩახაზული ოთხკუთხედის კუთხეები? რა პირობას უნდა აკმაყოფილებდეს წრეზე შემოხაზული ოთხკუთხედის გვერდები? პასუხი დაასაბუთეთ. 	<ul style="list-style-type: none"> აქსიომებზე დაყრდნობით, მართებული მსჯელობითა და არგუმენტებით შესაძლებელია ახალი კანონზომიერებების,
<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>			<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროვოცირებელი კითხვები</p>	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის</p>

	<p>შესწავლისას:</p> <p>კავშირების ფორმულირება, ასევე არსებული ფაქტების გაანალიზება, რომელსაც მიგვაგვართ აღმოჩენების გაცხადებამდე, ვარაუდის გამოთქმასა და თეორემის დამტკიცებისკენ.</p> <ul style="list-style-type: none"> • გეომეტრიული ფიგურებს და მის ელემენტებს შორის არსებობს გარკვეული კავშირი. რომელიც შეიძლება იყოს ფორმულირებული და დამტკიცებული. 	
<p>ქვესაკითხი 13: წრეწირის სიგრძე, წრის ფართობი - გაზომვები</p>		
<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>	<p>რას ეწოდება წრეწირის სიგრძე? როგორ გამოითვლება წრის ფართობი? რატომ არის მნიშვნელოვანი პრიციპი?</p>	
<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<p>გაზომე სხვადასხვა წრეწირის სიგრძე ძაფით, შეაფარდე თავისსავე დიამეტრთან და გამოთქვი ვარაუდი. რა შეიძლება დავასკვნათ?</p>	
<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროვოცირებელი კითხვები</p>	<p>კოსმოსურ სამყაროში გამოგზავროდ წრეწირის სიგრძისა და წრის ფართობის ცოდნა მნიშვნელოვანია?</p>	
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<p>გეომეტრიული ფიგურებს და ელემენტებს შორის არსებობს გარკვეული კავშირი. რომელიც შეიძლება იყოს ფორმულირებული და დამტკიცებული.</p>	

	<p>ეტაში IV - თუ მოსწავლემ ვერ დასძლია პროგრამა, განმავითარებელი შეფასების მიცემის შემდეგ სასურველია, შეასრულოს დავალება თავიდან (მინიმუმ): შემდეგი კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა);</p> <p>კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის დროს მოსწავლეებისთვის მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები:</p> <p>სასურველია კითხვები დაისვას ისე, რომ მოსწავლემ გაიაზროს, რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა (გთავაზობთ, კითხვები დასვათ პოლიას მეთოდით).</p>

	<p>1. პრობლემის/საკითხის გაგება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რაში მდგომარეობდა სამუშაო, რა იყო გასაკეთებელი? ჩამოაყალიბეთ თქვენი სიტყვებით. • შეგისრულეუბიათ თუ არა მსგავსი დავალება? <p>2. გეგმის შექმნა</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ დაგეგმეთ სამუშაო? რა პრობლემა იყო გადასაჭრელი? რა იყო ცნობილი პრობლემიდან? • რა სტრატეგიები დასახეთ დავალების შესასრულებლად? • როგორ წარმართეთ სამუშაო პროცესი? <p>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • რა სამუშაოები შეასრულეთ? • რის ცოდნა დაგეგმარათ გამოთვლების წარმოებაში? • რთული იყო თუ არა თქვენთვის მუშაობა? • გაქვთ თუ არა დეტალურად წარმოდგენილი პროცესის აღწერა და დასკვნა? <p>4. შეფასება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რამდენად რეალისტური გგონიათ კოსმოსის სხვადასხვა ნაწილში მოგზაურობა? • სად შეიძლება გამოგადგეთ მიღებული ცოდნა? 	
--	--	--

II ტაპი

1. ქორდის მართობული დიამეტრის თვისება

რეზიუმე:

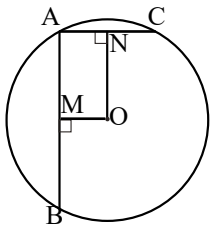
მოსწავლეებს გავახსენოთ წრეწირის, წრის, ქორდის და დიამეტრის განმარტებები. შებრუნებული თეორემის დამტკიცება:

განვ. $\triangle AOB$. $AO=OB$, მაშასადამე, სამკუთხედი ტოლფერდაა. ე.ი. OM მედიანა ამავე დროს სიმაღლეცაა. $OM \perp AB$ რ.დ.გ.

სასურველია კლასში გაირჩეს №5, 6 და 7 ამოცანები.

ამოხსნები, მითითებები:

1. ცხადია CD დიამეტრია, ამიტომ $CD=10$. 2. $AK=KB=12$ სმ. 3. $AK=KB=3$ ე.ი. $AB=6$ სმ.



7*. $OM=6$ სმ $ON=10$ სმ
 $MB=AM=ON=10$ ე. ი. $AB=20$
 $CN=AN=OM=6$ ე. ი. $AC=12$

8*. მიღებული მართკუთხედის დიაგონალი რადიუსის ტოლია. მართობის ფუძეების შემაერთებული მონაკვეთი კი მეორე დიაგონალია და, მაშასადამე, ისიც რადიუსის ტოლია და უდრის 10 სმ.

9. უნდა ავაგოთ წრეწირის ნებისმიერი ორი ქორდის შუამართობები. ცხადია წრეწირის ცენტრი იქნება მათი გადაკვეთის წერტილი.

10. 1) მახვილკუთხა სამკუთხედის ყველა გარე კუთხე ბლაგვია. 2) ბლაგვკუთხა სამკუთხედის ორი სიმაღლე სამკუთხედს გარეთაა. 3) ვთქვათ, გააჩნია $\alpha + \beta + \gamma \Rightarrow 2\alpha > 180^\circ$, ე.ი. $\alpha > 90^\circ$ მაშასადამე არ გააჩნია მახვილკუთხას და მართკუთხას. 4) მართკუთხა სამკუთხედის ორი კუთხის ჯამი მესამე კუთხის ტოლია. 5) მართკუთხა და ბლაგვკუთხა სამკუთხედებში უდიდესი გვერდის წინ არ არის მახვილი კუთხე.

11. მითითება: დაამტკიცეთ მოცემული წინადადება ნებისმიერი ოთხკუთხედისთვის.

13. $x^2 - 6xy + 10y^2 - 2y + 8 = x^2 - 6xy + 9y^2 + y^2 - 2y + 1 + 7 = (x - 3y)^2 + (y - 1)^2 + 7$ გამოსახულების უდიდესი მნიშვნელობა იქნება 7, როცა $y=1$ და $x=3$.

2. წრეწირის მხეპი

რეზიუმე:

განვიხილოთ წრეწირის და წრფის ურთიერთმდებარეობის ყველა შესაძლო შემთხვევა. შემოვიტანოთ მკვეთისა და მხეპის ცნებები. მოსწავლეები თვითონ შეძლებენ დაამტკიცონ თეორემა შეხების წერტილში გავლებული რადიუსის შესახებ.

განვმარტოთ კუთხეში ჩახაზული წრეწირი და ნახაზის მიცემის შემდეგ გავაკეთებინოთ მოსწავლეებს შესაბამისი დასკვნები.

ამოხსნები, მითითებები:

1. $\triangle AOB$ -ში $OB=2AO=10$ ე.ი. $BC=15$ სმ, $AB=5\sqrt{3}$
2. მოცემული წრფის ორ პარალელურ წრფეს, რომელთა წრფეებს შორის მანძილი წრეწირების დიამეტრის ტოლია.
3. $\angle OAB$ ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედი ე. ი. $\angle BAO=45^\circ$.
4. $\angle BAO=30^\circ$.
5. მოც. თანახმად, $ABOC$ ოთხკუთხედი რომბია, რომლის $\angle B=\angle C=90^\circ$, ე. ი. კვადრატია და $\angle BAC=90^\circ$.
7. $\triangle ABC$ ტოლგვერდაა ე.ი. 60° .
8. $\triangle MOB$ -ში. $OM=2R=2OB$, ე.ი. $\angle OMB=30^\circ$.
9. 12,4 სმ.
10. მითითება: მოცემული A წერტილი შევავროთოთ წრეწირის O ცენტრთან. წერტილზე გავვლოთ OA წრფის მართობული წრფე.
11. წრეწირის ცენტრი წარმოადგენს B წერტილზე მხების მართობული წრფისა და AB მონაკვეთის შუამართობის გადაკვეთის წერტილს.

3. ორი წრეწირის ურთიერთმდებარეობა

რეზიუმე:

დაფაზე დავხაზოთ და განვიხილოთ სიბრტყეზე ორი წრეწირის ურთიერთმდებარეობის ყველა შესაძლო შემთხვევა.

რა კავშირია ცენტრებს შორის მანძილსა და რადიუსებს შორის ყველა კონკრეტული შემთხვევისათვის?

ამ კითხვაზე მოსწავლეებმა უნდა უპასუხონ შესაბამისი ნახაზების განხილვისას. განვმარტოთ კონცენტრული წრეწირები.

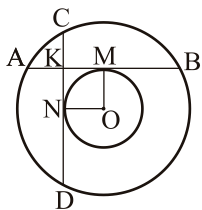
ამოხსნები, მითითებები:

1. ა) $OO_1 = R + r = 15$; ბ) $OO_1 = R - r = 5$.
2. წრეწირის ცენტრები აღვნიშნოთ O_1 , O_2 და O_3 -ით. $O_1O_2=O_2O_3=O_1O_3=2R$ (იხილეთ ამოცანა 4). მიიღება ტოლგვერდა სამკუთხედი, გვერდით $2R$.
3. a წრფის A წერტილზე გავლებულ მართობულ წრფეს A წერტილის გარეშე.

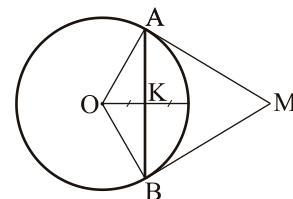
5. შესაძლებელია, თუ ისინი მოძრაობენ კონცენტრულ წრეწირებზე.

6. $AB=7,8+5,8-9,6=4$.

7. $3x+2x-1=9; x=2$. ე.ი. $R=6 \quad r=4$.



8. $AB \perp CD \quad AB=CD=10$. შეხების M და N წერტილებით თითოეული ქორდა იყოფა ტოლ მონაკვეთებად. $AM=MB=CN=ND=5$. $KMON$ კვადრატია და $OM=ON=KM=AM-AK=3$ სმ.



9*. AOK -ში $OK \perp AB$, ე.ი. $\angle OAK=30^\circ \Rightarrow \angle KAM=60^\circ$. მივიღეთ $\triangle AMB$ ტოლგვერდაა $AM=MB=AB=7$ სმ.

10*. მითითება: გავავლოთ წერტილზე წრეწირთა საერთო მხები.

11. 1. სხვადასხვაგვერდა სამკუთხედს არ აქვს ტოლი მედიანები.
2. ტოლგვერდა სამკუთხედში ყველა ბისექტრისა ემთხვევა მედიანას.
3. ტოლფერდა და სხვადასხვაგვერდა სამკუთხედები შეიძლება იყოს მართკუთხა.
4. ტოლფერდა სამკუთხედი ბისექტრისით იყოფა ორ მართკუთხა სამკუთხედად.
5. ტოლფერდა სამკუთხედში ზუსტად ერთი მედიანა ემთხვევა სიმაღლეს.
6. ტოლფერდა და სხვადასხვაგვერდა სამკუთხედებში მედიანების კვეთის წერტილი არ ემთხვევა ბისექტრისების კვეთის წერტილს.

4. წრეწირში ჩახაზული და წრეწირზე შემოხაზული სამკუთხედები

რეზიუმე:

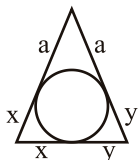
განვმარტოთ წრეწირში ჩახაზული და წრეწირზე შემოხაზული მრავალკუთხედები. პარაგრაფის ბოლოს მოცემული ინდივიდუალური შეკითხვები:

1. ა) არა; ბ) არა.
2. ა) კი. ბ) კი. გ)-ს ა) და ბ) წინადადებების შებრუნებული წინადადებები ჭეშმარიტია, საწინააღმდეგო კი - არა.

ამოხსნები, მითითებები:

1. პასუხი: $C = 10$ სმ. $r = 2,5$ სმ ე.ი. $a+b \quad r = (a + b - c)2 \quad a + b = 15$.

2. რადგან სამკუთხედი ტოლგვერდაა, თითოეული გვერდი ტოლია $2 \cdot 5 = 10$ სმ, $p=30$.



3. სამკუთხედი ტოლფერდაა, ე. ი. $a+x=a+y$ და $x=y$, რ.დ.გ.

4. ააგეთ მოცემული რადიუსის წრეწირი. მისი ნებისმიერი წერტილიდან (როგორც ცენტრიდან) შემოხაზეთ რკალები (რადიუსებით სამკუთხედის გვერდები) მოცემულ წრეწირთან გადაკვეთამდე.

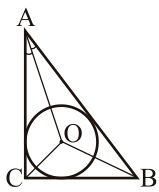
5. $a=3; b=4$ ე. ი. $C=5$. $r = \frac{a + b - c}{2} = 1$

6. $a=3x$ $b=4x$ $c=2R=10$. $r=2$, $R=5$. მივიღეთ $x=2$.

7. ერთ წრეზე არამდებარე სამი წერტილი განსაზღვრავს ერთადერთ სამკუთხედს, წვეროებით ამ წერტილებში და რადგან ნებისმიერ სამკუთხედზე შემოიხაზება წრენიერი, მასთან მხოლოდ ერთი, ამ სამ წერტილზეც შემოიხაზება წრენიერი. მასთან მხოლოდ ერთი.

8. ა) შემოხაზული წრენიერის ცენტრში; ბ) ჩახაზული წრენიერის ცენტრში.

9. იმ სამკუთხედზე შემოხაზული წრენიერის ცენტრში, რომლის წვეროებიც ემთხვევა ბაობაბის ძირებს.



10*. უ.ვ. $\angle AOC$ და $\angle COB$. $\angle COA = 180^\circ - \left(\frac{\angle CAB}{2} + \frac{\angle BCA}{2} \right) = 180^\circ - (12^\circ 30' + 45^\circ) = 180^\circ - 57^\circ 30' = 122^\circ 30'$. $\angle COB = 180^\circ - (45^\circ + 32^\circ 30') = 102^\circ 30'$.

11. $\angle A = 100^\circ$ $\angle B = 50^\circ$ $\angle C = 30^\circ$. O ჩახაზული წრენიერის ცენტრია $\angle AOC = 180^\circ - (50^\circ + 15^\circ) = 115^\circ$.

$\angle BOC = 180^\circ - (25^\circ + 15^\circ) = 140^\circ$. $\angle BOA = 180^\circ - (25^\circ + 50^\circ) = 105^\circ$.

5. წრენიერის რკალი

რეზიუმე:

გავახსენოთ მოსწავლეებს რკალის განმარტება. განვმარტოთ დამატებითი რკალის ცნება. ჩამოვაცალიბოთ თეორემა ტოლი ქორდების შესაბამისი ტოლი რკალების შესახებ. დამტკიცება

მივანდოთ მოსწავლეებს. მოვთხოვოთ მათ ჩამოვაცალიბონ და დაამტკიცონ შებრუნებული თეორემა.

ამოხსნები, მითითებები:

1. მივიღეთ ტოლფერდა სამკუთხედი, რომლის წვეროსთან მდებარე კუთხე რკალის გრადუ-რული ზომა ტოლია და უდრის $180^\circ - 2 \cdot 34^\circ = 112^\circ$.

2. $(180^\circ - 74^\circ) : 2 = 53^\circ$.

3*. ვღებულობთ ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედს და საძიებელი მანძილი ქორდის ნახევრის ტოლია.

4. ქორდის ბოლოების ცენტრთან შეერთებით მიიღება ტოლფერდა სამკუთხედი.

5. იხილეთ ამოცანა 4.

6. თითოეული რკალის ზომაა $360^\circ : 3 = 120^\circ$, რადგან ტოლი ქორდები ტოლ რკალებს ქიმავენ.

7. სამკუთხედის კუთხეების შეფარდებაა 2:5:7, საიდანაც მივიღებთ, რომ ამ სამკუთხედის უდიდესი კუთხეა 90° .

10. ვერცხლი - x $14 \frac{2}{7} = \frac{100}{7}$.

ალუმინი - $2-x$. $x = \frac{100}{7} \cdot \frac{1}{100} (2-x)$
 $7x=2-x$ $8x=2$ $x=0,25$ კგ.

ვერცხლი 0,25კგ, ალუმინი 1,75კგ.

11. I. $\frac{80 \cdot 125}{100} = 100$

II. $\frac{100 \cdot 125}{100} = 125$

6. ჩახაზული კუთხე

რეზიუმე:

ჩახაზული კუთხის განმარტების შემდეგ დავამტკიცოთ თეორემა მისი გრადუსული ზომის შესახებ. შეიძლება სქემატურად მივცეთ მოსწავლეებს წყვილებში დასამტკიცებელი 4 ფაქტი და შემდეგ დამოუკიდებლად დავამტკიცებინოთ ისინი. ხაზგასმით აღვნიშნოთ, რომ ყველა ეს ფაქტი დასამახსოვრებელი ფაქტია და არა უბრალოდ, ამოცანა.

პარაგრაფში განხილული ამოცანის დასკვნას აგრეთვე გავუსვათ ხაზი, როგორც მნიშვნელოვან ფაქტს.

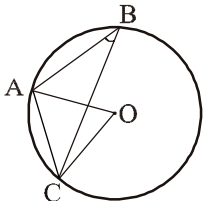
ამოხსნები, მითითებები:

1. $3x+8x+7x=360^\circ$. $18x=360^\circ$. $x=20^\circ$.

მოცემული რკალებია: 60° ; 160° ; 140° ; ე.ი. კუთხეები ტოლია 30° ; 80° ; 70° .

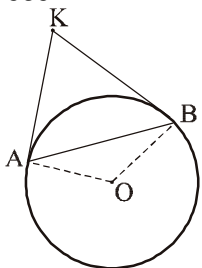
2. MK რკალი შეიძლება იყოს MN რკალის ნაწილი. ამ შემთხვევაში $\angle KMN = \frac{\widehat{KN}}{2} = \frac{38^\circ}{2} = 19^\circ$.

მეორე შემთხვევაში: $\angle KMN = \frac{\widehat{KN}}{2} = \frac{360^\circ - 106^\circ}{2} = \frac{254^\circ}{2} = 127^\circ$.



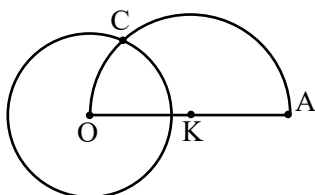
3*. $\angle ABC=30^\circ$, ე.ი. $AC=60^\circ$. შევაერთოთ A და C წერტილები O ცენტრთან. AOC ტოლგვერდაა, ე.ი. $AC=R=10$.

4*. მივცეთ შესაბამისი ნახაზი მოსწავლეებს და შევახსენოთ, რომ ანალოგიურ ამოცანებში თუ მითითებული არ არის, თვითონ არიან ვალდებული განიხილონ ყველა შესაძლო შემთხვევა: $\angle ADC=\alpha$ ან $\angle ADC=180^\circ-\alpha$.

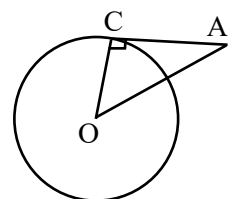


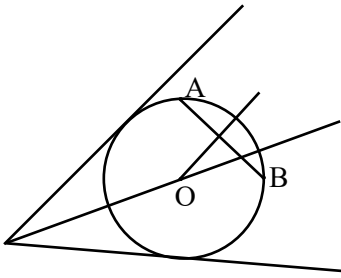
5*. $11x+7x=3600$, ე. ი. რკალებს გრადუსული ზომები 140° და 220° .
 $\angle K=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+140^\circ)=40^\circ$.

6. ორი შემთხვევაა: თუ D წერტილი აღებულია მცირე AB რკალზე, მაშინ $\angle ADB=120^\circ$, ხოლო თუ D წერტილი აღებულია ACB რკალზე, მაშინ $\angle ADB=60^\circ$.



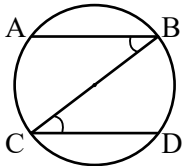
7*. შევადგინოთ საორიენტაციო ნახაზი. რადგან $\angle C=90^\circ$, ავიღოთ OA მონაკვეთის შუაწერტილი K და KA რადიუსით. შემოვხაზოთ წრეწირი. წრეწირების გადაკვეთის წერტილი იქნება საძიებელი C წერტილი.





8*. წრენირის ცენტრი იქნება კუთხის ბისექტრისის და AB მონაკვეთის შუამართობის გადაკვეთის წერტილი.

9. მოცემული კუთხის ბისექტრისას კუთხის წვეროს გარეშე.



10. $AB \parallel CD \Rightarrow LB = LC \Rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}$ რ.დ.გ.

13. $|2x-2|=8$ $2x-2=8$ ან $2x-2=-8$, ე.ი. $x=5$ ან $x=-3$. $|3x+2|=7$ $x=5$ ან $x=-\frac{19}{3}$.
ორივე ტოლობა სრულდება $x=5$ -სთვის.

14. ა) $(3\sqrt{2})\Delta 6 = (\frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{2}{3} \cdot 2) \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot 6 = \frac{32}{9}$; ბ) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \cdot 6 = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \cdot 9$, საიდანაც $x=3$.

7. მხეზითა და ქორდით შედგენილი კუთხე

რეზიუმე:

განვმარტოთ მხეზითა და ქორდით შედგენილი კუთხე და დავამტკიცოთ თეორემა მისი გრადუსული ზომის შესახებ.

შემოვიტანოთ წრენირთან დაკავშირებული სხვა კუთხეების ცნებები: კუთხე წვეროთი წრენირის შიგნით, კუთხე წვეროთი წრენირით გარეთ (კერძოდ, მხეზებით შედგენილი კუთხე, რომელიც განხილულია ამოცანაში და რომელსაც აუცილებლად უნდა გავუსვათ ხაზი, როგორც დასამახსოვრებელ ფაქტს).

ამოხსნები, მითითებები:

1. თუ AK წრენირთან გადაკვეთის წერტილს აღვნიშნავთ N ასოთი, მაშინ $\angle AND = \frac{\overline{AMD}}{2}$, ხოლო $\angle AKD > \angle AND$ ($\angle AKD$ გარე კუთხეა $\angle NKD$ სამკუთხედის).

2. $\angle ANC = \frac{\overline{AMC}}{2}$, ხოლო $\widehat{ANC} > \widehat{ABC}$.

6. α არის მხეზითა და ქორდით შედგენილი კუთხე, ხოლო ქორდა მოჭიმავს 120° -იან რკალს, ე. ი. $\alpha = 60^\circ$.

9. ა) $\angle ABC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$; ბ) 180° .

10. $3x = 180^\circ$ $x = 60^\circ$; 60° ; 120° .

13. ა) $25x + 600 = 35x$ $x = 60$ ფირმა არც იზარალებს და არც მოიგებს.
ბ) $25x + 600 + 1000 = 35x$. $x = 160$;

14*. ცხადია, თითოეული შემთხვევისათვის ორივე შესაკრებები ნულის ტოლია.

ა) $x=-3$ $y=4$; ბ) $x=-\frac{1}{2}$ $y=4$; გ) არა აქვს ამონახსნი;

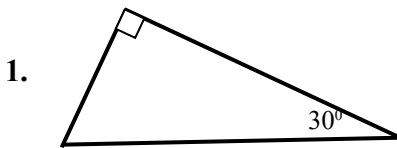
დ) $x=\pm 1$ $y=\pm 4$. ოთხი ამონახსნი.

8. მართკუთხა სამკუთხედის თვისებები

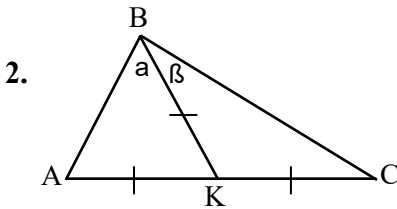
რეზიუმე:

მოსწავლეს უნდა შეეძლოს მართკუთხა სამკუთხედის თვისებების ჩამოყალიბება; მახვილი კუთხეების ჯამის შესახებ; სიმაღლის გავლების შედეგად მიღებული სამკუთხედების შესახებ და პარაგრაფში განხილული თვისებები.

ამოხსნები, მითითებები:



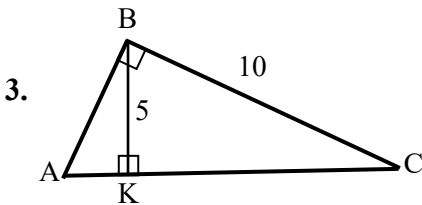
$$H = \frac{6}{2} = 3$$



$$AK=KB \Rightarrow \angle A = \angle ABK = \alpha$$

$$BK=KC \Rightarrow \angle C = \angle CBK = \beta$$

განვ. $\triangle ABC$. $\alpha + \alpha + \beta + \beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ$. რ.დ.გ.



განვ. $\triangle BKC$. $\angle K = 90^\circ$.

$$BK = \frac{BC}{2} \Rightarrow \angle C = 30^\circ$$

განვ. $\triangle ABC$. $\angle B = 90^\circ$. $\angle C = 30^\circ \Rightarrow \angle A = 60^\circ$.

4. მითითება: ააგეთ მართკუთხა სამკუთხედი კათეტიტ და ჰიპოტენუზით. ამასთან, კათეტის სიგრძე აიღეთ ჰიპოტენუზის ნახევარი.

7. ჰიპოტენუზის სიგრძეა 20სმ, მედიანის კი 10სმ.

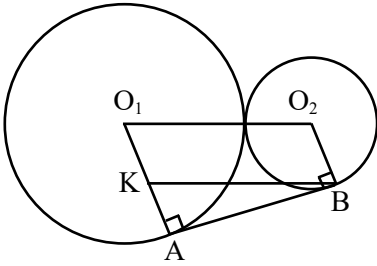
ტესტი: 1. ბ; 2. გ; 3. გ; 4. ბ; 5. ბ; 6. დ; 7. გ; 8. ა; 9. ბ; 10. ა;

11. $\overline{abc} - \overline{cba} = 100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 9 \cdot 11(a - c)$. $a - c \neq 11$, ანუ არ შეიძლება.

9. ორი წრენილის საერთო შიგა და საერთო გარე მხეპი

რეზიუმე:

გაკვეთილი ჯგუფური მეცადინეობისთვისაა მიზანშეწონილი. მივცეთ ყველა საერთო მხეპის შესაბამისი ნახაზი და ოთხივე ამოცანა მივცეთ სამუშაოდ. განსაკუთრებული ყურადღება გავუმახვილოთ დასამტკიცებელ ამოცანებზე, ვთხოვთ მოსწავლეებს რომ პასუხები დაიმასსოვრონ. პარაგრაფში დასმულ შეკითხვებზე პასუხების გაცემის დროს დააკონკრეტონ, როდის არის შესაძლებელი ესა თუ ის ფაქტი.



განვიხილოთ პარაგრაფში დასმული მე-4 ამოცანა:
 გავატაროთ $BK \parallel O_1O_2$. ABK მართკუთხა სამკუთხედში
 $BK = O_1O_2 = R+r$, $AK = O_1A - O_1K = R-r$. პითაგორას თეორემის
 თანახმად: $AB = \sqrt{(R+r)^2 - (R-r)^2} = 2\sqrt{Rr}$.

ამოხსნები, მითითებები:

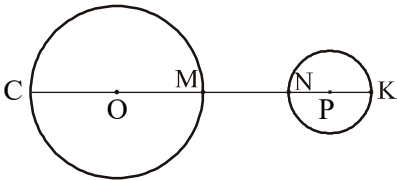
2. თუ მე-4 ამოცანაში დამტკიცებულ ფორმულას დაიმასსოვრებენ, პასუხს ადვილად იპოვიან. $AB = 2\sqrt{Rr} = 40$.

3. $27+13 < 50$, ე.ი. გარე მხეპის სიგრძე $= \sqrt{OO_1^2 - (R-r)^2} = \sqrt{50^2 - 14^2} = \sqrt{36 \cdot 64} = 48$. შიგა მხეპის სიგრძე $= \sqrt{OO_1^2 - (R+r)^2} = \sqrt{50^2 - 40^2} = \sqrt{10 \cdot 90} = 30$.

$$\begin{aligned} 4. \quad 63^2 &= 65^2 - (R-r)^2 & (R-r)^2 &= 256 & R-r &= 16 \\ 25^2 &= 65^2 - (R+r)^2 & (R+r)^2 &= 3600 & R+r &= 60 \end{aligned}$$

საიდანაც $R=38$, $r=22$.

$$\begin{aligned} 5. \quad OO_1^2 - (R+r)^2 &= \frac{4}{9}(OO_1^2 + (R-r)^2) & R &= 5; & r &= 2 \\ 9 \cdot OO_1^2 - 9 \cdot 49 &= 4 \cdot OO_1^2 + 36 \\ 5 \cdot OO_1^2 &= 405 & OO_1 &= 9 \end{aligned}$$



$$6. \quad R=11 \quad r=9.$$

$$a) \text{ საერთო შიგა მხეპი} = \sqrt{26^2 - 20^2} = \sqrt{6 \cdot 46} = 2\sqrt{69};$$

$$\text{საერთო გარე მხეპი} = \sqrt{26^2 - 2^2} = \sqrt{24 \cdot 28} = 4\sqrt{42}.$$

ბ) წრენილების, რომელთა ცენტრები OP წრფეზეა და რომლებიც ეხებიან მოცემულ წრენილებს, დიამეტრებია MN და PK ე. ი. პირველი წრენილის რადიუსი იქნება $\frac{OP - (R+r)}{2} = 3$, ხოლო მეორესი $\frac{OP + (R+r)}{2} = \frac{46}{2} = 23$.

$$7. \quad r = 2; \quad R = 2r = 4. \text{ მართკუთხედის გვერდებია } 2 \text{ და } 8. \quad S = 8\sqrt{3}$$

10. წრენიში ჩახაზული ოთხკუთხედი

რეზიუმე:

გავახსენოთ მოსწავლეებს, რომ ყველა სამკუთხედზე შემოიხაზება წრენი და სად მდებარეობს შემოხაზული წრენის ცენტრი. ნახაზებით ადვილად დარწმუნდებიან, რომ ოთხკუთხედების შემთხვევაში ასე არ არის.

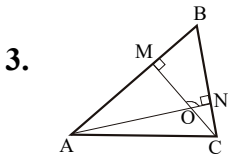
თეორემა ჩახაზული ოთხკუთხედის მოპირდაპირე კუთხეების ჯამის შესახებ დავამტკიცებინოთ შესაბამისი კითხვების დასმით, ანალოგიურად შებრუნებული თეორემაც.

დასკვნა – სად მდებარეობს შემოხაზული წრენის ცენტრი მასწავლებელმა უნდა განავრცოს არა მარტო ოთხკუთხედებისთვის, არამედ ნებისმიერი მრავალკუთხედისთვის, რომელიც წრენიში ჩაიხაზება.

ამოხსნები, მითითებები:

1. $\angle A = \angle B = \angle C = \frac{360^\circ - 102^\circ}{3} = \frac{258^\circ}{3} = 86^\circ$.

2. 40° -ის მოპირდაპირე კუთხე იქნება $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. დანარჩენი ორი კუთხე 90° -ის ტოლია.



$\angle MON = 130^\circ$.

MBNO ოთხკუთხედში $\angle M = \angle N = 90^\circ$, ე.ი. $\angle B = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$.

4. 75° -იანი კუთხის მოპირდაპირე კუთხეა $180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$, ხოლო ოთხკუთხედის მეოთხე კუთხეა $180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$.

5. ამოცანას პირობიდან ჩანს, რომ AC დიამეტრი, ე. ი. $\angle B = \angle D = 90^\circ$, ხოლო $\angle C = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

6. რადგან $\angle B = \angle D = 90^\circ$, ამ ოთხკუთხედზე შემოხაზეთ წრენი და $\angle CAB = \angle CDB = 40^\circ$, როგორც ერთ რკალზე დაყრდნობილი კუთხეები, ხოლო $\angle BDA = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ $\angle DKC = 8^\circ$.

7. რადგან $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, ე. ი. ამ ოთხკუთხედზე შემოიხაზება წრენი. იხილეთ მე-6 ამოცანა.

8. 1) თუ პარალელოგრამს აქვს მართი კუთხე, იგი მართკუთხეა.

2) ვერც ერთი ჩამოთვლილი მრავალკუთხედის ფართობს მარტო ორი გვერდით ვერ გამოვთვლით.

3) სამკუთხედი და პარალელოგრამი.

4) ეს მრავალკუთხედი არის ტრაპეცია.

5) ეს მრავალკუთხედი ტრაპეცია.

6) ეს მრავალკუთხედი არის პარალელოგრამი.

11. წრენირზე შემოსაზული ოთხკუთხედი

რეზიუმე:

გაკვეთილი წინა გაკვეთილის ანალოგიურად წარმართება. მნიშვნელოვანია დასკვნა: თუ მრავალკუთხედში ჩაიხაზა წრენირი, სად მდებარეობს ამ წრენირის ცენტრი.

ამოხსნები, მითითებები:

3. რადგან ოთხკუთხედი შემოსაზულია, ე. ი. მოპირდაპირე გვერდების ჯამი ტოლია $P=2 \cdot (6+9)=30$.

4. ოთხკუთხედის გვერდებია $2x$; $3x$; $4x$ და $3x$ ე.ი. $2 \cdot 6x=24$, $x=2$ 4; 6; 8; 6.

5*. რადგან სამი ბისექტრისა ერთ წერტილში იკვეთება, ამ ოთხკუთხედში წრენირი ჩაიხაზება. ე.ი. მეოთხე ბისექტრისაც გაივლის ამ წერტილზე (ამ წრენირების ცენტრებზე). რ.დ.გ.

6*. მითითება: აჩვენეთ, რომ წრენირი, დიამეტრით ის დიაგონალი, რომელიც მეორეს შუაზე ყოფს, გაივლის დანარჩენ ორ წვეროზეც.

7. $P=2(4+4)=16$.

8. რომბში ჩახაზული წრენირის დიამეტრი ამ რომბის სიმაღლის ტოლია. ე. ი. $r=4$ სმ.

9. სიმაღლე ტრაპეციაში და რომბში ჩახაზული წრენირის დიამეტრის ტოლია. ე. ი. $h=6$ სმ.

10. $S=pr$, ე. ი. $240=30r$. $r=8$.

11. $20\text{დმ}^2=2000\text{სმ}^2$, ე.ი. $2000=25p$ $p=80$ სმ. პერიმეტრი ტოლია 160 სმ ან 16 დმ.

12. ვიპოვოთ რადიუსი $r=\sqrt{64+225}=17$. $S=pr=100 \cdot 17=1700\text{სმ}^2$.

13. $S=pr$. ე.ი. $84=21r$, $r=4$.

14. $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$, $144 = \frac{1}{2} x \cdot 2x$, $x=12$, $d_1=12$, $d_2=24$.

15*. $d_1 + d_2 = 7$ $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 = 6 \Rightarrow d_1 d_2 = 12$

მივიღეთ სისტემა $\begin{cases} d_1 + d_2 = 7 \\ d_1 d_2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 = 3 \\ d_2 = 4 \end{cases}$

12. პროპორციული მონაკვეთები წრეში

რეზიუმე:

მხებისა და მკვეთის ცნებების გახსენების შემდეგ მოსწავლეებს ვავალებთ პარაგრაფის დასაწყისში მოცემული ამოცანის ამოხსნას, შემდეგ ვამტკიცებთ თეორემებს და ვარჩევთ პარაგრაფში განხილულ ამოცანას.

ამოხსნები, მითითებები:

1. $x^2=3 \cdot 48$, საიდანაც $x=12$.

2. $x(18-x)=18 \cdot 4$, საიდანაც $x=6$. მონაკვეთების სიგრძეებია 6 და 12.

3*. $4(2R-4)=8 \cdot 8$, საიდანაც $R=10$.

4. $x^2 = 4 \cdot 9 \Rightarrow x = 6$

5. უდიდესი მკვეთი ცენტრზე გადის $50(50-2R)=400$, $R=21$.

6. მხები — x , მხების გარე მონაკვეთი $x-8$, შიგა მონაკვეთი — $x+20$.
 $x^2=(x-8)(2x+12)$, საიდანაც $x=12$.

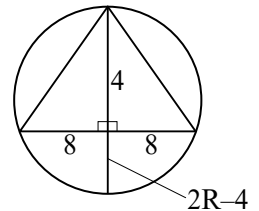
7. მხები — $2x$, მკვეთის შიგა მონაკვეთი $3x$.

$4x^2=(12-3x) \cdot 12$ $x=3$.

მხები — 6სმ.

11. $4 \cdot 6 = 3x \cdot 8x$ $x = 1$

22. $x \cdot (32 - x) = 12 \cdot 16$ საიდანაც $x = 8$; 24;



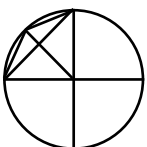
13. წესიერი მრავალკუთხედიები

რეზიუმე:

პარაგრაფში გარჩეული ორი ამოცანა საკმარისია იმისთვის, რომ მოსწავლეებმა შეასრულონ პარაგრაფში მოცემული დავალებები. სასურველია, ამ გარჩეული ამოცანების პრეზენტაციისას მასწავლებელმა სთხოვოს მოსწავლეებს ზოგადად ჩამოაყალიბონ: ა) თუ ჩახაზულია წრენიში წესიერი n -კუთხედი, როგორ ჩახაზონ $2n$ -კუთხედი. ბ) თუ ჩახაზულია წესიერი n -კუთხედი, როგორ შემოხაზონ წესიერი n -კუთხედი, წესიერი $2n$ -კუთხედი.

ამოხსნები, მითითებები:

1. წრენიში A_1, A_2, \dots, A_6 წერტილებით გაიყოფა 6 ტოლ ნაწილად. ცხადია, მრავალკუთხედი იქნება წესიერი.



4. ა) გავავლოთ ორი ურთიერთმართობული დიამეტრი, ყველა შემდეგ შემთხვევაში გავყოთ მიღებული მრავალკუთხედის გვერდი ორ ტოლ ნაწილად

და გავავლოთ ამ წერტილზე რადიუსი.

8. ა) 25%-იან სექტორს შეესაბამება სრული კუთხის მეოთხედი, ე.ი. 90° ;

ბ) $360^\circ \text{ — } 100\%$

$$45^\circ \text{ — } x \quad x = \frac{45 \cdot 100}{360} = 12,5\%.$$

$$10. \frac{10 + 20 + \dots + 100 + \dots + 180 + 190}{19} = \frac{(10 + 190) + (20 + 180) + \dots + (90 + 110) + 100}{19} = \frac{1900}{19} = 100.$$

$$11. a^3 = 2^3 = 2000 \text{ კგ.} \quad \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{a^3}{8} = 250 \text{ კგ.}$$

12. $n-5$; $n-4$; $n-3$; $n-2$; $n-1$; n – ჯამი $5n-15$.

n ; $n+1$; $n+2$; $n+3$; $n+4$; $n+5$ – ჯამი $5n+15$.

სხვაობა 30-ის ტოლია.

14. წრენილის სიგრძე, წრის ფართობი

რეზიუმე:

წინა პარაგრაფში შესრულებული პრაქტიკული სავარჯიშოები დაეხმარება მოსწავლეებს იმის აღქმაში, რომ წრენილში ჩახაზული ან წრენილზე შემოხაზული წესიერი მრავალკუთხედის გვერდების რაოდენობას რაც უფრო გავზრდით, მით უფრო ახლოს იქნება მრავალკუთხედის პერიმეტრი წრენილის სიგრძესთან.

ამოხსნები, მითითებები:

3. რადიუსის ტოლი ქორდის მიერ მოჭიმული რკალის გრადუსული ზომა 60° -ია, ე.ი. რკალის სიგრძეა $\frac{2\pi r \cdot 60}{360} = \frac{\pi r}{3}$.

$$5. 2\pi R = 64\pi. \quad R = 32.$$

$$6. \text{ ა) } \frac{\pi \cdot 4}{180} \cdot n = 2\pi, \quad n = 90^\circ. \quad \text{ ბ) } \frac{4\pi}{180} \cdot n = \frac{\pi}{2}, \quad n = 22,5^\circ.$$

$$7. \frac{\pi R}{180} n = R, \quad n = \frac{180^\circ}{\pi}.$$

$$8. \text{ შეიძლება პროპორციით } 36^\circ - 45 \\ 360^\circ - 1 \\ l = 450.$$

9. წესიერი ექვსკუთხედის გვერდი მასზე შემოხაზული წრენილის რადიუსის ტოლია, $a_6 = R$.
 $2\pi R = 6R + 7. \quad R = \frac{7}{2\pi - 6}. \quad l = \frac{7\pi}{\pi - 3}.$

$$10. \text{ ა) } 60\pi = \frac{\pi R \cdot 60}{180}, \quad R = 180, \quad \text{ქორდის სიგრძე} = R = 180;$$

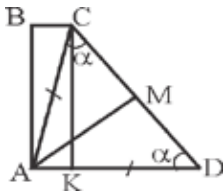
$$\text{ ბ) } 60\pi = \frac{\pi R \cdot 90}{180}, \quad R = 120, \quad \text{ქორდის სიგრძე} = R\sqrt{2} = 120\sqrt{2};$$

$$\text{ გ) } 60\pi = \frac{\pi R \cdot 120}{180}, \quad R = 90, \quad \text{ქორდის სიგრძე} = R\sqrt{3} = 90\sqrt{3}.$$

13. ა) $S = \pi R^2 - 2R^2 = R^2(\pi - 2)$; ბ) $a = R\sqrt{3}$ $S = \pi R^2 - \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \pi R^2 - \frac{3R^2\sqrt{3}}{4} = R^2 \cdot \left(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$.
 გ) $\pi R^2 - \frac{3}{2}R^2\sqrt{3} = R^2 \cdot \left(\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$.

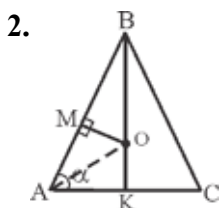
15. რამდენიმე საინტერესო ამოცანა

ამოხსნები, მითითებები:



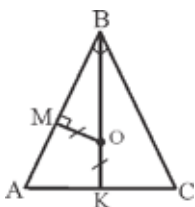
1. $AC = AD$
 $S = 18$; $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ $\triangle ACM$ -დან $\frac{AM}{AC} = \frac{4}{5}$. შემოვიღოთ აღნიშვნა $AM = 4x$, ე.ი.
 $AC = 5x$. $CM = 3x = MD$. $\triangle CKD$ -ში $\frac{CK}{CD} = \frac{4}{5}$, ე.ი. $CK = \frac{24x}{5} = AB$, $\triangle ABC$ -დან

$BC = \sqrt{(5x)^2 - \left(\frac{24x}{5}\right)^2} = \frac{7x}{5}$ $S_{ABCD} = (BC + AD) \cdot \frac{CK}{2} = \left(\frac{7x}{5} + 5x\right) \cdot \frac{24x}{10} = 18$, საიდანაც $x = \frac{5\sqrt{3}}{8}$.
 $CK = \frac{24}{5} \cdot \frac{5}{8} \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$



2. $BK - r = m = \frac{5}{\sqrt{2}} \sin \alpha = \frac{3}{5}$. მოც. თანახმად, თუ O ჩახაზული წრის ცენტრია
 $BO = m$ თუ $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ $\triangle BOM$ -დან $OM = r = m \cos \alpha = 2\sqrt{2}$; $\triangle ABK$ -ში
 $BK = m + r = \frac{9\sqrt{2}}{2}$ $AB = \frac{15\sqrt{2}}{2}$.

$AK = AB \cos \alpha = 6\sqrt{2}$ $S = \frac{1}{2} \cdot 12\sqrt{2} \cdot \frac{9\sqrt{2}}{2} = 54$.



3. $\angle ABC = \alpha$, ე.ი. $\angle ABK = \angle CBK = \frac{\alpha}{2}$. განვიხილოთ $\triangle BOM$ $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$.

$OM = OK = r$ $BM = 2r$ $BO = r\sqrt{5}$, ე.ი. $BK = r(\sqrt{5} + 1)$.

$AK = BK \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = r(\sqrt{5} + 1) \cdot \frac{1}{2} = \frac{r\sqrt{5} + 1}{2}$, ე.ი. $AC = r(\sqrt{5} + 1)$.

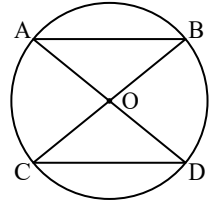
$S = \frac{1}{2} r(\sqrt{5} + 1) \cdot r(\sqrt{5} + 1) = \frac{4}{9} (3 + \sqrt{5})$.

4. ტრაპეციის სიმაღლე აღვნიშნოთ h-ით. ფუძეები კი — a და b-თი, მაშინ ფერდის სიგრძეა $\frac{a+b}{2}$. $P = 2(a+b) = 48$, ე.ი. $a+b = 24$. სიმაღლის გავლებით მიღებული მართკუთხა სამკუთხედიდან გამომინარეობს, რომ $h = \frac{a+b}{6} = 4$. $S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{24}{2} \cdot 4 = 48$.

II თავის დამატებითი სავარჯიშოები

2. ქორდის ბოლოებზე გავავლოთ რადიუსები. მიღებულ სამკუთხედში ფუძესთან მდებარე კუთხეებია 30° . საძიებელი მონაკვეთის სიგრძე რადიუსის სიგრძის ნახევრის ტოლია.

3. AB და CD პარალელური 90° -იანი რკალების მომჭიმავე ქორდებია. $\triangle AOB$ და $\triangle COD$ ტოლი, ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედებია. მანძილი AB და CD ქორდებს შორის არის ამ სამკუთხედების მედიანების ჯამი და ტოლია 12-ის.

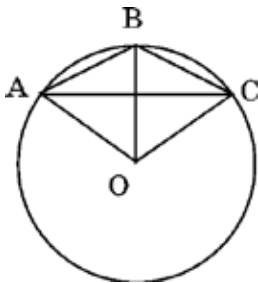


4. ცენტრებს შორის მანძილი რადიუსების ჯამის ტოლია.

5. მიღებული სამკუთხედის პერიმეტრი დიდი წრეწირის დიამეტრის ტოლია.

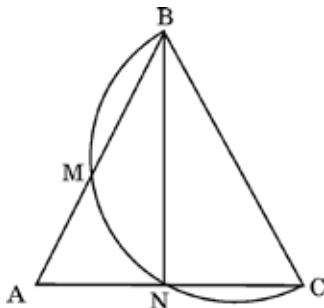
6*. AOC სამკუთხედი ტოლფერდაა (O – წრეწირის ცენტრია). გვაქვს 2 შემთხვევა — B წერტილი მცირე AC რკალზეა. ამ შემთხვევაში $\angle ABC=150^\circ$ სნ B წერტილი მის დამატებით რკალზეა, მაშინ $\angle ABC=30^\circ$.

7. $\angle ABC=30^\circ$, მაშინ $\angle AOC=60^\circ$ და $\triangle AOC$ ტოლფერდაა, $AC=5$.



10*. I გზა: $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = 60^\circ$, $\triangle ABO = \triangle BOC$ ტოლფერდებია, ე.ი. $AB=BO=2$. დიამეტრი 4 სმ-ის ტოლია.

II გზა: რადგან $\angle BAC=30^\circ$, ე.ი. $\overset{\frown}{AB} = 60^\circ$, $AB=2$ არის რადიუსის ტოლი ქორდა.



12. $\angle MBN = \frac{\overset{\frown}{MN}}{2} = 20^\circ$, $\overset{\frown}{MN} = 40^\circ$.

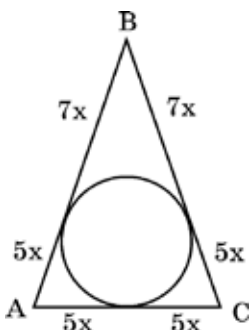
$\angle A = \angle C = \frac{\overset{\frown}{NMB}}{2} = 70^\circ$, ე.ი. $\overset{\frown}{NMB} = 140^\circ$.

მივიღეთ $\overset{\frown}{MB} = 100^\circ$; $\overset{\frown}{NC} = 40^\circ$.

13. ა) $\angle AOC = 2\overset{\frown}{B} = 100^\circ$; ბ) $\overset{\frown}{ABC} = 360^\circ - 252^\circ = 108^\circ = \angle AOC$.

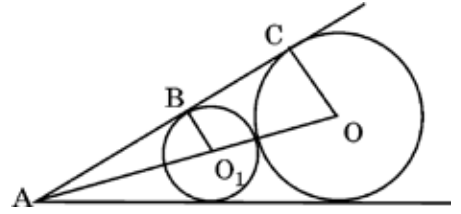
14. I შემთხვევა – ცენტრი სამკუთხედის გარეთაა. $\angle AOC = 180^\circ - 2 \cdot 20^\circ = 140^\circ$, ე.ი. $\overset{\frown}{ABC} = 140^\circ$ და $\angle ABC = \frac{360^\circ - 140^\circ}{2} = 110^\circ$, ე.ი. $\angle BAC = \angle BCA = 35^\circ$.

II შემთხვევა — O ცენტრი სამკუთხედის შიგნითაა. $\angle AOC = 140^\circ$, $\angle ABC = \frac{\angle AOC}{2} = 70^\circ$, $\angle BAC = \angle BCA = 55^\circ$.

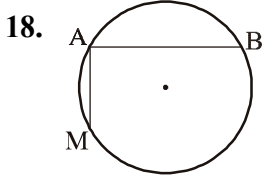


15. $\frac{AB}{AC} = \frac{12x}{10x} = \frac{6}{5}$

- 16*. $\angle CAO_1=30^\circ$, ე.ი. $AO_1=2BO_1=8$
 $AO=AO_1+OO_1=8+4+R=12+R$
 $\triangle ACO$ -ში $AO=2CO$, ე.ი. $12+R=2R$, $R=12$.

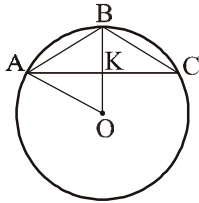


17. $(\angle BAC=74^\circ) \Rightarrow \widehat{BC}=148^\circ$. $\angle BMC=180^\circ-\widehat{BC}=32^\circ$.



- მოც. $\widehat{MB}:\widehat{AM}=5:2$
 $\angle BAM=90^\circ$, ე.ი. $\widehat{BM}=180^\circ$.
 $5x=180^\circ$ $x=36^\circ$.
 $\widehat{AM}=72^\circ$, ე.ი. $\widehat{AB}=180^\circ-72^\circ=108^\circ$.

19. ფუძე გაიყოფა 3 სმ-ის ტოლ ორ მონაკვეთად, ე.ი. ფერდის მონაკვეთებია 3 სმ და 6 სმ.

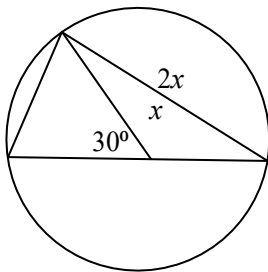


- 21*. სამკუთხედი AOB ტოლგვერდაა, ე.ი. $AB=BC=R=10$,
 $BK=0,5AB=5$.

- 23*. AB და AC ქორდებია, AD დიამეტრია, მაშინ $\triangle ABD=\triangle ACD$ (ჰიპოტენუსით და მახვილი კუთხით), ე.ი. $AB=AC$.

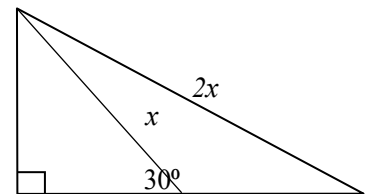
- 24*. $\triangle AOB$ და $\triangle AO_1B_1$ ტოლფერდა სამკუთხედებია. ე. ი. OO_1 წარმოადგენს AB-ს შუა მართობს.

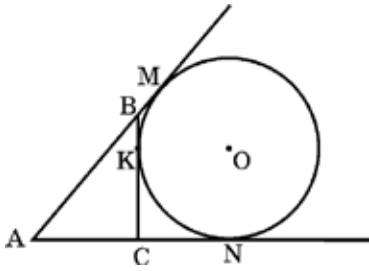
25. ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, საიდანაც $AB=CD=10$ სმ.



- 28*. სამკუთხედზე შემოხაზული წრენირის ცენტრი მისი გვერდების შუამართობების კვეთის წერტილია, საიდანაც ვასკვნიტ, რომ ცენტრი მდებარეობს თითოეულ შუამართობზე. ანალოგიური მსჯელობით მივიღებთ, რომ ჩახაზული წრენირის ცენტრი მდებარეობს თითოეულ ბისექტრისაზე, რადგან ტოლფერდა სამკუთხედში წვეროსთან მდებარე კუთხის ბისექტრისა ამავე დროს შუამართობსაც წარმოადგენს, ე.ი. ორივე ცენტრი იქნება ფუძის სიმაღლის შემცველ წრფეზე.

29. უმცირესი დახრილის სიგრძე, რაც 20 სმ-ის ტოლია, უდიდესი დახრილი 2-ჯერ მეტია, ე.ი. 40 სმ.



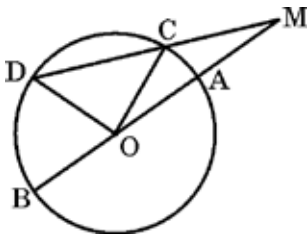
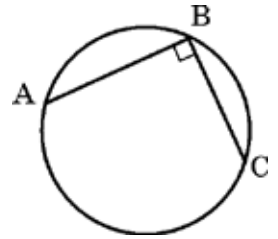


32*. $AM=AN=5$. $BM=BK$ და $CN=CK$.

$$P_{ABC}=AB+BC+AC=AB+BK+KC+AC=AB+BM+CN+AC=AM+AN=10.$$

მოსწავლეებს უნდა ვუთხრათ, რომ მიღებულ წრენიის ABC სამკუთხედისთვის ენოდება გარე ჩახაზული წრენი. წრენი-რი ეხება სამკუთხედის ერთ გვერდს (BC) და ორი გვერდის გაგრძელებას. ამასთან, მათ უნდა დაიმახსოვრონ ის ფაქტი, რომ თუ გარე ჩახაზული წრენიის მხების სიგრძე არის x ($AM=AN=x$, მაშინ $P_{\Delta ABC}=2x$. სასურვე-ლია მოსწავლეებს ვთხოვოთ დაამტკიცონ, რომ $\angle A$, $\angle BCN$ და $\angle CBM$ -ის ბისექტრისები ერთ წერტილში იკვეთება.

33*. $AB=70^\circ$. $BC \perp AB$. ე.ი. $AC=180^\circ$.
 $BC=180^\circ-70^\circ=110^\circ$.



34*. $\angle M=18^\circ$. $CM=OC$, ე.ი.
 $\angle COA=\angle M=\angle AC=18^\circ$.

$$\angle M = \frac{\overset{\frown}{BD} - \overset{\frown}{AC}}{2}, 36^\circ = \overset{\frown}{BD} - 18^\circ. \overset{\frown}{BD} = 54^\circ = \angle BOD.$$

35. $l=2\pi k$ ა) $l=4\pi$; ბ) $l=10\pi$

36. სასურველია მოსწავლეებს ახსოვდეთ ფორმულები ტოლგვერდა სამკუთხედისთვის:

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; R = \frac{2}{3}h; r = \frac{1}{3}h$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 25\sqrt{3} \Rightarrow a = 10 \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

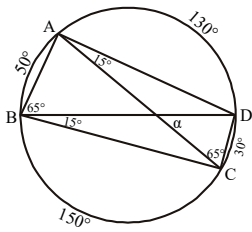
$$R = \frac{2}{3} \cdot 5\sqrt{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \quad l = 2\pi R = \frac{20\sqrt{3}}{3}\pi$$

37. $S = a^2 = 18 \Rightarrow a = 3\sqrt{2}$ კვადრატის დიაგონალის სიგრძე იქნება 6 ე.ი. $R = 3$ $S_{\text{წრ}} = \pi R^2 = 9\pi$.

$$38. r = \frac{a}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \quad S = \pi r^2 = \frac{25 \cdot 2\pi}{4} = 12,5\pi$$

39. გამოვიყენოთ ფორმულა, რომ მხებებით შედგენილი კუთხე გამოითვლება $180^\circ - \alpha$, სადა α შესაბამისი რკალის გრადუსული ზომაა. მივიღებთ $37^\circ = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \alpha = 143^\circ$ რკალის ზომებია 143° , 143° , 37° , 37° .

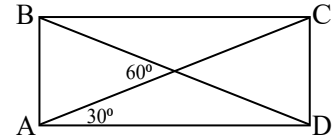
40. რომბის სიმაღლე 4 სმ-ია (300-იანი კუთხის მოპირდაპირე კათეტი). ამ და ანალოგიურ ამოცანებში ხაზი უნდა გაესვას, რომ პარალელურ წრფეებს შორის ჩახაზული წრენიის რა-დიუსის სიგრძე ამ პარალელურ წრფეებს შორის მანძილის ნახევრის ტოლია. $r = 2$



43*. $AD=130^\circ$, $CD=30^\circ$. რადგან BD დიამეტრია, ამიტომ მცირე რკალი $AB=180^\circ-130^\circ=50^\circ$ და $BC=150^\circ$.

$$\alpha = \frac{50^\circ + 30^\circ}{2} = 40^\circ. \text{ (}\alpha \text{ არის კუთხე, რომლის წვერო წრენირის შიგნი-თაა, } \Delta ABO \text{ ტოლგვერდაა, } AB=OB=OA=1=R\text{)}$$

44. რადგან დიაგონალებს შორის კუთხე 60° -ია, საიდანაც $R=1\text{მ}$.



46*. $ABCD$ ტრაპეციაში $AB+CD=BC+AD=\frac{P_{ABCD}}{2}=6$, ე.ი. $\frac{BC+AD}{2}=3$.

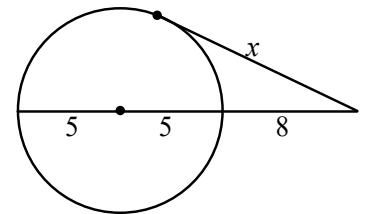
47. რადგან შუამონაკვეთია 1 მ. ე.ი. ფუძეების ჯამია 2 მ. მაშასადამე, ფერდების ჯამიც 2 მ-ია, ე.ი. ფერდის სიგრძეა 1 მ. სიმაღლე $0,5$ მ. რადიუსი კი სიმაღლის ნახევარია და ტოლია $0,25$ მ.

48. $r = 9$, ე.ი. $ABCD$ ტრაპეციის ($BC \parallel AD$; $AB \perp AD$). $AB=2r=18$. თუ C წვეროდან AD -ზე დავუშვებთ CK მართობს; CKD მართკუთხა სამკუთხედში ($\angle D=30^\circ$) $CD=2CK=36$.

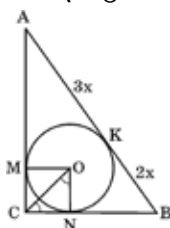
$$\frac{BC+AD}{2} = \frac{AB+CD}{2} = \frac{18+36}{2} = 27.$$

49*. მოც.: $ABCD$ ტრაპეცია. $AB=2r=12$, რადგან ტრაპეცია შემოხაზულია $AB+CD=BC+AD=36$. ე.ი. $CD=24$. თუ დავუშვებთ $CK \perp AD$ მივიღებთ მართკუთხა სამკუთხედს, სადაც CK კათეტი CD ჰიპოტენუზაზე ორჯერ ნაკლებია, ე.ი. $\angle D=30^\circ$.

50. $x^2 = 8 \cdot 18 \quad x = 12$



51. დიაგონალის სიგრძეა 13 . $R=6,5$.



52*. $r=ON=OM=2$

$AC=3x+2$; $BC=2x+2$.

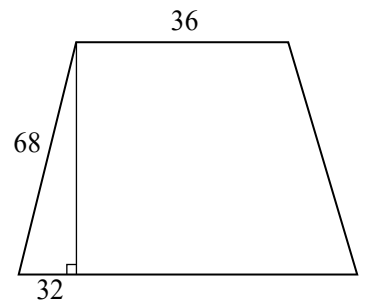
ვწერთ პითაგორას თეორემას:

$$(3x+2)^2 + (2x+2)^2 = (5x)^2.$$

საიდანაც მივიღებთ, რომ $x=2$; $AC=8$; $BC=6$; $AB=10$.

53*. კათეტებია $20x$ და $21x$, ჰიპოტენუზის სიგრძეს ვიღებთ $29x$. შემოხაზული წრენირის რადიუსია $R = \frac{29x}{2}$, ხოლო ჩახაზულია $\frac{20x + 21x - 29x}{2} = 6x$, $R - r = 17$. ე.ი. $x=2$.

54. ტოლფერდა ტრაპეციის ფუძეები 36 სმ და 100 სმ, ე.ი. ფუძეების ნახევარსხვაობა 32 სმ-ია. ფერდი კი $\frac{100 + 36}{2} = 68$ სმ. სიმაღლეს ვიღებთ 60 სმ, ე.ი. $R=30$ ს.



55. $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a^1}{b^1} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$

$a=3x \quad b=4x \quad c=5x=25 \Rightarrow x=5$

$$r = \frac{3x + 4x - 5x}{2} = x = 5$$

56. $3x \cdot 8x = 12 \cdot 18 \Rightarrow x = 3$ ქორდის სიგრძეა $3x+8x=11x=33$.

57. ამ წერტილის დიამეტრის ბოლოებთან შეერთებით მიიღება მართკუთხა სამკუთხედი:
 $h^2=3 \cdot 12 \Rightarrow h=6$.

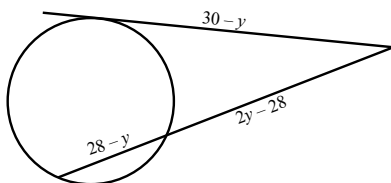
58. მხების სიგრძე აღვნიშნოთ x -ით. $x^2=2x(x-5) \Rightarrow x=10$.

59. მხები აღვნიშნოთ x -ით, ამოცანის პირობიდან გარე მონაკვეთი იქნება $\frac{a-x}{2}$,

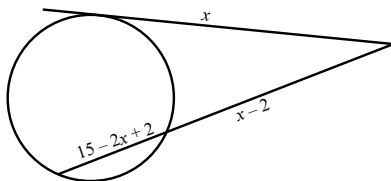
ე.ი. $x^2 = \frac{a-x}{2}a$.

$2x^2+ax-a^2=0 \quad x^2+2 \cdot \frac{a}{4}x + \frac{a^2}{16} - \frac{9a^2}{16}=0 \quad \left(x + \frac{9}{4}\right)^2 = \frac{9a^2}{16}$, საიდანაც $x=\frac{a}{2}$.

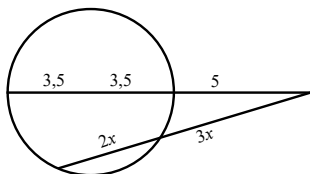
60. მხები - x . მკვეთის შიგა და გარე მონაკვეთები შესაბამისად იქნება $x-2$ და $x-4$. მივიღეთ:
 $x^2=(x-4)(2x-6)$, საიდანაც $x=12$.



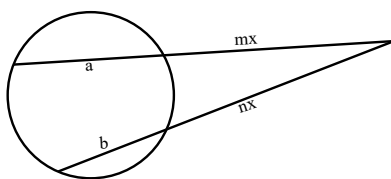
61. მკვეთის სიგრძე აღვნიშნოთ y -ით. მივიღეთ $(30-y)^2=(2y-28)y$, საიდანაც მივიღებთ $y^2+32y-30^2=0$, $y=18$, მხების სიგრძე იქნება 12. ნახაზია ასაგები 30-y 28-y 2y-28



62. $x^2 = (x-2)(15-x)$
 $2x^2 - 17x + 30 = 0$
 $x = \begin{cases} 5 \\ 2 \end{cases}$;
 6 ;

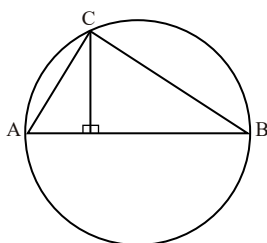
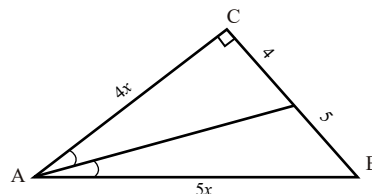


63. $3x \cdot 5x = 5 \cdot 12$, საიდანაც $x=2$, მკვეთის სიგრძეა $5x=10$.



64. $mx(a+mx)=nx(b+nx)$.
 $x = \frac{am - bn}{n^2 - m^2}$.

65. $CB = 3x = 9 \Rightarrow x=3$
 $S = 6 \cdot 9 = 54$

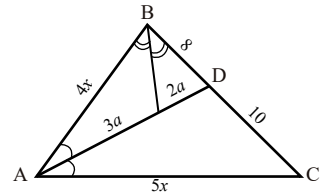


66. ΔABC მართკუთხაა, ე.ი. $h^2 = 2\sqrt{5} \cdot 8\sqrt{5} = 80$.

$$67. \frac{AB}{AC} = \frac{8}{10} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{4x}{5x}$$

$$\triangle ABD \Rightarrow \frac{4x}{8} = \frac{3}{2} \Rightarrow x = 3$$

$$AB=12; AC=15; BC=18.$$



68. $AO=OB=OC=OD=R$ $\angle AOD=\angle BOC$ (ვერტ.) ე.ი. $\triangle AOD = \triangle BOC \Rightarrow AD=BC$.

69. $\triangle BCO$ ტოლგვერდაა. $\angle B=\angle C \equiv \alpha \Rightarrow \angle 2=2\alpha$ (როგორც გარე კუთხე).

70. O წერტილი შევავერთოთ C, D, A, B წერტილებთან. $\triangle OCD = \triangle AOB \Rightarrow OK=OP$

71. $OD=OC=r$ $OA=OB=R$ $\angle AOD=\angle COB$ (ვერტ.) $\Rightarrow \triangle AOD = \triangle COB \Rightarrow AD=BC$.

72. $\angle AOB=\angle BOC \Rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} \Rightarrow AB=BC$.

73. განვ. $\triangle BOA$ და $\triangle COF$.

$$BE=CF; OE=OF=OC=OB=k \Rightarrow \triangle BOA = \triangle COF \Rightarrow CD=BA.$$

74. $\triangle OAC$ -ში OB მედიანაა და სიმაღლე, ე.ი. $\triangle AOC$ ტოლფერდაა $\Rightarrow AO=OC$.

75. O წერტილი შევავერთოთ B და C წერტილებთან. $OB \perp AB$ და $OC \perp AC$:

$$\triangle AOB = \triangle AOC \Rightarrow AB=AC.$$

76. D წერტილი შევავერთოთ A და C წერტილებთან. $\triangle ADB = \triangle BDC \Rightarrow AD=DC$.

შეამოწმე შენი ცოდნა:

1. ბ; 2. გ; 3. გ; 4. ბ; 5. დ; 6. გ; 7. დ; 8. ბ; 9. ა; 10. ბ; 11. ა; 12. ა; 13. ბ; 14. ბ; 15. გ.

III თავი

თემატური მატრიცა

თავი 3 - გეომეტრიული გარდაქმნები. ფუნქცია. ფუნქციის თვისებები - თემატური მატრიცა

<p>მიმართულება -გეომეტრია კლასი - მე-9 საათების სავარაუდო რაოდენობა - 8-10 სთ</p>			
<p>სამიზნე ცნებები/საკითხები: ანალიზური გეომეტრია, გარდაქმნები</p>			
<p>მაკროცნება: მოდელირება, ფორმა, კავშირი.</p>			
<p>სამიზნე ცნებები და მათთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები</p>	<p>საკითხი/ქვესაკითხები</p> <p>გარდაქმნები (ფუნქცია გამყოფა)</p> <ul style="list-style-type: none"> • ღერძული სიმეტრია • ცენტრული სიმეტრია • პარალელური გადატანა • ფუნქციათა თვისებები • წრფივი ფუნქცია 	<p>საკვანძო შეკითხვა / ზოგადი შეკითხვები</p> <ul style="list-style-type: none"> • შევიძლია თუ არა აღვწერთ ფიგურის გადაადგილება სიმეტრეზე გეომეტრიული გარდაქმნების გამოყენებით? 	<p>კომპლექსური დავალების პირობა / შეფასების კრიტერიუმები</p>
	<p>სამიზნე ცნება: ანალიზური გეომეტრია გარდაქმნები</p> <p>სტანდარტი შედეგები: მათ.საბ.2. 3.6.7.9.</p>	<p>ეტაპი I – კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა</p> <p>საკვანძო შეკითხვა: რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი? რა შემოქმედებითი პროდუქტის საშუალებით უნდა დავადასტურო, რა ვისწავლე ამ საკითხთან დაკავშირებით?</p> <p>მუშაობ ტურისტულ კომპანიაში, რომლის ერთ-ერთი მარშრუტი ეროვნული პარკის დათვალიერებას ითვალისწინებს. ეროვნული</p>	<p>კომპლექსური დავალება: თქვენი დავალება:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. დაადგინეთ, რომელია უმოკლესი მანძილი კაფეტერიიდან A და B პლატფორმამდე. 2. გაითვალისწინეთ,

<p>მკვიდრი წარმოდგენები:</p> <p>1. სიბრტყეს ან სივრცეში გეომეტრიულ ობიექტებს სხვადასხვა ურთიერთმდებარეობა გააჩნიათ; ანალიზური გეომეტრია გვეხმარება ადგილმდებარეობის განსასაზღვრავად. ასევე გეომეტრიულ ობიექტებსა და ელემენტებს შორის კავშირის აღსაწერად.</p> <p>2. გარდაქმნებისა და სიმეტრიის შესწავლა გვეხმარება ფიზიკური ცვლილებების გააზრებაში.</p>	<p>პარკის ადმინისტრაციას იმ ადგილზე, სადაც ორი მდინარე განსაკუთრებულად ლამაზ ლანდშაფტს ქმნის, ტურისტებისთვის მოწყობილი აქვს გადასახედი პლატფორმები (A, B, C) და კაფეტერია (K). გადასახედი პლატფორმებზე მისასვლელად მდინარეების კალაპოტების თავზე გადაჭიმულია დაკიდებული ხიდები, რომლებზეც მდინარეების ნაპირების მართობულია, ხოლო კაფეტერია მდებარეობს პირველი მდინარის ნაპირზე. ტურისტული კომპანიის მარშრუტი შემდგენაირადაა გათვალისწინებული: ტურისტული ჯგუფი ჯერ A პლატფორმას ეწვევა, შემდეგ კაფეტერიაში (K) დაისვენებს, ესტუმრება B და ბოლოს, C პლატფორმას. ნახაზის დახმარებით დაგეგმე ტურისტების გასავლელი მარშრუტი ისე, რომ უმოკლესი იყოს და ეროვნული პარკის გარემოს ზიანი არ მიადგეს.</p> <p>აქ ნახაზია ჩასასმელი, რომელიც უნდა ჩასწორდეს ავტორის შენიშვნის მიხედვით</p> <p>ეტაპი II. მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დაგალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით;</p> <p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება ფიგურის გარდაქმნა? • რას ეწოდება გადაადგილება? • როგორ გარდაქმნას ეწოდება ღერძული სიმეტრია? • როგორ გარდაქმნას ეწოდება ცენტრული სიმეტრია? • როგორ გარდაქმნას 	<p>ტურისტმა პლატფორმებამდე მისასვლელად ორივე ხიდი უნდა გადაიაროს. ამის შემდეგ იპოვეთ უმოკლესი მარშრუტი B-დან C პლატფორმამდე.</p> <p>ნამუშევრის წარდგენისას ისაუბრეთ:</p> <p>1. როგორ დაადგინეთ უმოკლესი მანძილი კაფეტერიიდან პლატფორმებამდე? გამოიყენეთ თუ არა რომელიმე გეომეტრიული გარდაქმნა?</p> <p>2. როგორ დაადგინეთ რომელია უმოკლესი ტურისტული მარშრუტი ყველა პლატფორმის მონახულებისა და კაფეტერიაში შესვლების გათვალისწინებით? გამოიყენეთ თუ არა რომელიმე გეომეტრიული გარდაქმნა?</p>
---	--	---

	<p>ეჭოდება პარალელური გადატანა?</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ განსხვავდება გადაადგილება და არეკვლა? რამდენი სხვადასხვა ტიპის გარდაქმნა გახსენდებათ? რა განსხვავებაა ღერძულ და ცენტრულ სიმეტრიებს შორის. ფიგურის რა თვისება/თვისებები შენარჩუნდება ღერძული, ცენტრული სიმეტრიისას? პარალელური გადატანისას? 	<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<p>მაკროცნება და მასთან დაკავშირებული კრიტერიუმი: მოდელირება; ფორმა; კავშირი; როგორ დაგეხმარათ გეომეტრიული გარდაქმნები იდეებისა და ფორმების ერთმანეთთან დაკავშირებასა და მოდელირებაში?</p> <p>შეფასების კრიტერიუმები მოსწავლეს შეუძლია:</p> <ul style="list-style-type: none"> სიბრტყეზე და სივრცეში ორიენტირება და გეომეტრიული ობიექტის ადგილმდებარეობის განსაზღვრა გეომეტრიული ობიექტების გარდაქმნებით მიღებული ფიზიკური
	<p>ეტაპი III – კომპლექსურ დავალებზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა</p> <p><i>ქვემოთ შემოთავაზებულია აქტივობები, რომლებიც მოსწავლეს საკითხის უკეთ აღქმასა და გააზრებაში დაეხმარება.</i></p>		

	<p>ქვესაკითხი 1.2.3</p> <ul style="list-style-type: none"> • ღერძული სიმეტრია • ცენტრული სიმეტრია • პარალელური გადატანა <p><i>მინიშნება: ფუნქცია გამოყენებულია გარდაქმნის გასაზრებლად და სანიშნოდ. პარალელურად ხდება წინა მასალის გამეორება კვადრატული ფუნქციის შესასწავლად.</i></p>	<p>ცვლილებების გაზრება</p>
<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რა არის გარდაქმნა? • დასახელებული თქვენთვის ცნობილი გარდაქმნის სახეები. • როგორ გარდაქმნას ვუწოდებთ მოძრაობას? • ჩამოაყალიბეთ ცენტრული და ღერძული სიმეტრიის თვისებები. • რა ფორმულით იცვლება წერტილის კოორდინატები პარალელური გადატანისას? • რამდენი სიმეტრიის ღერძი აქვს წესიერ n-კუთხედს? • იცვლება თუ არა ფიგურის ორიენტაცია პარალელური გადატანისას? 	

	<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ ფიგურას/გრაფიკს ეწოდება სიმეტრიული ლერძის მიმართ? • რას ნიშნავს ორი წერტილი სიმეტრიულია y ლერძის მიმართ? x ლერძის მიმართ? ცენტრის მიმართ? • როგორ არის შესაძლებელი წერტილის სიმეტრიული წერტილის პოვნა x (ან y) ლერძის მიმართ? • რას ნიშნავს გრაფიკის პარალელური გადატანა? როგორ ხდება პარალელური გადატანა? აღწერეთ პროცესი. 	
<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროგნოზირებელი კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ ფიქრობთ, თუ განვიხილავთ რაიმე ფიგურის x ან y-ღერძის მიმართ სიმეტრიას, შემდეგ კი მიღებული ფიგურის პარალელურ გადატანას, მაშინ იარსებებს თუ არა ისეთი ღერძი, რომლის მიმართაც მოცემული და მიღებული ფიგურები იქნებიან სიმეტრიულიები? 	<ul style="list-style-type: none"> • სიმეტრია ან სიმეტრია გეომეტრიულ ობიექტებს სხვადასხვა ურთიერთმდებარეობა გააჩნიათ; ანალიზური გეომეტრია გვეხმარება 	
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>			

		<p>ადგილმდებარეობის განსასაზღვრავად. ასევე ბეომეტრიული ობიექტებსა და ელემენტებს შორის კავშირის აღსაწერად.</p> <ul style="list-style-type: none"> • გარდაქმნებისა და სიმეტრიის შესწავლა ბეომეტრიაში ფიზიკური ცვლილების გააზრებაში. 	
<p>ქვესაკითხი 4.5: წრფივი ფუნქცია და გარდაქმნები</p>			
	<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულება? • რას ეწოდება ფუნქცია? • არის თუ არა შესაძლებელი გარდაქმნით ახალი ფუნქციის მიღება? პასუხი ახსენით. 	
	<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p> <p>როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რომელი ფუნქცია იცით? • შესაძლებელია თუ არა ცხრილით მოცემული ინფორმაციით დადგინდეს, ფუნქცია წრფივია თუ არა? როგორ? • შესაძლებელია თუ არა წრფის გრაფიკის მეშვეობით, წრფივი ფუნქციის 	

		<p>ფორმულის დაწერა? რა ინფორმაციაა საჭირო?</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ მიიღება $y = kx + b$ $y = kx - b$? აღწერეთ, რა ემართება გრაფიკს k კოეფიციენტის ცვლილებისას, $b -$ ს ცვლილებისას. ააგეთ $y = x$; $y = 2x$; $y = 4x$ გრაფიკები და იმსჯელოთ; ააგეთ $y = -x$; $y = -2x$; $y = -4x$ გრაფიკები და იმსჯელოთ; ააგეთ $y = 2x$; $y = 2x + 4$; $y = 2x - 3$ გრაფიკები და იმსჯელოთ. როგორი გარდაქმნაა? როგორ ფიქრობთ, შესაძლებელია თუ არა, რომ $y = kx$ წრფის ორი სხვადასხვა ფორმულით მოცემული პარალელური გადატანის შედეგად მივიღოთ ერთი და იგივე $y = kx + b$ წრფე? 	
<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროვოცირებელი კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> სიბრტყესა ან სივრცეში გეომეტრიულ ობიექტებს სხვადასხვა ურთიერთმდებარეობა გააჩნიათ; ანალიზური გეომეტრია გვეხმარება აღვიღებდებარეობის განსასაზღვრავად. ასევე გეომეტრიული 	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	

	<p>ობიექტებსა და ელემენტებს შორის კავშირის აღსაწერად.</p> <ul style="list-style-type: none"> გარდაქმნებისა და სიმეტრიის შესწავლა გვეხმარება ფიზიკური ცვლილებების გააზრებაში. <p>ეტაპი IV - თუ მოსწავლემ ვერ დასძლია პროგრამა, განმავითარებელი შეფასების მიცემის შემდეგ სასურველია, შესრულოს დავალება თავიდან (მინიშნება: შემდეგი კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა);</p> <p>კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის დროს მოსწავლეებისთვის მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები:</p> <p>სასურველია კითხვები დაისვას ისე, რომ მოსწავლემ გაიაზროს, რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა (გთავაზობთ, კითხვები დასვათ პოლიას მეთოდით).</p>	
--	--	--

	<p>1. პრობლემის/საკითხის გაგება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რაში მდგომარეობდა სამუშაო, რა იყო გასაკეთებელი? ჩამოაყალიბეთ თქვენი სიტყვებით. • შეგისრულეობიათ თუ არა მსგავსი დავალება? <p>2. გეგმის შექმნა</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ დაგეგმეთ სამუშაო? • რა სტრატეგიები დასახეთ დავალების შესასრულებლად? • როგორ წარმართეთ სამუშაო პროცესი? <p>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • რა სამუშაოები შეასრულეთ? • რის ცოდნა დაგეხმარათ გამოთვლების წარმოებაში? • რთული იყო თუ არა თქვენთვის მუშაობა? • გაქვთ თუ არა დეტალურად წარმოდგენილი პროცესის აღწერა და დასკვნა? <p>4. შეფასება</p> <ul style="list-style-type: none"> • ჩატარებული გამოთვლების გარდა, შეძლებოდა თუ არა კითხვებზე პასუხის გაცემა სხვა გზით? • სად გამოგადგებათ მიღებული ცოდნა? 	
--	---	--

III ტაჭი

გეომეტრიული გარდაქმნები. ფუნქცია. ფუნქციის თვისებები

1. ღერძული სიმეტრია

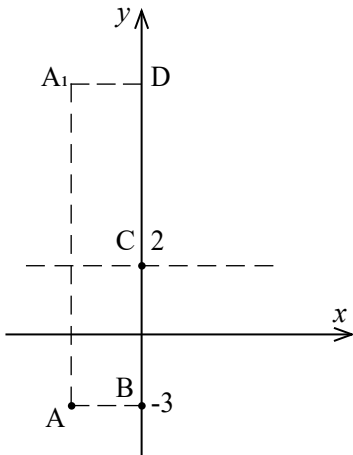
რეზიუმე:

მოსწავლეებს მოვთხოვთ, ააგონ მოცემული წერტილის სიმეტრიული წერტილები x და y ღერძების მიმართ. შემდეგ კითხვა-პასუხის რეჟიმში ჩამოვაყალიბოთ, თუ როგორ მიიღება მოცემული წერტილის კოორდინატების მიხედვით x და y ღერძების მიმართ ამ წერტილის კოორდინატები.

ამოხსნები, მითითებები:

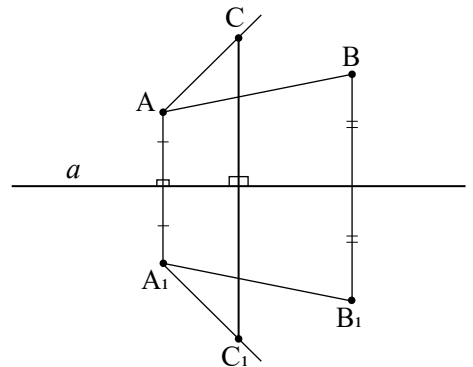
1. ა) $A(-3; 2)$ x ღერძის მიმართ სიმეტრიული A_1 წერტილია $A_1(-3; -2)$, y ღერძის მიმართ კი $A_2(3; 2)$ წერტილი.

2. ა) $A(x; -2)$ და $B(-4; y)$ სიმეტრიულია x ღერძის მიმართ, ე.ი. $x=-4$ და $y-(-2)=2$.
თუ A და B წერტილები სიმეტრიულია y ღერძის მიმართ, მაშინ $y=-2$ და $x=4$.



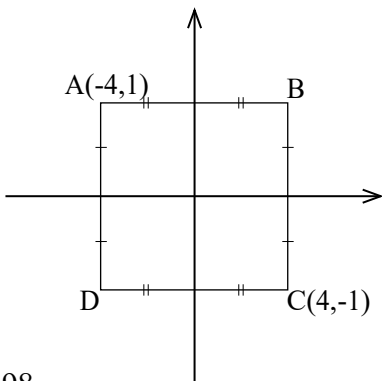
4*. ა) $BC=CD$. მივიღეთ $D(0; 7)$. $y=2$ წრფის მიმართ $A(-2; 3)$ წერტილის სიმეტრიული A_1 წერტილის კოორდინატები იქნება $A(-2; 7)$ წერტილი.

გ) $x=1$ წრფის მიმართ $A(-2; 3)$ წერტილის სიმეტრიული A_1 წერტილისთვის მივიღებთ, რომ $AM=A_1M$; $A(4; -3)$.



6. ავიღოთ A კუთხის გვერდებზე C და B წერტილები. a წრფის მიმართ ავაგოთ AC და AB -ს სიმეტრიული A_1C_1 და A_1B_1 წერტილები.

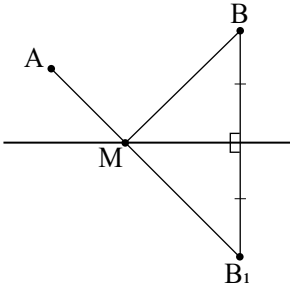
ცხადია, ACC_1A_1 და ABB_1A_1 ტოლფერდა ტრაპეციებია, საიდანაც ვწერთ, რომ $\angle CAA_1 = \angle C_1A_1A = \alpha$ და $\angle BAA_1 = \angle B_1A_1A = \beta$ რ.დ.გ.



8. A წერტილი სიმეტრიულია C წერტილისა y ღერძის მიმართ, $A(-2; 1)$.

D წერტილი სიმეტრიულია B წერტილისა x ღერძის მიმართ, $D(0; -2)$.

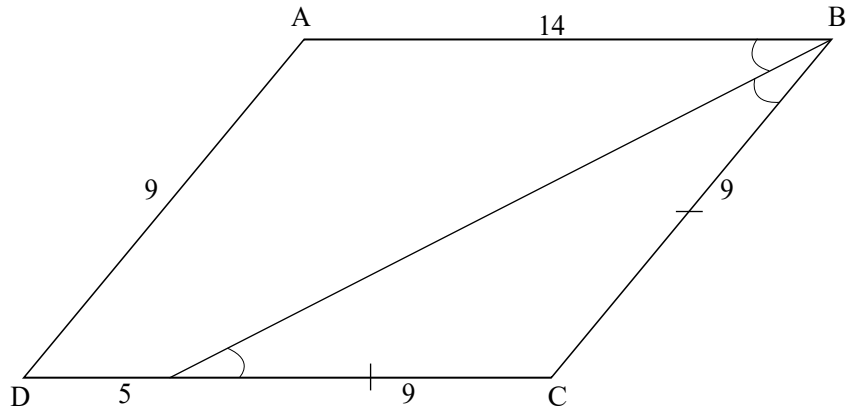
10. $B(4; 1)$; $D(-4; -1)$.



11. ავაგოთ B წერტილის სიმეტრიული B_1 წერტილი a წრფის მიმართ. ცხადია, $\triangle MBM_1$ ტოლფერდაა, ე.ი. $MB=MB_1$, ე.ი. AMB ტეხილის სიგრძე ტოლია AMB_1 ტეხილის სიგრძის. ეს უკანასკნელი კი უმცირესია. მაშინ, როცა M წერტილი წარმოადგენს AB_1 მონაკვეთის a წრფესთან კვეთის წერტილს.

13. $OO_1 \perp AB$. მათი კვეთის წერტილი იყოს D. ვიცით, რომ $AD=DB$, ე.ი. OO_1 წრფის მიმართ.

14. 5 სმ და 9 სმ სიგრძის მონაკვეთებად.



15. მიღებული ოთხივე არათანამკვეთი სამკუთხედი ტოლია, ე.ი. დიდი სამკუთხედის პერიმეტრი იქნება 40 სმ.

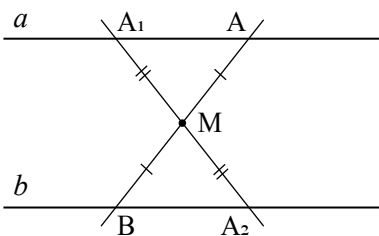
2. ცენტრული სიმეტრია

რეზიუმე:

მოსწავლეებთან ერთად, კითხვა-პასუხის რეჟიმში დავადგინოთ, რომ ცენტრული სიმეტრიისას, კოორდინატთა სათავის მიმართ, ორივე კოორდინატი იცვლება მოპირდაპირე რიცხვებით, მაშასადამე, ცენტრული სიმეტრია შეგვიძლია შევცვალოთ ორი მომდევნო სიმეტრიით: ჯერ x და მერე y , ან ჯერ y და მერე x ღერძების მიმართ.

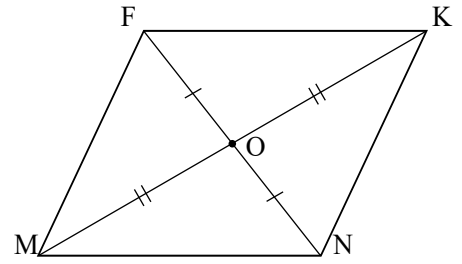
ამოხსნები, მითითებები:

1. ა) $A(7; 4)$ -ის სიმეტრიული წერტილი კოორდინატთა სათავის მიმართ იქნება $A_1(-7; -4)$.



5. a და b წრფეებზე ავიღოთ ნებისმიერი A და B წერტილები. AB მონაკვეთის M შუანწერტილზე გამავალი ნებისმიერი წრფისათვის $A_1M=MA_2$ ე.ი. a და b წრფეები სიმეტრიულია M წერტილის მიმართ.

7. პირობიდან გამომდინარეობს, რომ $FO=ON$ და $KO=OM$, ე.ი. ABCD პარალელოგრამია, რ.დ.გ.



11. იხილეთ ამოცანა 7.

15. კოორდინატთა სათავეს მიმართ სიმეტრია იცვლება ორი მომდევნო ღერძული სიმეტრიით x და y ღერძების მიმართ. შეგიძლიათ დაასაბუთოთ კოორდინატები $A(a; b) \xrightarrow{x\text{-ღმ.}} A_1(a; -b) \xrightarrow{y\text{-ღმ.}} (-a; -b)$.

3. პარალელური გადატანა

რეზიუმე:

ფიგურის პარალელებით გადატანისას ყველა წერტილის x კოორდინატა იცვლება ერთი და იმავე a რიცხვით, y კოორდინატაც იცვლება ერთი და იმავე b რიცხვით.

ამოხსნები, მითითებები:

1. $A(3; 0) \rightarrow A_1(5; 7)$ ე.ი. x კოორდინატა გაიზარდა 2 ერთეულით, y კოორდინატა კი 7 ერთეულით.

$$\begin{cases} x \rightarrow x + 2 \\ y \rightarrow y + 7 \end{cases}$$

2. ა) $A(-1; 2) \rightarrow A_1(2; 3)$ ე.ი. პარალელური გადატანა

$$\begin{cases} x \rightarrow x + 3 \\ y \rightarrow y + 1 \end{cases} \quad B(-4; -5) \rightarrow B_1(-1; -4).$$

5. მოცემულია $\begin{cases} x \rightarrow x + 1 \\ y \rightarrow y + 3 \end{cases}$ პარალელური გადატანა.

უნდა ვიპოვოთ $y=3x-2$ -ის ნებისმიერი 2 წერტილის ამ პარალელური გადატანით მიღებულ წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლება.

$y=3x-2$ -ის წერტილებია $(0; -2); (1; 1)$
 $(0; -2) \rightarrow (1; 1)$, ხოლო $(1; 1) \rightarrow (2; 4)$.

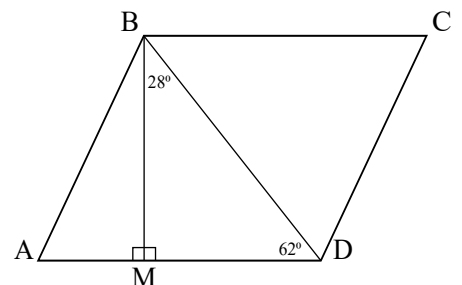
ვეძებთ $y=kx+b$ წრფეს, რომელიც გადის $(1; 1)$ და $(2; 4)$ წერტილებზე.

6. ა) $2x-3y=4$ წრფე გადადის $y=kx+b$ წრფეში, რომელზეც მდებარეობს $A(1; 5)$ წერტილი. ე.ი. მიღებული წრფის განტოლებაა $y=kx+5-k$

პარალელური გადატანა იქნება $\begin{cases} x \rightarrow x + m \\ y \rightarrow y + n \end{cases}$

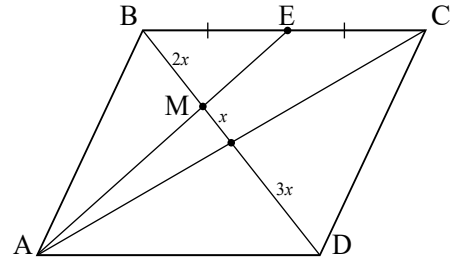
$2x-3y=4$ წრფეს გადაიყვანს $y=kx+5-k$ წრფეში. ავიღოთ პირველ წრფეზე მდებარე წერტილები და შევადგინოთ სისტემა და ვიპოვოთ k .

16. $\angle BDM=90^\circ-28^\circ=62^\circ \Rightarrow \angle ADC=124^\circ$ რომბის კუთხეებია 56° და 124° .



17. $\triangle ABC$ -ში M მედიანების კვეთის წერტილია, ე.ი. $BM:MD=1:2$.

ტესტი: 1. დ; 2. ა; 3. დ; 4. გ; 5. ა; 6. დ; 7. ა; 8. ა; 9. ბ.



4. ფუნქცია, ფუნქციათა თვისებები

რეზიუმე:

ვიხსენებთ ფუნქციის ცნებას, ჩანერის ფორმებს, ფუნქციის განსაზღვრის არესა და მნიშვნელობათა სიმრავლეს, ფუნქციის გრაფიკს.

ამოხსნები, მითითებები:

8. $y=8x+12(15-x)$.

16. ფუნქცია იღებს 11 მთელ მნიშვნელობას. ესენია: $\pm 5; \pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0$.

17. $V=x(x+2)(2x+2)$.

18. $D=(0; \sqrt{\frac{2h}{9}}]$.

19. ა) \mathbb{R} ; ბ) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$; გ) \mathbb{R} ; დ) $[\frac{3}{2}; \infty)$; ე) $\mathbb{R} \setminus \{\pm \frac{3}{2}\}$; ვ) $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

21. $f=S(h)=\frac{h}{2}(m^2)$.

2. ლუნი და კენტი ფუნქციები

2. ლუნია „ა“ და კენტია „დ“ და „გ“.

3. $O(0; 0)$ წერტილის მიმართ სიმეტრიულია „ბ“, ღერძის მიმართ კი – „დ“.

4. გ; ბ; დ.

6. ა) $f(x)=3x^4$ $f(-x)=3(-x)^4=3x^4=f(x)$ ლუნია;
 ი) $f(x)=x^2+2x+5$ $f(-x)=(-x)^2+2(-x)+5=x^2-2x+5 \neq f(x)$ ლუნია;
 ვ) $f(x)=4x^3$ $f(-x)=4(-x)^3=-4x^3=-f(x)$ კენტია;
 ბ) $f(x)=3x-1$ $f(-x)=3(-x)+1=-3x+1 \neq -(3x-1)$ არც ლუნია და არც კენტი.

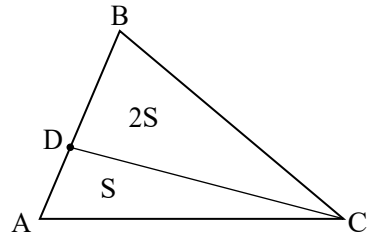
7. კენტი არ შეიძლება, რადგან გრაფიკი უნდა იყოს სიმეტრიული $(0; 0)$ წერტილის მიმართ.

8. რადგან კენტია და $x=0$ წერტილი ეკუთვნის განსაზღვრის არეს, ამიტომ $f(0)=0$.

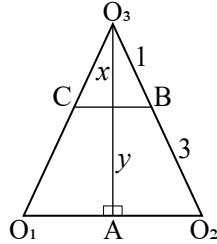
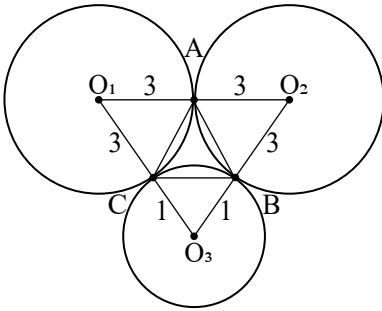
9. ლუნია $y=b$; კენტია $y=kx$.

10. $f(x)=0$ $f(x)=f(-x)=-f(x)=0$

11. $\frac{AD}{DB} = \frac{S}{2S} = \frac{1}{2}$



12. განვიხილოთ $\Delta O_1O_2O_3$



$$\frac{CB}{6} = \frac{1}{4} \Rightarrow CB = \frac{3}{2}$$

$$O_3A = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3x$$

$$4x = \sqrt{7} \quad y = 3x = \frac{3\sqrt{7}}{4}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot y = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3\sqrt{7}}{4} = \frac{9\sqrt{7}}{16}$$

3. ფუნქციის ზრდაობა და კლებაობა

10. ა) $f(x)=3x-1$, დავეუშვათ $x_1 > x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 > 0$

$$f(x_1) - f(x_2) = 3(x_1 - x_2) > 0, \text{ ზრდადია;}$$

ბ) $f(x)=-2x+3$, დავეუშვათ $x_1 > x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 > 0$

$$f(x_1) - f(x_2) = -2x_1 + 3 - (-2x_2 + 3) = -2(x_1 - x_2) < 0, \text{ კლებადია;}$$

გ) $f(x)=-x^2-3$ დავეუშვათ $x_1 > x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 > 0$

$$f(x_1) - f(x_2) = -x_1^2 - 3 - (-x_2^2 - 3) = x_2^2 - x_1^2 = (x_2 - x_1)(x_2 + x_1)$$

$$x_2 - x_1 < 0$$

თუ $x \in (-\infty; 0]$, მაშინ $x_1 + x_2 < 0$ და $f(x_1) - f(x_2) > 0$ ზრდადია;

თუ $x \in [0; +\infty)$, მაშინ $x_1 + x_2 > 0$ და $f(x_1) - f(x_2) < 0$ კლებადია;

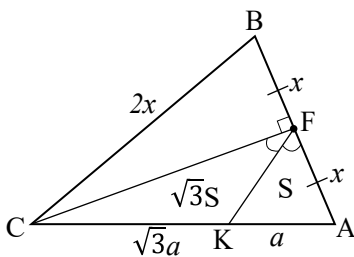
დ*) $f(x)=-x^2-4x-4$ დავეუშვათ $x_1 > x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 > 0$

$$f(x_1) - f(x_2) = (x_2 - x_1)(x_2 + x_1) + 4(x_2 - x_1) = (x_2 - x_1)(x_2 + x_1 + 4)$$

$$I \quad x_2 - x_1 < 0; \quad x_2 + x_1 + 4 < 0, \text{ თუ } x \in (-\infty; -2), f(x_1) > f(x_2)$$

$$II \quad x_2 - x_1 < 0; \quad x_2 + x_1 + 4 > 0, \text{ თუ } x \in [-2; +\infty), f(x_1) < f(x_2)$$

I ზრდადია II კლებადია.



13. $CF = \sqrt{3} \cdot x$

$$S_{ABC} = 2(\sqrt{3}S + S)$$

$$30\sqrt{3} = 2S(\sqrt{3} + 1)$$

$$S = \frac{15\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1}$$

4. ფუნქციის ნულები. ნიშანმუდმივობის შუალედები

1. ბ) $y=0 \Rightarrow x^2-8x-9=0 \Rightarrow x=-1$ და $x=9$.

6. 1) ა) $x \in [-4; 4]$; ბ) $y \in [-2; 5]$; გ) $(-4; 0)$; $(3; 0)$ და $(0; 2)$;
 დ) $x \in [-4; 2]$ – ზრდადია; $x \in (-2; -1) \cup (2; 4)$ კლებადია;
 ე) $x \in (-4; 3) \Rightarrow y > 0$; $x \in (3; 4] \Rightarrow y < 0$;
 ვ) არც ლუწია, არც კენტი;
 ზ) $f(x)=1$, $x \approx -3,4$ და $x \approx 2,5$; $f(x)=-2 \Rightarrow x=4$; $f(x)=0$, $x=-4$ და $x=3$;
 თ) $f(x) > 1$ $x \in (-3,5; 2,5)$ $f(x) < 2$ თუ $x \in (-4; -3) \cup (2; +\infty)$
 ი) $y_{\min} = -2$; $y_{\max} = 5$.

7. $x^2+(2a-1)x+a^2+a=0$, $D > 0$.

8. $x^2+4x+a=0$, $D < 0$.

ტესტი: 1. დ; 2. დ; 3. დ; 4. ა; 5. გ.

5. ნრფივი ფუნქცია

რეზიუმე:

მოსწავლემ უნდა იცოდეს ნრფივი ფუნქციის ზოგადი სახე, უნდა შეეძლოს ლერძებთან კვეთის წერტილების პოვნა, ზრდადობა-კლებადობის დადგენა.

ამოხსნები, მითითებები:

1. ა) ნრფე იკვეთება y ლერძთან $y=5$ წერტილში და x ლერძის დადებით მიმართულებასთან ადგენს მახვილ კუთხეს ($k > 0$). I, II და III მეოთხედში.

3. ა, გ და ე.

4. ა)
$$\begin{cases} 5x - 3y = 4 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

5. ა) $x = y \Rightarrow x = -\frac{x}{3} + \frac{20}{3} \Rightarrow \frac{4x}{3} = \frac{20}{3} \quad x=5, y=5$

ბ)
$$\begin{cases} x = 2y \\ y = 2x \end{cases}$$

8. ა) ვეძებთ $y=kx+b$ სახით. პარალელურია $y=3x-7$ წრფისა ნიშნავს, რომ $k=3$; $y=3x+b$, $A(-2; 3)$ წერტილზე $\Rightarrow 3=-6+b$ $b=9$ $y=3x+9$.

10. ნრფე იყოს $y=kx+b$, $k=\operatorname{tg}30$, $y=\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot x+b$ ა) გადის $A(0;3)$ წერტილზე, ე.ი. $3=b$, $y=\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot x+3$.

12. $y=kx+b$ გადის $(0; 3) \Rightarrow y=kx+3$ გადის $A(-1; -2)$ წერტილზე, ე.ი. $-2=-x+3 \Rightarrow k=5$ $y=5x+3$.

$$13^*. S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot h + \frac{1}{2} AC \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 8(2+5) = 28.$$

16. ა) $y = -x + b$ გადის $M(-4; 2)$ წერტილზე. $2 = 4 + b$ $b = -2$ $y = -x - 2$.

17. დავწეროთ A და B წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლება. მერე ჩავსვამთ $x = -3$ და ვიპოვით შესაბამის y -ს.

19. დადებითი პასუხის შემთხვევაში $k_1 = k_2$.

20. ზრდადია, თუ $k > 0$, ხოლო კლებადი, თუ $k < 0$.

21. ა) $y = kx + b$ პარალელურია $y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$, ე.ი. $k = -\frac{2}{3}$

$y = -\frac{2}{3}x + b$ გადის $A(2; 1)$ წერტილზე $\Rightarrow 1 = -\frac{2}{3} \cdot 2 + b \Rightarrow b = 2\frac{1}{3}$

$y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$.

23. x ღერძთან კვეთის წერტილის საპოვნელად ჩავსვით $y = 0$, ხოლო y ღერძთან კვეთის წერტილის საპოვნელად კი $x = 0$.

24. ე.ი. გადის $(-1; 0)$ წერტილზე.

$y = mx + 2m - 5$ განტოლებაში გავაკეთოთ ჩასმა $x = -1; y = 0$

$0 = -m + 2m - 5 \Rightarrow m = 5$ მივიღეთ $y = 5x + 5$.

25*. ასეთი წერტილები იქნება $(x; x + f(x))$ ე.ი. $(x; 3x - 5)$. $y = 3x - 5$ ფუნქცია წრფივია.

27. ა) $f(-4)$. ამ შემთხვევაში $x = -4$ ე.ი. $y = -2x + 3 = 11$.

29. ა) ვიპოვოთ $y = 2x - 5$ და $y = x - 9$ წრფეების კვეთის წერტილი და ვიპოვოთ b , რომლისთვისაც $y = 4x + b$ წრფე გადის ამ წერტილზე: ა) $b = 3$; ბ) $b = 4$.

30. $y = ax + b$ $a + b = f(1)$; ნახაზიდან ჩანს, რომ $f(1) = 0$.

31. წრფეების მართობულობის შემთხვევაში $k_1 \cdot k_2 = -1$.

ა) $\frac{1}{5} \cdot (-5) = -1$ მართობულია;

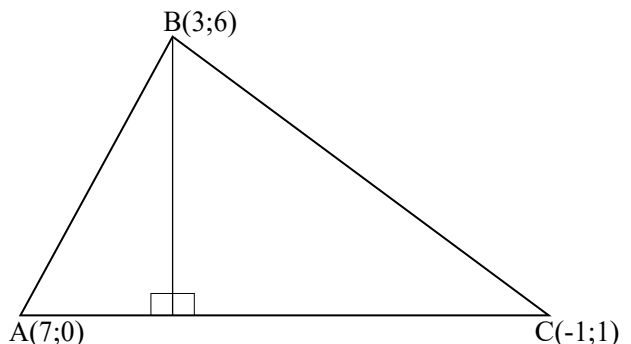
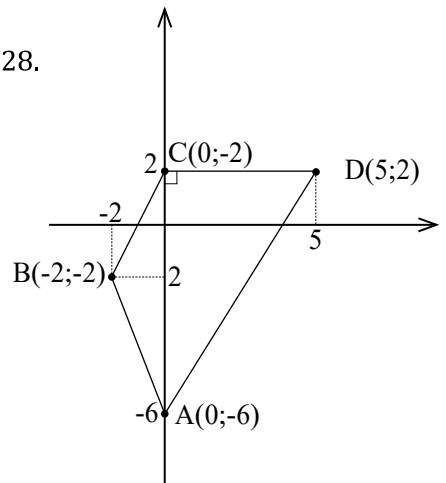
ბ) $4 \cdot 0,25 = 1$ არ არის მართობული.

32*. ჯერ დავწეროთ AC წრფის განტოლება

$y = kx + b$

$$\begin{cases} 0 = 7k + b \\ 1 = -k + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{7}{8} \\ k = -\frac{1}{8} \end{cases}$$

მისი მართობული წრფის განტოლება იქნება ($k_1 k_2 = -1$) $y = -8x + b_1$



ეს წრფე გადის (3; 6) წერტილზე; ე.ი. $6=24+b_1$ $b_1=30$,
 მივიღეთ $y=8x-18$.

33*. დანერეთ $A(5; -12)$ წერტილზე გამავალი $2x-3y+6=0$ წრფის მართობული წრფის განტოლება (იხილეთ ამოცანა 32).

35. $y=-2x+5$ პარალელური გადატანა $\begin{cases} x \rightarrow x + 3 \\ y \rightarrow y - 1 \end{cases}$

$y=-2x+5$ წრფეს ეკუთვნის წერტილები (0; 5) და (1; 3)
 (0; 5)→(3; 4); (1; 3)→(4; 2)

უნდა დაენეროთ (3; 4) და (4; 2) წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლება.

36*. ა) $y=kx+b$ ზრდადია, როცა $k>0$, ე.ი. $15-4k>0 \Rightarrow k<3\frac{3}{4}$ უდიდესი მთელი მნიშვნელობაა $k=3$.

37*. ფუნქცია კლებადია, თუ $k<0$ ა) $y=(k+1)x-4$
 $k+1<0 \Rightarrow k<-1$.

6. ამოვიცნოთ წრფივი ფუნქცია

რეზიუმე:

პარაგრაფში მოცემული ან მისი მსგავსი ცხრილის განხილვის შემდეგ მოსწავლემ უნდა დააფიქსიროს კანონზომიერება – არგუმენტის ერთი და იმავე რიცხვით გაზრდით, ფუნქციის მნიშვნელობა ერთსა და იმავე (დადებით ან უარყოფით) ნაზრდს ლებულობს. ამავე დროს უნდა შეამჩნიოს დამოკიდებულება არგუმენტის ნაზრდსა და ფუნქციის ნაზრდს შორის (a ; ka). ხაზი გავუსვათ, რომ ეს თვისება მხოლოდ წრფივ ფუნქციას ახასიათებს და პირიქით, ამ თვისების მქონე ყველა ფუნქცია წრფივია.

ამოხსნები, მითითებები:

1. $m=5k+3$.

2. $S=3+2(t-1)$. $S=2t+1$.

6. $S=1000+\frac{1000 \cdot 5}{100}n=1000+50n$.

10. ა) $\begin{cases} 3x + 2y = 7\sqrt{2} \\ 10x - 2y = 6\sqrt{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 13x = 13\sqrt{2} \\ y = 5x - 3\sqrt{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = 2\sqrt{2} \end{cases}$;

ბ) $\begin{cases} x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = 5 \\ x\sqrt{3} + y\sqrt{2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -\frac{2y}{\sqrt{3}} + y\sqrt{3} = 5 \\ x = -\frac{y\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5\sqrt{3} \\ x = -5\sqrt{2} \end{cases}$.

III თავის დამატებითი საპარჯიზოები

10. ა) $y = -\frac{4}{5}x + \frac{9}{4}$ პარალელური გადატანით გადადის მის პარალელურ წრფეში, ე.ი.

$$y = -\frac{4}{5}x + b \text{ და ეს წრფე გადაის } M(2; 2) \text{ წერტილზე. } 2 = -\frac{4}{5} \cdot 2 + b \quad b = \frac{18}{5} \quad y = -\frac{4}{5}x + \frac{18}{5}.$$

11. $O(0; 0) \rightarrow M(3; 7)$ ეს პარალელური გადატანა მოიცემა სისტემით

$$\begin{cases} x \rightarrow x + 3 & A(x; 8) \rightarrow A1(6; y) \\ y \rightarrow y + 7 \end{cases}$$

$$x+3=6 \Rightarrow x=3$$

$$8+7=y \Rightarrow y=15.$$

31. ამოცხსნათ სისტემა

$$\begin{cases} ax + 4y = 7 \\ x - y = 8 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{7}{8}$$

$$32. y = 2x - 8 \quad y = \frac{x-2}{3} - 4$$

$$2x - 8 = \frac{x-2}{3} - 4$$

$$(3,5; 5,5)$$

$$3 \cdot 3,5 - 5 = 10,5 - 5 = 5,5$$

$$6x - 24 = x - 2 - 12$$

$$5x = 10 \quad x = 2.$$

33*. ა) $M(a-2; a)$

$$2a = 11$$

$$\text{ბ) } y = 4x - 1$$

$$3a = 9$$

$$y = 3x - 5$$

$$a = 5,5.$$

$$a = 4a - 8 - 1$$

$$a = 3$$

$$\text{გ) } y = -2x + 2$$

$$a = -2a + 6$$

$$\text{დ) } y = 5x - 7$$

$$a = \frac{17}{4}$$

$$a = -2(a-2) + 2$$

$$3a = 6 \quad a = 2$$

$$a = 5a - 10 - 7$$

$$36. 3x - 0,5y = 2$$

$$y = 2$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

$$37. y = -\frac{3}{11}x + 1 \quad -13 \leq x \leq 15 \quad -11; 0; 11.$$

38. ა) $y = (k-2)x + k \quad (4; 5)$

$$5 = 4k - 8 + k \quad k = \frac{13}{5}$$

$$\text{ბ) } y = kx + 8$$

$$5 = 4k + 8 \quad k = -\frac{3}{4}$$

$$\text{გ) } y = kx + k + 5$$

$$5 = 4k + k + 5 \quad k = 0.$$

მათემატიკის მოყვარულთათვის

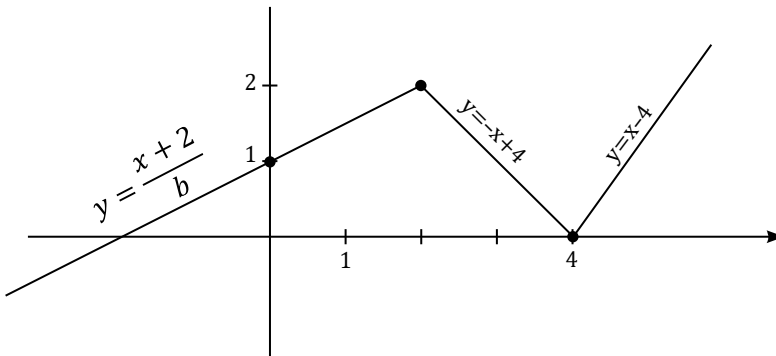
39. $y=f(x)$ ფუნქცია ზრდადია $x \in [a; b] \Rightarrow$ თუ $x_1 > x_2$, მაშინ $f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) > 0$
განვიხილოთ $f(x_1) + m - (f(x_2) + m) = f(x_1) - f(x_2) > 0$ რ.დ.გ.

40. ბ) $y = 3 - |x+2|$ ფუნქციის ნულები $(0; 1) y=0 \Rightarrow 3 - |x+2| = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases} (1; 0) (-5; 0)$.
 $y > 0 \Rightarrow |x+2| < 3 \Rightarrow -3 < x+2 < 3 \Rightarrow x \in (-3; 3)$
 $y < 0$, თუ $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

41. რადგან ფუნქცია ლუნია, მისი გრაფიკი სიმეტრიულია y ღერძის მიმართ. რადგან ვიცით, რომ გრაფიკს ეკუთვნის $(-5; 0)$ და $(3; 0)$ წერტილები, ამავე გრაფიკზე იქნება $(5; 0)$ და $(-3; 0)$ წერტილებიც.
პასუხი: $x = -3$ და $x = 5$.

42. $h(x)$ ფუნქცია კენტია, ე.ი. $h(-x) = -h(x)$ გრაფიკზე მდებარეობს $(3; 0)$ და $(5; 0)$ წერტილები, ე.ი. ამავე გრაფიკს ეკუთვნის $(-3; 0)$ და $(-5; 0)$ წერტილებიც. პასუხი: $x = -3$ და $x = -5$.

43. ავაგოთ გრაფიკი:



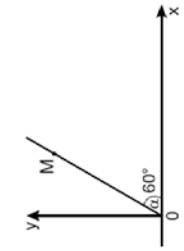
ერთი ამონახსნი ექნება, როცა $b < 0$ ან $b > 2$.

ტესტი თვითშემოწმებისთვის:

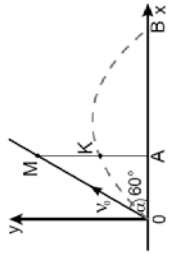
1. გ; 2. ა; 3. დ; 4. ა; 5. დ; 6. ბ; 7. ა; 8. დ; 9. დ; 10. ა; 11. ბ; 12. დ; 13. გ; 14. ბ; 15. გ; 16. ბ; 17. ა; 18. ბ; 19. ბ; 20. ბ.

<p>სამიზნე ცნება: ფუნქცია, დამოკიდებულება</p> <p>სტანდარტი შედეგები: მათ.საბ.: 2. 4.5.7.10.</p> <p>მეფიდი წარმოდგენები:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ორი სიმრავლის ელემენტებს შორის შეიძლება დამყარდეს შესაბამისობა მიუხედავად ელემენტების ბუნებისა. 2. დამოკიდებულება აღწერს, თუ როგორ არის დაკავშირებული სხვადასხვა სიდიდე ერთმანეთთან. 3. სიდიდეებს შორის დამოკიდებულების წარმოდგენა შესაძლებელია განტოლებებით/ფორმულით, გრაფიკებით, ცხრილებით ან სიტყვიერი აღწერით. 4. სიდიდეებს შორის დამოკიდებულებაში არსებობს დამოუკიდებელი და დამოკიდებული ცვლადები, სიდიდეები. 5. ფუნქციის გარდაქმნის შედეგად მიიღება მსგავსი ფუნქციები. 6. ფუნქცია შეიძლება მოცემული იყოს სხვადასხვა ეკვივალენტური ფორმის 	<p>ეტაპი I – კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა საკვანძო შეკითხვა: რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი? რა შემოქმედებითი პრობლემების საშუალებით უნდა დავადასტურო, რა ვისწავლუ ამ საკითხთან დაკავშირებით?</p> <p>კუთხით გასროლილი სხეულის მოძრაობის აღწერა</p> <p>დავალების წარდგენა:</p> <ul style="list-style-type: none"> • თუ დაკვირვებისანთ, რა ტრაექტორია აქვს კუთხით გასროლილ სხეულს? • გაიხსენეთ, როგორი ტრაექტორიით მოძრაობს კალათბურთელის მიერ კალათის მიმართულებით გასროლილი ბურთი და დაფიქრდით, ყოველთვის ერთი და იგივე ფორმა აქვს ტრაექტორიას, თუარა. <p>კომპლექსური დავალება დავალების წარდგენა</p> <p>ზარბაზნის ლულიდან საწყისი $V_0=500$ მ/წმ სიჩქარით და ჰორიზონტისადმი $\alpha=60^\circ$-იანი კუთხით გაისროლეს ჭურვი.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. რა წიროზე იმომრავებს ჭურვი? 2. როგორი სახე ექნება ჭურვის მოძრაობის ტრაექტორიის განტოლებას? 3. რის ტოლი იქნება ჭურვის ფრენის სიშორე? 4. რამდენ წამში დაეცემა ჭურვი მიწაზე? 	<p>კომპლექსური დავალება: თქვენი დავალება: გამოიკვლიეთ კუთხით გასროლილი სხეულის მოძრაობა, დაადგინეთ მოძრაობის ტრაექტორია, განტოლებები, რისთვისაც:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. გამოთვალეთ გასროლიდან t წმ-ის შემდეგ სხეულის კოორდინატები (გაითვალისწინეთ, რომ კუთხით გასროლილი სხეულზე მოქმედებს რა სიმძიმის ძალა, იგი განიცდის იმედროულად ვარდნას). 2. დაწერეთ მოძრაობის ტრაექტორიის განტოლება(მოძრავი სხეულის სიმაღლის სიშორეზე დამოკიდებულება). 3. დაადგინეთ, რა პარამეტრებზე დამოკიდებული მოძრაობის ტრაექტორიის ცვლილება? გაანალიზეთ, აქვს თუ არა ყოველთვის ერთი და იგივე ფორმა კუთხით გასროლილი სხეულის ტრაექტორიას?
---	---	---

გამოსახულებებით, რომელიც მიიღება გამართივების შედეგად.



თუ წარმოვიდგინო, რომ ჭურვეზე არ მოქმედებს სიმძიმის ძალა, მაშინ ცხადია, ის იმოძრავეს წრფივად და t წაშში გაივლის OM მანძილს.



სიმძიმის ძალის მოქმედების შედეგად ჭურვი t წამის შემდეგ იქნება არა M, არამედ K წერტილში.

1. რის ტოლია ჭურვის ფრენის სიშორე 30 წმ-ის შემდეგ, 40 წამის შემდეგ?
2. რა სიმაღლეზეა ჭურვი გასროლიდან 40 წმ, 50 წმ-ის შემდეგ?
3. რა სიმაღლეზეა ჭურვი იმ მომენტში, როცა ფრენის სიშორეა 2 კმ; 3 კმ?

ეტაპი II. მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დავალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით;

<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <p>რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება ფუნქცია? • რას ეწოდება წრფივი ფუნქცია? • რას ეწოდება პირდაპირპროპორციული ობა? • რას წარმოადგენს პირდაპირპროპორციული ობის გრაფიკი? • როგორი დამოკიდებულებაა მუდმივი სიჩქარით
--	---

ნამუშევრის წარდგენისას ისაუბრეთ:

მაკროცნება და მასთან დაკავშირებული კრიტერიუმი:

მოდელირება; ფორმა; კავშირი;

როგორ უკავშირდებ ასაკითხი ფიზიკას? რომელი სიდიდეები შეესაბამება ცვლადებს და პარამეტრებს?

შეფასების კრიტერიუმები მოსწავლეს შეუძლია:

- ორი სიმრავლის ელემენტებს შორის შესაბამისობის დამყარება მიუხედავად ელემენტების ბუნებისა.
- აღწერა, თუ როგორ არის დაკავშირებული სხვადასხვა სიდიდე ერთმანეთთან.
- სიდიდეებს შორის დამოკიდებულების წარმოდგენა განტოლებებით/ ფორმულით, გრაფიკებით,

		<p>მომრავი სხეულის მიერ გავლილ მანძილსა და მოძრაობის დროს შორის?</p> <ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის სინუსი, კოსინუსი, ტანგენსი? 	<p>ცხრილებით ან სიტყვიერი აღწერით.</p> <ul style="list-style-type: none"> • სიდიდეებს შორის დამოკიდებულებაში დამოუკიდებელი და დამოკიდებული ცვლადების, სიდიდეების განსაზღვრა.
<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>		<ul style="list-style-type: none"> • იმომრავებს თუ არა საწყისი სიჩქარით გარკვეული კუთხით გასროლილი სხეული წრფივად? • როგორ ფიქრობთ, რატომ ეცემა ვერტიკალურად ზევით ასროლილი სხეული მიწაზე? 	<ul style="list-style-type: none"> • შეუძლია პრობლემის გააზრება, საკუთარი სიტყვებით გადმოცემა, პრობლემის გადასაჭრელად გეგმის შედგენა, გეგმის მიხედვით მათემატიკური სამუშაოს შესრულება, სხვადასხვა სტრატეგიებით მიღებული შედეგის შეფასება და შემოწმება. • რეალურ ცხოვრებაში
<p>ეტაპი III – კომპლექსურ დავალებზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა</p> <p><i>ქვემოთ შემოთავაზებულია აქტივობები, რომლებიც საკითხის უკეთ აღქმასა და გააზრებაში დაეხმარება მოსწავლეს.</i></p> <p>საკითხი 1: ფუნქცია დამოკიდებულია; კვადრატული ფუნქცია ცნებები/კმეცნებები: პარაბოლა, კვადრატული ფუნქცია, წვერო, ღერძებთან გადაკვეთის წერტილები; განსაზღვრის არე, მნიშვნელობათა სიმრავლე; დამოუკიდებელი ცვლადი, დამოკიდებული ცვლადი</p>			

		<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება კვადრატული ფუნქცია? • რა ეწოდება კვადრატული ფუნქციის გრაფიკს? • რას ეწოდება ფუნქციის განსაზღვრის არე? • მნიშვნელობათა სიმრავლე? • რას უდრის პარაბოლის წვეროს კოორდინატები? 	<p>მიმდინარე პროცესის აღწერა, წარმოდგენა და ახსნა</p> <p>მათემატიკური მოდელების მეშვეობით, კერძოდ:</p> <p>გამოსახულების, განტოლების, ფუნქციის, გრაფიკის მეშვეობით.</p>
<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <p>კონცეპტუალური კითხვები:</p> <p>როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რამდენი სხვადასხვა ფორმის გამოსახულებით შეიძლება აღიწეროს კვადრატული ფუნქციის გრაფიკი? • როგორ ვიპოვოთ ღერძებთან გადაკვეთის კოორდინატები? 		
<p>სადისკუსიო კითხვები</p> <p>მაპროგნოზირებელი კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რომელი მოვლენების აღწერაში შეიძლება დაგვეხმაროს ფუნქცია? • გინახავთ თუ არა სადმე პარაბოლის მსგავსი ფორმა? როდის? • რის ფორმა აქვს კუთხით გასროლილი სხეულის გრაფიკს? • რა სიდიდეებზეა დამოკიდებული გასროლილი სხეულის ტრაექტორია? 		
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ორი სიმრავლის ელემენტებს შორის შეიძლება დამყარდეს შესაბამისობა. მიუხედავად ელემენტების ბუნებისა. 		

	<ul style="list-style-type: none"> • დამოკიდებულება აღწერს, თუ როგორ არის დაკავშირებული სხვადასხვა სიდიდე ერთმანეთთან. • სიდიდეებს შორის დამოკიდებულების წარმოდგენა შესაძლებელია განტოლებებით/ ფორმულით, გრაფიკებით, ცხრილებით ან სიტყვიერი აღწერით. • სიდიდეებს შორის დამოკიდებულებებში არსებობს დამოუკიდებელი და დამოკიდებული ცვლადები, სიდიდეები. 	
	<p>ქვესაკითხი 2: კვადრატული ფუნქციის გარდაქმნები და წარმოდგენების ფორმები</p> <p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> • რა მიიღება კვადრატული ფუნქციის ტრანსფორმაციის შედეგად? 	

	<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> რა გარდაქმნით მიიღება $y=x^2$ ფუნქციის გრაფიკიდან $y=(x-d)^2 + m$ ფუნქციის გრაფიკი? რა გარდაქმნით მიიღება $y=x^2$ ფუნქციის გრაფიკიდან $y=ax^2$ ფუნქციის გრაფიკი? რა გარდაქმნით მიიღება $y=ax^2$ ფუნქციის გრაფიკიდან $y=a(x-d)^2 + m$ ფუნქციის გრაფიკი? რა აქვთ საერთო და რით განსხვავდებიან $y=ax^2$ და $y=ax^2 + bx + c$ ფუნქციათა გრაფიკები? რამდენი სხვადასხვა ფორმით არის შესაძლებელი კვადრატული ფუნქციის ფორმულის წარმოდგენა? რომელია უპირატესი? როდის? 	
<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროგნოზირებელი კითხვები</p>		<ul style="list-style-type: none"> რომელი პარამეტრი, სიდიდე ახდენს გავლენას კუთხით გასროლილი სხეულის ტრანექტორიის ცვლილებაზე? მოახდენს თუ არა გავლენას გასროლის კუთხის ცვლილება სხეულის ტრანექტორიაზე? 	
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>		<ul style="list-style-type: none"> ფუნქციის გარდაქმნის შედეგად მიიღება მსგავსი ფუნქციები ფუნქცია შეიძლება მოცემული იყოს 	

		<p>სხვადასხვა ეკვივალენტური ფორმის გამოსახულებით, რომელიც მიიღება გამარტივების შედეგად.</p>	
<p>ქვესაკითხი 3: კვადრატული ფუნქციის კვლევა: ცნებები/ქვეცნებები: ზრდადობა, კლებადობა, ნიშანმდმივობის შუალედი;</p>			
	<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რას ნიშნავს ფუნქციის ზრდადობის და კლებადობის შუალედი? • რას ნიშნავს/წოდება ნიშანმდმივობის შუალედი? • როგორ შეგვიძლია ნიშანმდმივობის შუალედი ჩავწეროთ უტოლობით? რა ინფორმაციაა საჭირო? 	
	<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ შეგვიძლია ნიშანმდმივობის შუალედი ჩავწეროთ უტოლობით? რა ინფორმაციაა საჭირო? 	
	<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროგნოზირებელი კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ფუნქციის ანალიზის დროს საჭიროა თუ არა უტოლობის ცოდნა ან უტოლობის პირობის შემცველი წინადადებების მათემატიკურად ჩაწერა? რა შემთხვევაში? • როგორ შეიძლება დავადგინოთ რა დროში მიაღწევს კუთხით გასროლილი სხეული მაქსიმალურ სიმაღლეს? როდის დაიწყებს დაშვებას დედამიწაზე? 	

	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="106 1176 332 1562"></td> <td data-bbox="106 754 332 1176"> <ul style="list-style-type: none"> როგორ დავადგინოთ მკისიმალური სიმაღლე, რომლითაც სხეული იქნება დაშორებული დედამიწას? (იგულისხმება კუთხით გასროლილი სხეული) </td> </tr> <tr> <td data-bbox="332 1176 773 1562"> <p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p> </td> <td data-bbox="332 754 773 1176"> <ul style="list-style-type: none"> დამოკიდებულება ალწერს, თუ როგორ არის დაკავშირებული სხვადასხვა სიდიდე ერთმანეთთან. სიდიდეებს შორის დამოკიდებულების წარმოდგენა შესაძლებელია განტოლებებით/ ფორმულით, გრაფიკებით, ცხრილებით ან სიტყვიერი აღწერით. </td> </tr> </table>		<ul style="list-style-type: none"> როგორ დავადგინოთ მკისიმალური სიმაღლე, რომლითაც სხეული იქნება დაშორებული დედამიწას? (იგულისხმება კუთხით გასროლილი სხეული) 	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<ul style="list-style-type: none"> დამოკიდებულება ალწერს, თუ როგორ არის დაკავშირებული სხვადასხვა სიდიდე ერთმანეთთან. სიდიდეებს შორის დამოკიდებულების წარმოდგენა შესაძლებელია განტოლებებით/ ფორმულით, გრაფიკებით, ცხრილებით ან სიტყვიერი აღწერით. 	
	<ul style="list-style-type: none"> როგორ დავადგინოთ მკისიმალური სიმაღლე, რომლითაც სხეული იქნება დაშორებული დედამიწას? (იგულისხმება კუთხით გასროლილი სხეული) 					
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<ul style="list-style-type: none"> დამოკიდებულება ალწერს, თუ როგორ არის დაკავშირებული სხვადასხვა სიდიდე ერთმანეთთან. სიდიდეებს შორის დამოკიდებულების წარმოდგენა შესაძლებელია განტოლებებით/ ფორმულით, გრაფიკებით, ცხრილებით ან სიტყვიერი აღწერით. 					
	<p>ქვესაკითხი 4: მოდელოება სხვადასხვა პროცესის მოდელოება კვადრატული ფუნქციის მეშვეობით და განხილვა</p> <table border="1"> <tr> <td data-bbox="106 1176 940 1562"></td> <td data-bbox="940 754 1068 1176"> <ul style="list-style-type: none"> რას ნიშნავს პრობლემის გადაჭრა? რას ნიშნავს სიტუაციის მოდელოება? </td> </tr> </table>		<ul style="list-style-type: none"> რას ნიშნავს პრობლემის გადაჭრა? რას ნიშნავს სიტუაციის მოდელოება? 			
	<ul style="list-style-type: none"> რას ნიშნავს პრობლემის გადაჭრა? რას ნიშნავს სიტუაციის მოდელოება? 					

	<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ შეგვიძლია დავგვემოთ პროცესი, რომ პრობლემის გადაჭრა მარტივად შევძლოთ? იცით თუ არა რაიმე ალგორითმი? ჩამოწერეთ ნაბიჯები. • როგორ ხდება სიტუაციის მოდელირება? 	
<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროგნოზირებელი კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ შეძელით კუთხით გასროლილი სხეულის აღწერა? რა სიდიდეების დააკვირდით ერთმანეთთან? • როგორ გვეხმარება სიტუაციის მოდელირება პრობლემის გადაჭრაში? რა პრობლემა გახსენდებათ რომელიც შეიძლება გადაჭრილი იყოს კვადრატული ფუნქციის გამოყენებით? გაიხსენეთ ან მოიძიეთ პრობლემა. 		
<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<p>მოსწავლემ უნდა გაიგოს: პრობლემის გადაჭრა პრობლემის გადასაჭრელად საჭიროა:</p> <ul style="list-style-type: none"> • პრობლემის გააზრება, გეგმის შედგენა, გეგმის მიხედვით მათემატიკური სამუშაოების შესრულება, სხვადასხვა სტრატეგიის გათვალისწინებით მიღებული შედეგების 		

	<p>შეფასება.</p> <p>მოდელირება</p> <ul style="list-style-type: none"> მათემატიკური მოდელი რეალურ ცხოვრებაში მიმდინარე მოვლენებს აღწერს მათემატიკური ცნებებისა და ენის გამოყენებით. პროცესები შეიძლება ჩაიწეროს ალგებრული გამოსახულები, განტოლების, უტოლობის, სისტემების, გრაფიკის ან გეომეტრიული ობიექტების მეშვეობით. მათემატიკური მოდელი გამოიყენება რეალური პროცესების ახსნისა და პროგნოზირებისთვის. <p>ეტაპი IV - თუ მოსწავლემ ვერ დასძლია პროგრამა, განმავითარებელი შეფასების მიცემის შემდეგ სასურველია, შეასრულოს დავალება თავიდან (მინიშნება: შემდეგი კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა);</p>	
	<p>კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის დროს მოსწავლეებისთვის მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები:</p> <p>სასურველია კითხვები დასვას ისე, რომ მოსწავლემ გაიაზროს, რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა (ცთავაზობთ, კითხვები დასვათ პოლიას მეთოდით).</p>	

	<p>1. პრობლემის/საკითხის გაგება სადისკუსიო კითხვა:</p> <ul style="list-style-type: none"> • რატომ არის საჭირო დავადგინოთ, სად დაეცემა გასროლილი სხეული? • რაში მდგომარეობდა სამუშაო, რა იყო გასაკეთებელი? ჩამოაყალიბეთ თქვენისი ტყვეებით. <p>2. გეგმის შექმნა</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ დაგეგმეთ სამუშაო? • რა სტრატეგიები დასახეთ დავალების შესასრულებლად? • როგორ წარმართეთ სამუშაო პროცესი? <p>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • რა სამუშაოები შეასრულეთ? • რომელ სიდიდეებს შორის დაადგინეთ დამოკიდებულება? • რომელია დამოუკიდებელი და დამოკიდებული ცვლადები? მუდმივი სიდიდე? • როგორ წარმოადგინეთ ინფორმაცია? თქვენი აზრით, ინფორმაციის წარმოდგენის რომელი ფორმაა მეტად ალემბადი? • მოცემული დავალებიდან გამომდინარე ჩამოაყალიბეთ (ეცადეთ, ჩამოაყალიბოთ) ზოგადი დასკვნა: როგორ ფიქრობთ, თუ იცით კუთხით გასროლილი სხეულის მოძრაობის აღმწერი გრაფიკი (ტრანსქტორია), შეიძლება თუ არა გრაფიკზე დაყრდნობით მოძრაობის აღმწერი ფორმულის ჩაწერა? რამდენი ფორმით? რა უმცირესი ინფორმაციაა საჭირო მოძრაობის აღმწერი ფორმულის ჩასაწერად? • რა იყო დაბრკოლება მუშაობის პროცესში? რომელმა სტრატეგიამ გაამართლა? რომელმა- არა? • გაქვთ თუ არა დეტალურად წარმოდგენილი პროცესის აღწერა და დასკვნა? <p>4. შეფასება</p> <ul style="list-style-type: none"> • კიდევ რა დამოკიდებულებების კვლევა იქნება შესაძლებელი? 	
--	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> რამდენად მნიშვნელოვანია ფიზიკის შესასწავლად მათემატიკის ცოდნა? დავალების რა ნაწილში დაინახეთ კავშირი მოცემულ საგნებს შორის? 	
--	---	--

IV ტაზი

1. კვადრატული ფუნქცია

რეზიუმე:

გაკვეთილის მიზანია დავანახოთ მოსწავლეებს მათემატიკის (კერძოდ, კვადრატული ფუნქციის) საშუალებით, როგორ აღინერება სხვადასხვა მოვლენა ბუნებასა თუ ტექნიკაში, და ზოგადად, ცხოვრებაში.

ეს გაკვეთილი სასურველია ჩატარდეს ინტეგრირებულად ფიზიკის მასწავლებელთან ერთად, კომპიუტერულ ლაბორატორიაში. მოსწავლეებს ვუჩვენოთ ზარბაზნის ლულიდან ჰორიზონტალურად გასროლილი ქურვის, კალათში ნასროლი ბურთის და სხვა ტრაექტორიები, რომლებიც პარაბოლით აღინერება. ვთხოვოთ მოსწავლეებს, თავად მოიფიქრონ მსგავსი მაგალითები.

ამოხსნები, მითითებები:

2. ა) $S=x^2+a^2+(a-x)^2$; ბ) $S=a^2-x^2-(a-x)^2$;

3. $S_{A,B,C,D} = S_{ABCD} - 4S_{AA,D}$.

$S=a^2-2x(a-x)$.

6. $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}} = \frac{\sqrt{2}-1}{1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1} + \dots + \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{1} = 9$.

2. $y=x^2$ ფუნქცია

რეზიუმე:

მოსწავლეს უნდა შეეძლოს $y=x^2$ პარაბოლას აგება, მისი თვისებების ჩამოთვლა, იმის დადგენა, მოცემული წერტილი მდებარეობს თუ არა აღნიშნულ გრაფიკზე.

ამოხსნები, მითითებები:

7. $S(x)=x^2-4$

9*. $27=(\sqrt{3}m)^2$ $m=\pm 3$

ა) $M(5; 25)$ მდებარეობს;

ბ) $M(\pm 6; 8)$ არ მდებარეობს.

10. ა) $a_n=-2a_{n-1}$

ბ) $a_n=4 \cdot 3^{n-1}$;

გ) $a_n=(2+\sqrt{3})a_{n-1}$; $a_1=2-\sqrt{3}$;

დ) $a_n=a_{n-1}+\sqrt{2}$; $a_1=1$, ან $a_n=1+\sqrt{2} \cdot (n-1)$.

12. $360^\circ=60$ დანაყოფს, ე.ი. 1 დანაყოფი = 6° და $1^\circ=1/6$ დანაყოფს.

$30^\circ=30 \cdot 1^\circ=30^\circ$. $1/6$ დანაყოფი=5 დანაყოფს

$45^\circ=45 \cdot 1^\circ=45^\circ$. $1/6$ დანაყოფი= $15/2$ დანაყოფს $90^\circ=90 \cdot 1/6$ დან.; $180^\circ=30$ დან.

ბ) 1 დან= 6° ; 5 დან= $5 \cdot 6^\circ=30^\circ$; 10 დან= $10 \cdot 6^\circ=60^\circ$; 30 დან= $30 \cdot 6^\circ=180^\circ$.

გ) დიდი ისარი გადის 60 დან/სთ-ში, ე. ი. $V_\oplus=60$ დან/სთ. $V_\ominus=5$ დან/სთ.

13. საათის ისრებს შორის $5 \cdot 4=20$ დან. 1 დან= 6° $20 \cdot 1$ დან= $20 \cdot 6^\circ=120^\circ$.

14*. 6 სთ-ზე საათის ისრებს შორის 30 დანაყოფია. საათის ისრები მოძრაობენ წრეზე ერთი მიმართულებით, ე. ი. მანძილი იფარება სიჩქარეების სხვაობით. $V_\oplus-V_\ominus=55$ დან/სთ. 6 სთ-დან 7-ის ათ წუთამდე გავიდა $10\text{წთ}=1/6\text{სთ}$. $t=1/6\text{სთ}$. $V=55$ დან/სთ. ე. ი. მანძილი, რომელიც დაიფარა 10წთ -ში — $S_1=55/6$ დან.

ისრებს შორის იყო 30 დანაყოფი. ეს მანძილი შემცირდა $55/6$ დანაყოფით. ე. ი. ისრებს შორის მანძილი იქნება 30 დან — $55/6$ დან = $125/6$ დან = $125/6 \cdot 6^\circ=125^\circ$.

15*. 2 სთ-ზე ისრებს შორის არის 10 დანაყოფი. რაც ნაკლებია 90° -ზე. ე. ი. დიდი ისარი ჯერ უნდა დაენიოს პატარა ისარს და მერე უნდა გაუსწროს $90^\circ=15$ დანაყოფით, ანუ ერთი მიმართულებით მოძრაობისას უნდა დაიფაროს 25 დანაყოფი. $S=25$ დან. $V=55$ დან/სთ. $t=25$ დან: 55 დან/სთ = $5/11$ სთ.

3. $f(x)=x^2+c$ ფუნქცია

რეზიუმე:

მოსწავლეები უკვე იცნობენ $y=x^2$ ფუნქციას, მის გრაფიკს, თვისებებს. პარაგრაფში მოცემული ცხრილებით ადვილად დავანახებთ გარდაქმნას $y=x^2 \rightarrow y=x^2+c$. ვაჩვენებთ, რომ $y=x^2+c$ ფუნქციის გრაფიკი მიიღება პარაბოლის პარალელური გადატანით.

ამოხსნები, მითითებები:

6. ვიპოვოთ c , $-1=4+c$ $c=-5$, ე.ი. $y=x^2-5$.

ა) მდებარეობს; ბ) არა; გ) არა; დ) არა.

8. $S=x^2-4$.

9. ნახაზიდან ჩანს $c=-1$.

$y=kx+b$ გადის წერტილებზე $(1; 0)$ $(4; 1)$, საიდანაც $k=\frac{1}{3}$; $b=-\frac{1}{3}$.

11. $S=x^2-\pi$ (სმ²).

13. $BK=KD$, ე.ი. $\angle BDA=45^\circ$.
 $S=25\text{სმ}^2$.

14. 7^{4k} -ს ბოლო ციფრია 7^4 -ის ბოლო ციფრი, ე.ი. 1. 3^{4k+2} -ს ბოლო ციფრია $3^2=9$.

15. $a=10k+7=10k+5+2$. ნაშთია 2.

4. $f(x)=(x-d)^2+c$ ფუნქცია

რეზიუმე:

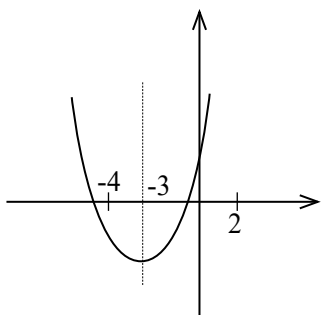
სასურველია მოვთხოვოთ, რომ $y=(x-d)^2+c$ ფუნქციისათვის d და c პარამეტრებს მიანიჭონ რაიმე მნიშვნელობა და თავად შეადგინონ პარაგრაფში მოცემული ცხრილების მსგავსი ცხრილები. ეს დაგვეხმარება იმაში, რომ მოსწავლეებმა თავად დაინახონ როგორ უნდა მოხდეს გარდაქმნა $y=x^2+c$ ფუნქციის გრაფიკიდან $y=(x-d)^2+c$ ფუნქციის გრაფიკის მისაღებად. გაკვეთილი სასურველია ჩატარდეს კომპიუტერულ ლაბორატორიაში, ინფორმატიკის მასწავლებელთან ერთად. მოსწავლეებს ვაჩვენოთ $y=x^2$ პარაბოლის აგება კომპიუტერში და მისი გარდაქმნები – პარალელური გადატანა x და y ღერძების მიმართ.

ამოხსნები, მითითებები:

6. $y=x^2+bx+c$

ა) $S=(-5; 0)$ $y=(x+5)^2=x^2+10x+25$

ბ) $S=(-2; 1)$ $y=(x+2)^2+1=x^2+4x+5$.



8. ე) $y=x^2+6x-1$, $x \in [-4; 2]$ $x_0 = -\frac{6}{2} = -3$

$y_{\min} = f(x_0) = y_0 = \frac{-4 - 36}{4} = -10$

11. ა) $f(n)=n(n-1)$; ბ) $21 \cdot 20=420$; გ) $n^2-n=380$. კლასში 20 მოსწავლეა. 375 სურათი გამოყენებული ვერ იქნება.

13*. ნომრების რაოდენობაა $3 \cdot 2=6$, შესაბამისი ფუნქცია $f(n)=n(n-1)$, 5 ციფრისათვის გვექნება 20 ნომერი, 10 ციფრისათვის – 90.

14. $S(-3; -2)$ $y=(x+3)^2-2=x^2+6x+7$. $AB = \sqrt{81+9} = 3\sqrt{10}$.

15. $y=x^2+bx+c$.

ა) $M(-3; 0)$ $K(2; 0)$.

$$\begin{cases} 9 - 3b + c = 0 \\ 4 + 2b + c = 0 \end{cases} \quad b=1 \quad c=-6.$$

20*. განტოლებას მთელ რიცხვებში ამონახსენი არ აქვს, იმიტომ, რომ 3^{4x+2} -ის ბოლო ციფრია 9, ე.ი. მარცხენა მხარე 5-ზე არ იყოფა.

21. სიმაღლე $=2r=4$, ფერდი $4\sqrt{2}$ შუახაზის ტოლია, ე.ი. $S=4 \cdot 4\sqrt{2}=16\sqrt{2}$.

ტესტი:

1. დ; 2. დ; 3. ა; 4. დ; 5. ბ; 6. ბ; 7. ბ; 8. დ; 9. ბ.

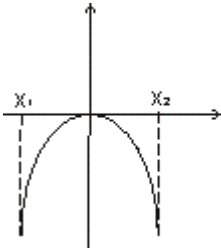
5. $y=ax^2$ ფუნქციის გრაფიკი

რეზიუმე:

სანამ მოსწავლეებს დავავალებთ პარაგრაფში მოცემულ წყვილებისთვის განკუთვნილ სამუშაოს, შეიძლება შევავსებინოთ $y=ax^2$ ფუნქციის მნიშვნელობათა ცხრილი. მაგ. $a=2$ და $a=-2$ -სთვის.

ამოხსნები, მითითებები:

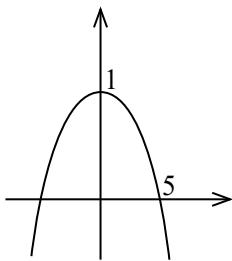
8.



ა) რადგან თალის სიმაღლეა 7მ, ამიტომ $f(x_1) = f(x_2) = -7$.

$-\frac{1}{90}x^2 = -7 \Rightarrow x^2 = 630$ $x_1 = 3\sqrt{70}$ $x_2 = -3\sqrt{70}$, საძიებელი მანძილია $6\sqrt{70} \approx 50$.

ბ) $-5 = a \cdot (-20)^2$ $a = -\frac{1}{80}y = -\frac{1}{80}x^2$.

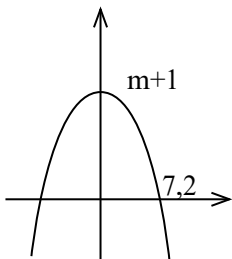


9. $f(x) = ax^2 + 1$ ფუნქციით აღინერება პროცესი $f(5) = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{25}$.

მივიღეთ ფუნქცია $f(x) = -\frac{1}{25}x^2 + 1$. ვთქვათ, შლანგი უნდა აიწიოს m მეტრით, მაშინ ახალი ფუნქციაა $f(x) = -\frac{1}{25}x^2 + m$

$f(7,2) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{25} \cdot 7,2^2 + m = 0$, საიდანაც მივიღებთ, რომ $m = 2,0736 \approx 2,07$.

პასუხი: თეონამ შლანგი უნდა დაიჭიროს 2,07 მ სიმაღლეზე.



13. $23^{455} + 2^{729} + 15^{121}$.

$23^{455} = \dots 7$

$2^{729} = \dots 2$

$5^{121} = 5$ ჯამის ბოლო ციფრია 4.

14. ნატურალური რიცხვის კვადრატი შეიძლება ბოლოვდებოდეს 0; 1; 4; 5; 6; 9; ე.ი. 5-ზე გაყოფის ნაშთი შეიძლება იყოს 0; 1; 4.

15. $c^2 - b^2 = 225$, $225 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$. შევადგინოთ ყველა შესაძლო სისტემა.

$$\begin{cases} c - b = 3 \\ c + b = 75 \end{cases} \quad c=39 \quad b=36; \quad \begin{cases} c - b = 1 \\ c + b = 225 \end{cases} \quad c=113 \quad b=112;$$

$$\begin{cases} c - b = 5 \\ c + b = 45 \end{cases} \quad c=25 \quad b=20; \quad \begin{cases} c - b = 9 \\ c + b = 25 \end{cases} \quad c=17 \quad b=8.$$

16*. ა) რადგან $(-2; \infty)$ $y=2(x-a)^2$ ფუნქციის ზრდადობის შუალედია, ე.ი. წვეროს აბცისაა $x_0 = -2$, ე.ი. $a = -2$.

ბ) ცხადია, პარაბოლის შტოები ზემოთ არის მიმართული, ფუნქცია $(1;3)$ შუალედში ზრდადი რომ იყოს, წვეროს x_0 კოორდინატისთვის უნდა შესრულდეს, $x_0 \in (-\infty; 1]$, $x_0 = a$, ე.ი. $a \leq 1$.

18. ა) $y=(x-2)^2-1$ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელობაა $y=-1$

ბ) $x^2 - 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 7 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ ფუნქციის უმცირესი მნიშვნელია $y=\frac{3}{4}$

გ) $4x^2-2 \cdot 2x \cdot 7+49-49+5=(2x-7)^2-44$ $y=-44$

ტესტი თვითშემოწმებისთვის:

1. დ; 2. დ; 3. ბ; 4. დ.

6. $y=ax^2+bx+c$ ფუნქციის პრაფიკი

რეზიუმე:

ეს გაკვეთილი შეიძლება ჩატარდეს როგორც ინტეგრირებული, ინფორმატიკის მასწავლებელთან ერთად. კომპიუტერში ავსაგოთ $y=ax^2$ ფუნქციის გრაფიკი და ჩავატაროთ პარაგრაფში აღწერილი გარდაქმნები.

ამოხსნები, მითითებები:

3. ასეთი წრფე არ არსებობს, რადგან კვადრატული ფუნქციის განსაზღვრის არეა R.

14*. ა) $y=ax^2+bx+c$ პარაბოლას წვეროა (1;4) ე.ი. $-\frac{b}{2a} = 1$ და $\frac{4ac - b^2}{4a} = 4$. პარაბოლა გადის F(3;0) წერტილზე. ე.ი. $0=9a+3b+c$, სისტემის ამოხსნით ვღებულობთ $a=-1$; $b=2$; $c=3$.

17. $16x-16x^2=0$

$x=0$ $x=1$

21. ა) $\triangle OMK$ -ს ფუძე $OK=4$; ხოლო სიმაღლე, M წერტილის აბსცისა, 3-ის ტოლია. ე.ი. $S_{MOK}=6$.

გ) $OM=\sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$. $MK=\sqrt{9 + 81} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$.

22. ა) წვერი (0;1) წავა (-2;2)-ში

$y=2 \cdot (x+2)^2+2$

23. $\frac{200}{x} - \frac{200}{x+15} = \frac{2}{3}$, საიდანაც $x=60$.

26. $y=ax^2$ (50;10). $y = \frac{1}{250}x^2$.

27. რომბის დიაგონალების ნახევრები აღვნიშნოთ $3x$; $4x$, მაშინ რომბის გვერდი იქნება $5x=30$ $x=6$; რომბის დიაგონალებია 36 და 48. $S = \frac{36 \cdot 48}{2} = 864$.

28. ა) y ღერძის მიმართ $A_1(2;3)$; $B_1(2;6)$; $C_1(4;7)$; $D_1(5;1)$.

ბ) $O(0;0)$ წერტილის მიმართ $A_2(2;-3)$ $B_2(2;-6)$ $C_2(4;-7)$, $D_2(5;-1)$.

ტესტი: 1. ა; 2. დ; 3. გ; 4. ბ; 5. გ; 6. დ; 7. დ.

8. პარაბოლის მდებარეობა საკოორდინატო ღერძების მიმართ

რეზიუმე:

უკვე განხილული გარდაქმნების გამოყენებით ადვილად დავადგენთ პარაბოლის საკოორდინატო ღერძების ურთიერთმდებარეობის a , b და c კოეფიციენტებზე დამოკიდებულებას და პარაბოლის წვეროს კოორდინატებს, რის შემდეგაც უკვე შეგვიძლია შევთავაზოთ ფუნქციის გამოკვლევის ზოგადი სქემა.

ამოხსნები, მითითებები:

3. ზ*) $y=(x-2)(x+3)$.

სასურველია მოსწავლეებმა ფრჩხილების გახსნის გარეშე ააგონ ფუნქციის გრაფიკი. $x_1=-3$; $x_2=2$, წვეროს აბსცისა $x_0=\frac{-3+2}{2}=-\frac{1}{2}$.

4. როგორც წინა მაგალითში აღვნიშნეთ, განტოლების ფესვები სიმეტრიულია პარაბოლას სიმეტრიის ღერძის მიმართ, ამიტომ სიმეტრიის ღერძის განტოლება იქნება $x=\frac{-5+3}{2}$. ე.ი. $x=-1$.

5. რადგან ფუნქციას აქვს ერთი ნული, ის ეხება x ღერძს $x=2$ წერტილში წვეროთი. ე.ი. სიმეტრიის ღერძის განტოლებაა $x=2$.

6. პირობიდან გამომდინარე, $c=2$, ხოლო $-\frac{b}{2}=4$, ე.ი. $b=-8$.

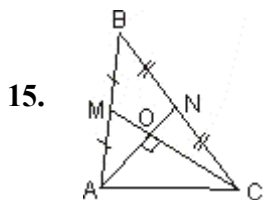
7. $y=ax^2+bx+c$ ფუნქციის x ღერძთან კვეთის წერტილია $M(-2;0)$, მეორე კი $N(x_2;0)$. ამავე დროს, სიმეტრიის ღერძის განტოლებაა $x=3$, ე.ი. $3=\frac{-2+x_2}{2}$, საიდანაც $x_2=8$. შევადგინოთ სისტემა:

$$\begin{cases} 0 = 4 - 2b + c \\ -\frac{b}{2} = 3 \end{cases} \quad b = -6; \quad c = -16.$$

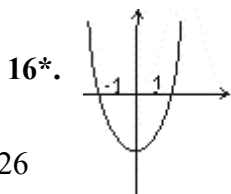
8. შევადგინოთ შესაბამისი სისტემა:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ 4a - 2b + c = 0, \\ c = -8 \end{cases} \quad \text{საიდანაც } \begin{cases} a = -2 \\ b = -8 \end{cases}$$

14. $121^{121}+36^{36}$ ჯამის ბოლო ციფრია 7.



$MC=9 \quad OC=6 \quad AN=12 \quad AO=8 \quad S_{AOC}=24=\frac{1}{3}S_{ABC}$, ე.ი. $S_{ABC}=72$.



$x=1$ და $x=-1$ წერტილების მიმართ ფუნქციის ნულები განლაგებულია სხვადასხვა მხარეს.

9. კვადრატული ფუნქციის უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობა

რეზიუმე:

მოსწავლეებს დავაწერინოთ რამდენიმე კვადრატული ფუნქცია ($a>0$; $a<0$) და თითოეული შემთხვევისთვის ვთხოვოთ, რომ ჩანერონ ფუნქციის მნიშვნელობათა სიმრავლე. შემდეგ, კითხვა-პასუხის რეჟიმში ჩამოაყალიბონ, თუ რომელ შემთხვევაში ($a>0$; $a<0$) აქვს ფუნქციას უმცირესი და რომელში - უდიდესი მნიშვნელობა.

ამოხსნები, მითითებები:

1. მართკუთხედის გვერდი აღვნიშნოთ x -ით, მაშინ მეორე გვერდის სიგრძე იქნება $18-x$.
 $S=-x^2+18x$ ($a<0$). ე.ი. ფუნქციას აქვს მაქსიმუმი $y_{\max}=y^0$, $x_0 = \frac{-b}{2a} = 9$. ე.ი. კვადრატის შემთხვევა-

ში იქნება მაქსიმალური ფართობი. სასურველია მოსწავლეებმა ჩამოაყალიბონ, რომ „მოცემული პერიმეტრის მქონე მართკუთხედებიდან უდიდესი ფართობი აქვს კვადრატს“.

2. $y=x(x-2)$ $y=x^2-2x$ $a>0$ $c=0$, ფუნქციას აქვს მინიმუმი. ჩვენ გვინტერესებს $x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$
 $x=1$.

3. $3x(x+4)=y$ $y=3x^2+12x$ $a>0$; აქვს მინიმუმი $x_0=-2$.

5. $y=x^2+(10-x)^2 \Rightarrow y=2x^2-20x+100=2(x^2-10x+50)$ ვეძებთ $y=x^2-10x+50$ ფუნქციისთვის x_0 -ს.
 $x_0 = \frac{10}{2} = 5$ $x_0=5$.

7. მართკუთხედის პერიმეტრია 200 მ. (იხილეთ ამოცანა 1). მათ უნდა შემოიღონ ამ პერიმეტრის მქონე კვადრატული ნაკვეთი, გვერდი $x=50$.

8. $x+z=b \Rightarrow z=b-x$. $y=x(a-x)=-x^2+bx$ პირველი კოეფიციენტი უარყოფითია, ანუ ფუნქციას აქვს მაქსიმუმი $x=x_0$ -სთვის. $x_0 = \frac{-a}{-2} = \frac{a}{2}$ ე.ი. შესაკრებები ტოლია.

11. ა) $N(x_1; y_1)$ $x_1=3$ $g(x) = -\frac{3}{4}x + 3$ ე.ი. $y_1 = g(x_1) = -\frac{3}{4} \cdot 3 + 3 = 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$ მივიღეთ $N(3; 3/4)$

მართკუთხედის გვერდების სიგრძეებია 3 და $\frac{3}{4}$. $S=\frac{9}{4}$.

ბ*) $S = x \left(-\frac{3}{4}x + 3 \right)$ ჩვენ ვეძებთ $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3x$ ფუნქციის მაქსიმუმს, თუ $x \in [0; 4]$ შუალედს.

(იხილეთ ამოცანა 9).

20. გ.

22. n^2 და n^2-1 სხვადასხვა ლუნ-კენტობისაა. ე.ი. ერთ-ერთი იყოფა 2-ზე. ა) $n^2:2 \Rightarrow n^2:4$;

ბ) $n^2-1=(n-1)(n+1) \Rightarrow 4$.

24*. I. $a>0$; $f(1)<0$ ან II. $a<0$; $f(1)>0$.

$x=1$ ნერტილი მოთავსებულია ფესვებს შორის.

ტესტი: 1. ბ; 2. გ; 3. ა; 4. ბ; 5. გ.

10. კვადრატული უტოლობის ამოხსნა

რეზიუმე:

უკვე შესწავლილი თვისებების საფუძველზე მოსწავლეებს შეუძლიათ თავად ჩამოაყალიბონ კვადრატული უტოლობის ამოხსნის სქემა. აქვე ვაცნობთ კვადრატული უტოლობის ამოხსნის მეორე გზას – უტოლობის ამოხსნას ინტერვალთა მეთოდით.

ამოხსნები, მითითებები:

6. $S=x(6-x)>5$; $6x-x^2>5$, ე.ი. $x^2-6x+5<0$ $x \in (1;5)$.

თუ გვერდები მთელი რიცხვებია $x=2$; 3; 4, მართკუთხედის გვერდებია 2; 4 ან 3; 3.

7. $(18-2x)(24-2x)>24 \cdot 18 - (18-2x)(24-2x)$.

$x^2-21x+54>0$ $\begin{cases} x < 3 \\ x > 18 \end{cases}$. მივიღეთ — თავისუფალი არის სიგანე უნდა იყოს 3-ზე ნაკლები.

10*. ა) $2x^2-(a+1)x+3>0$ უტოლობა შესრულდება ცვლადის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის, როცა $D<0$ (პირველი კოეფიციენტი დადებითია).

$D=(a+1)^2-24<0$ $a \in (-1-2\sqrt{6}; -1+2\sqrt{6})$.

ბ) $a^2x^2+2ax+1>0$. $(ax+1)^2>0$.

თუ $a=0$ უტოლობა სრულდება ნებისმიერი x -სთვის, თუ $a \neq 0$, მაშინ $(ax+1)^2$ გამოსახულება ნებისმიერი x -ისთვის იღებს არაუარყოფით მნიშვნელობას, ე.ი. $a=0$.

11. აღვნიშნოთ ნაკვეთის სიგანე x -ით, მაშინ სიგრძე იქნება $205-2x$.

$x(205-2x) \geq 5000$.

$40 \leq x \leq 62,5$.

12. შევადგინოთ ამოცანის შესაბამისი უტოლობა.

$\frac{28}{x-5} + \frac{28}{x+5} \leq 3 - \frac{2}{3}$. ვლებულობთ $x^2-24x-25 \geq 0$. ე.ი. $x \geq 25$ კატერის საკუთარი სიჩქარე უნდა იყოს არანაკლებ 25კმ/სთ.

15. $D=9-4q<0$ $q > \frac{9}{4}$.

17. ა) $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 9 > 2x - 1$, გამარტივებით ვლებულობთ $x^2 + x - 20 < 0$ $x \in (-5; 4)$

ბ) $\frac{3}{2}x^2 - 7x + 1 < -\frac{1}{2}x^2 - 4$ $x \in (1; \frac{5}{2})$

20.	აიღეს სულ	სახამებელი	$\begin{cases} \frac{3x}{4} + \frac{12x}{5} \geq 63 \\ \frac{3x}{4} + \frac{12x}{5} \leq 126 \end{cases}$
ბრინჯი	x კგ	$\frac{3x}{4}$ კგ	
ქერი	4x კგ	$\frac{12x}{4}$ კგ	

22. x ლ. 80° და 120 ლ. 5°. მიიღება $\frac{80^\circ x + 120 \cdot 5^\circ}{120 + x}$
 $40 \leq \frac{80^\circ x + 600}{120 + x} \leq 45$

12. ორუცნობიანი უტოლობის ამოხსნა

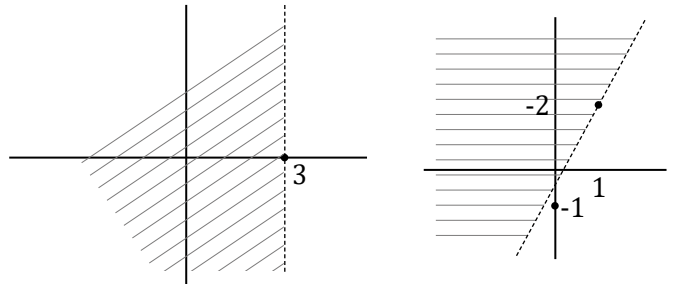
რეზიუმე:

მოსწავლევებს ვთხოვთ ააგონ ა) $y=2x-1$ და ბ) $y=x^2-5x+6$ ფუნქციების გრაფიკები და მერე, კითხვა-პასუხის რეჟიმში დავშტრიხთ, მაგალითად, $y>2x-1$ და $y<x^2-5x+6$ უტოლობების ამონახსნთა სიმრავლე.

ამოხსნები, მითითებები:

1. მითითება: ჩავსვათ და შევამოწმოთ.

2. ბ) $y \geq x^2 - 5$ $f(1) \geq 1 - 5$ $f(1) \geq -4$
 მაგალითად: (1; -2); (1; -1); (1; 0)

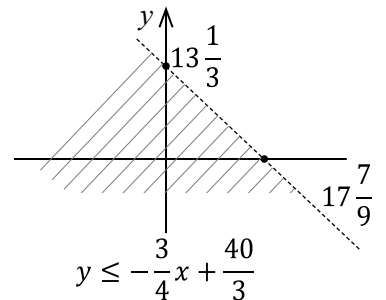


3. ა) ავაგოთ $x=3$ დავშტრიხთ $x<3$
 ბ) ავაგოთ $y=3x-1$, დავშტრიხთ $y \geq 3x-1$

5. სამფეხა x, ოთხფეხა y

$$3x+4y \leq 40$$

ცხადია x და y ნატურალური რიცხვებია. ავაგოთ $y = -\frac{3}{4}x + \frac{40}{3}$



ფუნქციის გრაფიკი. შევარჩევთ ნატურალურკოეფიციენტებთან წერტილებს.

13. მეორე ხარისხის ორუცნობიან განტოლებათა სისტემის ამოხსნა

რეზიუმე:

მოსწავლეს უნდა შეეძლოს კონკრეტულ სისტემისთვის ამოარჩიოს ამოხსნის შესაბამისი გზა, იპოვოს ფესვები; უნდა შეძლოს გრაფიკული ამოხსნის ჩვენება, ფესვების ჩანერა.

ამოხსნები, მითითებები:

$$5. ე) \begin{cases} x - 2y^2 = 2 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \quad -3 \quad \begin{cases} -3x + 6y^2 = -6 \\ 3x + y = 7 \\ 6y^2 + y - 1 = 0 \\ y = \frac{-1 \pm 5}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ x = 2,5 \\ y = \frac{1}{3} \\ x = \frac{20}{9} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + 4y = 10 \\ x - 2y = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 4y = 10 \\ 2x - 4y = -10 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 2x = 0 \\ x \cdot (x - 2) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 2,5 \\ x = -2 \\ y = 1,5 \end{cases}$$

5. ა) $kx^2 - 5x + 1 = -kx - 3$

$kx^2 + (k-5)x + 4 = 0$

$D = k^2 - 26k + 25$

ა) $D=0$ $k=1; 25;$

ბ) $D>0$ $k \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (25; \infty);$ გ) $D<0$ $k \in (1; 25).$

$$6*. ა) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8} \\ x + y = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{12}{xy} = \frac{3}{8} \\ x + y = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 32 \\ x + y = 12 \end{cases} \quad (4; 8) (8; 4)$$

$$10. ბ) \begin{cases} x^2 + y^2 = 6 \\ xy = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+y)^2 = 8 \\ (x-y)^2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = \sqrt{8} & (\sqrt{2}+1; \sqrt{2}-1) \\ x-y = 2 & \\ x+y = \sqrt{8} & (\sqrt{2}-1; \sqrt{2}+1) \\ x-y = -2 & \\ x+y = -\sqrt{8} & (1-\sqrt{2}; -\sqrt{2}-1) \\ x-y = 2 & \\ x+y = -\sqrt{8} & (-\sqrt{2}-1; 1-\sqrt{2}) \\ x-y = -2 & \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - y = -5 \\ xy = 14 \end{cases} \quad \begin{cases} x + (-y) = -5 \\ x - (-y) = -14 \end{cases} \quad \begin{cases} t^2 + 5t - 14 = 0 \\ t = -7; t = 2 \end{cases}$$

(-7; -2); (2; 7)

$$12*. ა) \begin{cases} x^3 - y^3 = 133 \\ x - y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 19 \\ x = 7 + y \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} a + b = 17 \\ a^2 + b^2 = 169 \end{cases} \quad 5; 12.$$

$$24. \begin{cases} 10a + b = 6(a + b) + 2 \\ 10a + b = 5ab + 2 \end{cases}, \text{ საიდანაც } \overline{ab} = 32.$$

IV ტაპის დამატებითი სავარჯიშოები

$$7. f(x) = x^2 - 5x + 6 \quad f(x+1) = f(x-3) \\ (x-1)^2 - 5(x+1) + 6 = (x-3)^2 - 5(x-3) + 6 \\ x^2 + 2x + 1 - 5x - 5 = x^2 - 6x + 9 - 5x + 15 \\ x = 3, 5$$

$$8. (1) y = ax^2 + bx + c \text{ წვერო } F(1;1) \quad c = 2. \\ -\frac{b}{2a} = 1; \quad \frac{4ac - b^2}{4a} = 1; \quad a = 1; \quad b = -2.$$

$$(3) y = ax^2 + bx + c.$$

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -3 \\ \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{3}{2} \\ 16a - 4b + c = -3 \end{cases}$$

$$(4) y = ax^2 + bx + c \\ \frac{-b}{2a} = 3; \quad b = -6a$$

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 0 \\ 16a + 4b + c = -3 \end{cases} \quad a = 3; b = -18; c = 27$$

$$9. \text{ ა) } y = x^2 + bx + c.$$

$$-\frac{b}{2} = 5, \text{ ე.ი. } b = -10.$$

$$1 = 9 + 30 + c \quad c = -38.$$

$$10. x^2 < x \Rightarrow x(x-1) < 0; \quad x \in (0; 1)$$

$$12. \text{ ა) } y = x^2 - x + 1 \quad y = x^2 + x + 1 \\ x^2 - x + 1 = x^2 + x + 1 \quad x = 0 \quad y = 1 \quad (0; 1).$$

$$13. y = ax^2 + bx + c \quad 1) A(0; 3); B(3; 0); C(6; 3)$$

$$\begin{cases} 9a + 3b + 3 = 0 \\ 36a + 6b + 3 = 3 \end{cases}$$

$$c = 3$$

$$14. a = 1 \\ y = x^2 \quad B(x; x\sqrt{3}) \quad x\sqrt{3} = x^2 \quad x = \sqrt{3} \quad S = \frac{(2x)^2 \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}.$$

$$20. a > 0; \text{ ე.ი. შტოეები მიმართულია ზემოთ. პირობის თანახმად } x_0 \leq 2 \\ \text{ ა; ბ; ე.}$$

23. $y = -x^2 + 5x - 4$. $x^2 - 5x + 4 = 0$ A(1; 0); B(4; 0); C(0; -4);

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$$

24. $y = -x^2 + 12x + 2$ A(5; -3)

$-25 + 5k + 2 = -3$; საიდანაც $k = 4$.

მივიღეთ $y = -x^2 + 4x + 2$ $x_0 = \frac{-4}{-2} = 2$

ა) [-5; 3] $y_{\min} = f(-5) = -25 - 20 + 2 = -43$

$y_{\max} = f(3) = -9 - 12 + 2 = -19$

ბ) [4; 8] $y_{\max} = f(4) = 2$ $y_{\min} = f(8) = -30$

გ) [1; 5] $y_{\max} = f(1) = 5$ $y_{\min} = f(5) = -3$

26. $x_2 - x_1 = 5x_1$, $x_2 = 6x_1$ სადაც $x_1 = 1$ $x_2 = 6$ $c = 6$

33*. ა) $3x - 9 = x^2 - (2k+1)x + 8k$

$$x^2 - 2(k+2)x + 8k + 9 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (k+2)^2 - 8k - 9 = k^2 - 4k - 5 = (k-5)(k+1)$$

თუ $k \in (-\infty; -1) \cup (5; \infty)$ ორი გადაკვეთის წერტილი

თუ $k \in -1; 5$ ერთი გადაკვეთის წერტილი

თუ $k \in (-1; 5)$ არც ერთი გადაკვეთის წერტილი.

ბ) $x^2 - 2kx + 1 = -3$

$$\frac{D}{4} = k^2 - 4$$

43. $f(x) = x^2 + 7x + 12$

$f(x+3) > f(0)$

$(x+3)^2 + 7(x+3) + 12 > 12$

44. ა) $\left\{ \begin{array}{l} 18 - 3x - x^2 > 0 \\ x + 4 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 + 3x - 18 < 0 \\ x > -4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right.$

45*. $p^2 - 64 > 0$ ($D > 0$)

46*. $p^2 - 60 \geq 0$ ($D \geq 0$)

47. ა) $3x^2 - ax + 3 = 0$ $a^2 - 36 \geq 0$ ($D \geq 0$)

ბ) $2x^2 + 4x + 7 = 0$ $a^2 - 56 < 0$ ($D < 0$)

48*. ა) $x^2 + mx + 8 = 0$ $x_1 + x_2 < 3$ $\begin{cases} D \geq 0 \\ -m < 3 \end{cases}$

49. ა) $\begin{cases} 25 + n^2 \geq 0 \\ -n^2 > 5 \end{cases}$

ბ) $\begin{cases} 25 + n^2 \geq 0 \\ -n^2 < -16 \end{cases} \Rightarrow n^2 - 16 > 0$

გ) $-n^2 > -3$

დ) $-n^2 < 2$

$$51. \text{ a) } \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x^2 - y^2 + x - y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 \\ y^2 + y - 6 = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (-4; -3); (-4; 2) \\ (3; -3); (3; 2) \end{matrix}$$

$$\text{ b) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 = 25 \\ y^2 = 16 \end{cases} \quad (\pm 5; \pm 4) \quad (\pm 5; \mp 4)$$

$$\text{ g) } \begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad (7; 5)$$

$$\text{ e) } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 19 \\ x = 7 + y \end{cases} \quad \begin{matrix} (7 + y)^2 + y(7 + y) + y^2 = 19 \\ 49 + 14y + y^2 + 7y + y^2 + y^2 = 19 \\ 3y^2 + 21y + 30 = 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} y^2 + 7y + 10 = 0 \\ y = -2 \quad y = -5 \\ x = 5 \quad x = 2 \end{matrix}$$

$$\text{ j) } \begin{cases} x + y = 6 \\ x^2 - xy + y^2 = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 6 \\ 36 - 3xy = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 8 \end{cases}$$

$$52. \text{ a) } \begin{matrix} y = -2x - 9 \\ -6 = 2x + 4y^2 \\ 4y^2 - y - 3 = 0 \\ y = 1; -\frac{3}{4} \\ x = -5; -\frac{33}{8} \end{matrix}$$

$$\text{ j) } \begin{cases} x^2 + y^2 - 6y = 0 \\ y = -2x \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 4x + 12 = 0 \\ 5x^2 + 12x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x = 0 & x = -\frac{12}{5} \\ y = 0 & y = \frac{24}{5} \end{matrix}$$

$$54. \text{ b) } \begin{cases} (2x - y)(2x + y) = 3 \\ 2y - 3x - 3y = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x^2 - y^2 = 3 \\ y = 4 - 3x \end{cases}$$

$$\begin{matrix} (5x - 4)(4 - x) = 3 \\ -5x^2 + 24x - 16 = 3 \\ 5x^2 - 24x + 19 = 0 \end{matrix}$$

$$x = \frac{12 \pm 7}{5} = \begin{matrix} \frac{19}{5} \\ 1 \end{matrix} \quad y = \begin{matrix} 4 - \frac{57}{5} = -\frac{37}{5} \\ 1 \end{matrix}$$

$$\text{ a) } \begin{cases} x(2x - y) + x = 0 \\ 2(4x - 3y) + 3y = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x(2x - y + 1) = 0 \\ 8x - 3y = 9 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 0; y = -3 \\ \begin{cases} 2x - y = -1 \\ 8x - 3y = 9 \end{cases} \\ 8x - 4y^2 = -4 \end{matrix} \quad \begin{cases} y = 13 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$\text{ e) } \begin{cases} 2(x - y) + y = 5 \\ (2x - y)^2 = 5x + 15 \end{cases} \quad \begin{cases} 2xy - y = 5 \\ 5x + 15 = 25 \end{cases} \quad \begin{matrix} y = -1 \\ x = 2 \end{matrix}$$

$$55^*. \text{ ა) } \begin{cases} 2x^2 - xy = y^2 + 5 \\ x^2 - xy = y^2 + 1 \\ x^2 = 4 \\ x = \pm 2 \end{cases} \left[\begin{cases} x = 2 \\ 4 - 2y = y^2 + 1 \\ y^2 + 2y - 3 = 0 \\ y = -3; y = 1 \end{cases} \right. \\ \left. \begin{cases} x = -2 \\ 4 + 2y = y^2 + 1 \\ y^2 - 2y - 3 = 0 \\ y = 3; y = -1 \end{cases} \right.$$

$$\text{ბ) } \begin{cases} 3x^2 - 2y^2 = 2xy - 1 \\ 2x^2 - y^2 = 2xy - 1 \end{cases} \begin{cases} x = y \\ x^2 - 2x^2 = -1 \end{cases} \quad x = \pm 1 \quad (1; 1); (-1; -1)$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ x = \pm y \end{cases} \begin{cases} x = -y \\ x^2 = -2x^2 - 1 \end{cases}$$

$$\text{გ) } \begin{cases} x + y = 5xy \\ x - y = xy \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 5x - 5y \\ 6y = 4x \end{cases} \quad x = \frac{3}{2y}$$

$$\frac{5}{2}y = 5 \cdot \frac{3}{2}y^2 \quad \begin{cases} y = 0; y = \frac{1}{3} \\ x = 0; x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{დ) } \begin{cases} 5x + 5y = 6xy \\ 5x - 5y = xy \end{cases} \quad \begin{cases} 5x + 5y = 30x - 30y \\ 35y = 25x \\ 7y = 5x \quad x = \frac{7}{5}y \end{cases} \quad \begin{cases} 12y = 6 \cdot \frac{7}{5}y^2 \\ y = 0; y = \frac{10}{7} \\ x = 0; x = 2 \end{cases}$$

60. თუ $a \in [0; 2)$ განტოლებას ექნება 4 ამონახსნი, ხოლო $y=2$ ნრფე გრაფიკს კვეთს სამ წერტილში.

61. $y=ax^2+bx+c$

$c=3$
ჩავსვათ ფესვები $\begin{cases} a - b + 3 = 0 \\ 9a + 3b + 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$

ე.ი. $y=-x^2+2x+3$ $MN=y_0=4$.

62. $y=ax^2+bx+c$ $c=4$.

$$\begin{cases} 4a - 2b + 4 = 0 \\ -\frac{b}{2a} = -2 \end{cases} \quad b=4; \quad a=1.$$

ე.ი. $f(x)=x^2+4x+4$

ა) $f(-3)=1$

ბ) $c=8$

$$\begin{cases} 4a - 2b + 8 = 0 \\ -\frac{b}{2a} = -2 \end{cases} \quad b=8; \quad a=2.$$

$f(x)=2x^2+8x+8$

$f(-3)=2$

63. $y=(m+1)x^2-2mx+4$

$-\frac{b}{2a} = 2 \quad \frac{2m}{2(m+1)} = 2. \quad m=-2.$

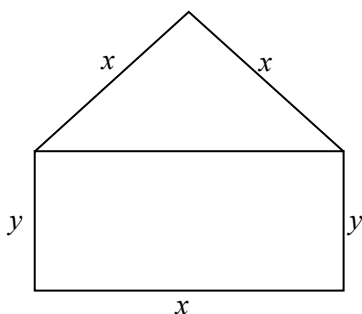
64. $C(2;0) \quad S_{\text{AOCB}}=2.$

68*. $\Delta) ax^2 - (2a^2 + 5)x + 10a = 0 \quad D = (2a^2 + 5)^2 - 40a^2 = (2a^2 - 5)^2 > 0$
 $a \neq 0$

გავყოთ განტოლება a -ზე $x^2 - \left(2a + \frac{5}{a}\right)x + 10 = 0$

$x_1 \cdot x_2 = 10$, ეს რიცხვებია (1; 10) (2; 5) ე.ი. უნდა ამოვხსნათ $2a + \frac{5}{a} = 11$ და $2a + \frac{5}{a} = 7$

69.



$P = 3x + 2y$

$y = \frac{P - 3x}{2}$

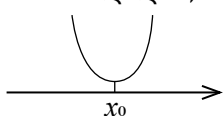
$S = x \cdot \frac{P - 3x}{2} + \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{4}(2xP - 6x^2 + x^2\sqrt{3}) =$
 $= \frac{1}{4}(-x^2(6 - \sqrt{3})) + 2Px$

$x_0 = \frac{-2P}{-2(6 - \sqrt{3})} = \frac{P}{6 - \sqrt{3}}$

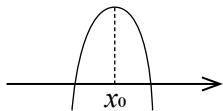
77. $y=ax^2+4x+2$

I. თუ $a=0$, $y=4x+2$ ზრდადია;

II. თუ $a>0$ $x_0 \leq 2$;



III. თუ $a<0$ $x_0 \geq 4$;



$a=0$ და იხსნება $\begin{cases} a > 0 \\ x_0 \leq 2 \end{cases}$ და $\begin{cases} a < 0 \\ x_0 \geq 4 \end{cases}$ სისტემები

78. $y=x^2+ax-2a+10$ x ღერძთან კვეთის წერილებს შორის არის (0; 0) წერტილი. ე. ი. იხსნება $f(0)<0$ უტოლობა. ცხადია, $D>0$ (მოხდა ფუნქციის ნიშანცვლა). პასუხი მიიღება $f(0)<0$ უტოლობის ამოხსნის შედეგად.

79. ფუნქცია ლუნია, ე.ი. $f(-3)=f(3)=4$

80. $y=ax^2+2(a-1)x+(a-3)=0$ $x_1<0; x_2<0; x_1\neq x_2$

$$\left(\begin{array}{l} x_1 x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 0 \\ D > 0 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \frac{a-3}{1} < 0 \\ -\frac{a-1}{1} < 0 \\ (a-1)^2 - a(a-3) > 0 \end{array} \right)$$

ტესტი თვითშემოწმებისთვის:

1. ბ; 2. ბ; 3. ბ; 4. გ; 5. ა; 6. ა; 7. ბ; 8. დ; 9. ა; 10. გ; 11. ა; 12. ა; 13. ა; 14. ბ; 15. დ; 16. ბ; 17. ბ; 18. ა; 19. ბ; 20. დ; 21. ბ.

V თავი

თემატური მატრიცა

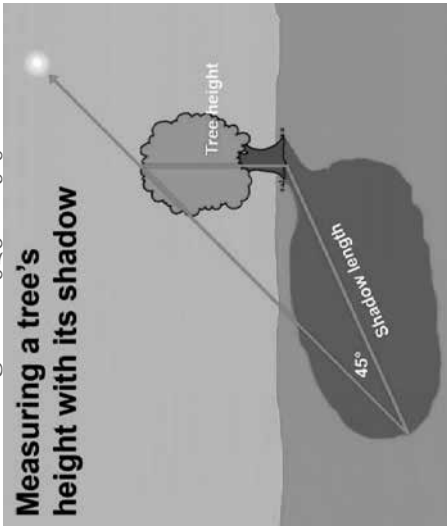
თავი 5 - სამკუთხედების მსგავსება - თემატური მატრიცა

<p>მიმართულება - გეომეტრია კლასი - მე-9 საათების სავარაუდო რაოდენობა - 8-10 სთ</p>			
<p>სამიზნე ცნებები/საკითხები: ანალიზური გეომეტრია, გარდაქმნები</p>			
<p>მაკროცნება: მოდელირება, მსჯელობა, კავშირი.</p>			
<p>სამიზნე ცნებები და მათთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები</p>	<p>საკითხი/ქვესაკითხები</p>	<p>საკვანძო შეკითხვა / ზოგადი შეკითხვები</p>	<p>კომპლექსური დავალების ზირობა / შეფასების კრიტერიუმები</p>
	<p>ქვესაკითხები:</p> <ul style="list-style-type: none"> • სინუსი, კოსინუსი, ტანგენსი; • მართკუთხა სამკუთხედის გვერდის პოვნა კუთხისა და ერთ-ერთი გვერდის საშუალებით. 	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ გვეხმარება გეომეტრია პრაქტიკული პრობლემების გადაჭრაში? • როგორ შემიძლია გამოვთვალო მიუდგომელი ობიექტის სიმაღლე ტრიგონომეტრიული თანაფარდობების გამოყენებით? 	
<p>ცნებასთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები: სტანდარტი შედგენები: მათ.საბ.2. 3.6.7.9.</p>	<p>ეტაპი I - კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა</p> <p>საკვანძო შეკითხვა: რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი? რა შემოქმედებითი პროდუქტის საშუალებით უნდა დავადასტურო რა ვისწავლე ამ საკითხთან დაკავშირებით?</p>		<p>კომპლექსური დავალება: თქვენი დავალება: გაზომეთ სიმაღლე მიუწვდომელი მანძილამდე (კლდის სიმაღლე), კომპლექსური</p>
<p>მათ. საბ. : 2, 4, 5, 7, 10, 11. 1. ტრიგონომეტრია</p>			

საშუალებას გვაძლევს დავაკვიროთ ელემენტები როგორც ორ ასევე სამგანზომილოებთან გეომეტრიულ ფიგურებში. 2-კლვეის მეშვეობით შესაძლებელია ახალი კავშირების აღმოჩენა და დადგენა

კომპლექსური დავალების წარდგენა: კლდის სიმაღლის დადგენა მთის, ხის, მაღალი კოშკის, პირამიდის და ა.შ. სიმაღლის გაზომვის რამდენიმე ხერხი არსებობს, რომლებსაც იყენებდნენ თანამედროვე ტექნოლოგიების გამოგონებამდე. გაცანი რამდენიმეს:

ა) ხის სიმაღლის გაზომვა მისი ჩრდილის მიხედვით ნახაზი ამ ნიმუშის მიხედვით იქნება:



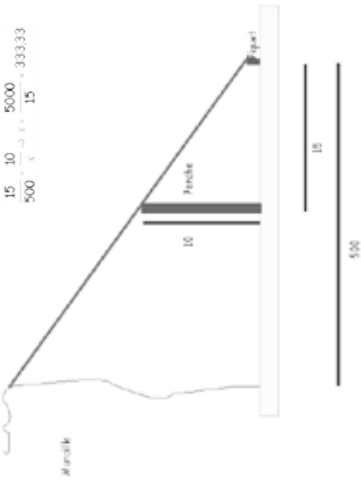
ბ) მთის სიმაღლის გაზომვა. ეს ხერხი ფრანგ მწერალს, ჟოულ ვერს აქვს აღწერილი რომანში 'საიდუმლო კუნძული'. ნახაზი ამ ნიმუშის მიხედვით (ფორმულის გარეშე)

დავავლებს პირობის მიხედვით.

ნამუშევრის წარდგენისას ისაუბრეთ:

- როგორ იზოვეთ კლდის h სიმაღლის გამოთვლის რამდენიმე ვარიანტი
- კუთხეებისა და წერტილებს შორის მანძილის მიხედვით;
- მართკუთხა სამკუთხედებში უცნობი ელემენტების გამოსათვლელად როგორ გამოიყენეთ ტრიგონომეტრიულ ი თანაფარდობა.

მაკროცენა და მასთან დაკავშირებული კრიტერიუმები:
მოდელირება: ფორმა; კავშირი;
 როგორ დაგეხმარათ მსჯელობა იდეების ერთმანეთთან

	 <p>ამის მსგავსი ნახაზი უნდა იყოს, მოსახსნელია პროპორცია, უნდა ჰქონდეს წარწერები: პალო, სარი, კოდე</p> <p>გ) სიმაღლის გაზომვა სარკის საშუალებით ნახ. არის მებუთე თავის 304 გვერდზე.</p> <p>ჟიულ ვერნის რომანის „საიდუმლო კუნძულის“ პერსონაჟებს აუცილებლად უნდა გამოეკვლიათ, სად მდებარეობდა კუნძული, სადც აღმოჩნდნენ, რა მანძილით იყო დაშორებული დასახლებული ადგილებიდან. ინჟინერსა და ჰერბერტს ხელთ არავითარი ხელსაწყო არ ჰქონდათ, თორმეტი ფუტის სიგრძის სარისა და თოკზე გამოზმული უბრალო ქვის გარდა.</p> <p>„ინჟინერმა სარი შლაში ორი ფუტის სიღრმეზე ჩაარჭო და თოკის საშუალებით ჰორიზონტის მიმართ შვეულ ხაზად დაამაგრა. შემდეგ სარის უკან წავიდა ისეთ მანძილზე, რომ სილაზე გაწოლილს თავალი სარის თავისა და კლდის წვერისთვის გაესწორებინა. ეს წერტილიც დანიშნა პალოთი.</p> <p>— ჰერბერტ, ხომ იცი გეომეტრიის ძირითადი დებულებანი? — ჰკითხა ინჟინერმა.</p> <p>— დიახ, ვიცი, სერ.</p> <p>— ხომ გახსოვს მსგავსი სამკუთხედების თვისება?</p> <p>— მათი შესაბამისი გვერდები პროპორციულად ერთიმეორეს უდრის.</p>	<p>დაკავშირებასა და მოდელირებაში?</p> <p>შეფასების კრიტერიუმები</p> <ul style="list-style-type: none"> რეალურ ცხოვრებაში, სამყაროში მიმდინარე მოვლენების აღწერა გეომეტრიული ობიექტების / ფიგურების მეშვეობით; გეომეტრიული ფიგურების ზომების გამოთვლა წესის შესაბამისად; მართკუთხა სამკუთხედში ტრიგონომეტრიული თანაფარდობების სწორად გამოყენება და ლოგიკური მსჯელობა; გეომეტრიული პრინციპების ცოდნის
--	---	--

	<p>— სწორია! აი, ახლა გამოვსახავ ორ ერთმანეთის მსგავს მართკუთხას სამკუთხედს...”</p> <p>დაჯერდნ დავალება:</p> <p>გამოიყენეთ ნახაზი ბ), გაიხსენეთ სამკუთხედების მსგავსების თვისება და უპასუხეთ კითხვებს:</p> <ol style="list-style-type: none"> ა) რა იქნება ორი სამკუთხედიდან უფრო პატარის პირველი კათეტი? მეორე კათეტი? ბ) რა იქნება ორი სამკუთხედიდან უფრო პატარის ჰიპოტენუსა? გ) რა იქნება ორი სამკუთხედიდან უფრო დიდის კათეტები? დ) რა იქნება ორი სამკუთხედიდან უფრო დიდის ჰიპოტენუსა? ე) რა დამოკიდებულებაა პალოდან სარამდე არსებული მანძილი სარისა და კლდის სიმაღლესთან? ვ) ჩამოაყალიბე, როგორ ამოიგნეს კლდის სიმაღლე პირდაპირი გაზომვის თავიდან აცილებით? ზ) გამოიანგარიშეთ კლდის სიმაღლე, თუ სარი იყო თორმეტი ფუტის სიგრძის, მანძილი სარიდან პალომდე - 15 ფუტი, ხოლო მანძილი პალოდან კლდის ძირამდე - ხუთასი ფუტი. <p>ეტიპი II. მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დავალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით;</p> <p><i>წინარე მასალის გახსენება</i></p> <table border="1" data-bbox="994 797 1243 1564"> <tr> <td data-bbox="994 1181 1243 1564">ფაქტობრივი კითხვები: რა?</td> <td data-bbox="994 797 1243 1181"> <ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება მართკუთხას სამკუთხედი? • რას უწოდებენ მართკუთხას სამკუთხედის გვერდებს? • რა თვისება გააჩნია </td> </tr> </table>	ფაქტობრივი კითხვები: რა?	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება მართკუთხას სამკუთხედი? • რას უწოდებენ მართკუთხას სამკუთხედის გვერდებს? • რა თვისება გააჩნია 	<p>გამოყენებით გეომეტრიული ფიგურებისა და მისი ელემენტების ერთმანეთთან დაკავშირება.</p>
ფაქტობრივი კითხვები: რა?	<ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება მართკუთხას სამკუთხედი? • რას უწოდებენ მართკუთხას სამკუთხედის გვერდებს? • რა თვისება გააჩნია 			

	<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<p>მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის ერთი კუთხე უდრის 30°-ს?</p> <ul style="list-style-type: none"> რა თვისება გააჩნია მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის ერთი კუთხე უდრის 45°-ს? როგორ ჩამოყალიბდება პითაგორას თეორემა? როდის არის ტოლი ორი მართკუთხა სამკუთხედი? როდის არის მსგავსი ორი მართკუთხა სამკუთხედი? 		
	<ul style="list-style-type: none"> მართკუთხა სამკუთხედში ორი ნებისმიერი გვერდის დახმარებით როგორ ვიპოვოთ მესამე გვერდი? რა შეიძლება ითქვას მართკუთხა სამკუთხედზე, რომლის კათეტი ორჯერ პატარაა ჰიპოტენუსზე? რა შეიძლება ითქვას მართკუთხა 			

		<p>სამკუთხედზე, რომლის კათეტები ტოლია?</p> <ul style="list-style-type: none"> • ორი მართკუთხა სამკუთხედის ტოლობისთვის ამ სამკუთხედების რამდენი და რომელი სიდიდეების (გვერდების, კუთხეების) ტოლობაა საკმარისი? • ორი მართკუთხა სამკუთხედის მსგავსებისთვის ამ სამკუთხედების რამდენი და რომელი სიდიდეების (გვერდების, კუთხეების) პროპორციულობაა საკმარისი ფიგურის რა თვისება/ თვისებები შენარჩუნდება ღერძული, ცენტრული სიმეტრიისას? <p>პარალელური</p>		
--	--	--	--	--

	<p>გადატანისას?</p>	
<p>ეტაპი III – კომპლექსურ დაგაღებაზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა</p> <p><i>ქვემოთ შემოთავაზებულია აქტივობები მოსწავლეს საკითხის უკეთ აღქმასა და გააზრებაში დაეხმარება.</i></p>	<p>საკითხი 1 /პარაგრაფი 1: ტრიგონომეტრიული თანაფარდობები მართკუთხა სამკუთხედში.</p> <p>ქვესაკითხები: მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის სინუსის, კოსინუსის და ტანგენსის განმარტება.</p>	
	<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> რას ეწოდება მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის სინუსი? რას უდრის 30°-ის, 45°-ის, 60°-ის სინუსი? რას ეწოდება მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის კოსინუსი? რას უდრის 30°-ის, 45°-ის, 60°-ის კოსინუსი? რას ეწოდება მართკუთხა სამკუთხედში მახვილი კუთხის ტანგენსი? რას უდრის 30°-ის, 45°-ის, 60°-ის ტანგენსი? 	

	<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რაზეა დამოკიდებული კუთხის სიწესის მნიშვნელობა? • რაზეა დამოკიდებული კუთხის კოსინუსის მნიშვნელობა? • რა შუალედშია მოქცეული მახვილი კუთხის სინუსი? კოსინუსი? • რაზეა დამოკიდებული კუთხის ტანგენსის მნიშვნელობა? • რა შუალედშია მოქცეული მახვილი კუთხის ტანგენსი? <ul style="list-style-type: none"> • ტრიგონომეტრია საშუალებას გვაძლევს დავაკვიროთ ელემენტები ორგანზომილებიან გეომეტრიულ ფიგურებში.
	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<p>საკითხი 2: კუთხის ტრიგონომეტრიული მნიშვნელობების გამოყენება</p> <p>ქმესაკითხები: მართკუთხა სამკუთხედის გვერდების ერთმანეთთან დაკავშირება მახვილი კუთხეების დახმარებით. პრაქტიკულ სიტუაციებში კუთხის სიწესის (კოსინუსის, ტანგენსის) გამოყენება.</p>
	<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ ვიპოვოთ კათეტი და მოპირდაპირე კუთხით მეორე კათეტი? ჰიპოტენუსა? • როგორ ვიპოვოთ კათეტი და მიმდებარე კუთხით მეორე კათეტი? ჰიპოტენუსა? • როგორ ვიპოვოთ ჰიპოტენუსი და ერთ-ერთი

		<p>მახვილი კუთხით სამკუთხედის კათეტები? როგორ მოგვებნოთ ორი კათეტის საშუალებით მახვილი კუთხის სინუსი (კოსინუსი, ტანგენსი)?</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ მოგვებნოთ კათეტისა და ჰიპოტენუზის საშუალებით მახვილი კუთხის სინუსი (კოსინუსი, ტანგენსი)? • როგორ შეიძლება მართკუთხა სამკუთხედში ერთი გვერდისა და მახვილი კუთხის დახმარებით დანარჩენი გვერდების გამოთვლა? • შესაძლებელია მახვილი კუთხის სინუსის (კოსინუსის, ტანგენსის) მნიშვნელობის გამოყენება პრაქტიკული სიტუაციიდან მიღებულ სამკუთხედში? რატომ? • როგორაა შესაძლებელი კუთხის ტრიგონომეტრიული მნიშვნელობების დახმარებით გადაიჭრას პრაქტიკული ამოცანები. (სადაც შეიძლება შეგვხვდეს მართკუთხა სამკუთხედი).
	<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ტრიგონომეტრია საშუალებას გვაძლევს
	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	

		<p>დავაკავშიროთ ელემენტები ორგანოზომილებიან გეომეტრიულ ფიგურებში.</p> <ul style="list-style-type: none"> • კვლევის მეშვეობით შესაძლებელია ახალი კავშირების აღმოჩენა და დადგენა <p>ეტაპი IV - თუ მოსწავლემ ვერ დასძლია პროგრამა, განზავითარებელი შეფასების მიცემის შემდეგ სასურველია, შეასრულოს დავალება თავიდან (მინიშნება: შემდეგი კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა);</p>	
		<p>კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის დროს მოსწავლეებისთვის მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები:</p> <p>სასურველია კითხვები დაისვას ისე, რომ მოსწავლემ გაიაზროს, რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა (გთავაზობთ, კითხვები დასვით პოლიას მეთოდით).</p>	

	<p>1. პრობლემის/საკითხის გაგება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რაში მდგომარეობდა სამუშაო, რა იყო გასაკეთებელი? ჩამოაყალიბეთ თქვენი სიტყვებით • შეგისრულებიათ თუ არა მსგავსი დავალება? • როგორ ფიქრობთ, მხოლოდ კუთხის საზომი ხელსაწყოთს გამოყენებით, შესაძლებელია გამოვთვალოთ მიუდგომელი ობიექტის სიმაღლე? • მართკუთხა სამკუთხედში კათეტითა და ერთი მახვილი კუთხის საშუალებით მოიძებნება ჰიპოტენუზა? <p>2. გეგმის შემუშავება</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ დაგეგმეთ სამუშაო? • რა სტრატეგიები დასახეთ დავალების შესასრულებლად? • როგორ წარმართეთ სამუშაო პროცესი? <p>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • რა სამუშაოები შეასრულეთ? • რისი ცოდნა დაგეხმარათ გამოთვლების წარმოებაში? • რთული იყო თუ არა თქვენთვის მუშაობა? • გაქვთ თუ არა დეტალურად წარმოდგენილი პროცესის აღწერა და დასკვნა? <p>4. შეფასება</p> <ul style="list-style-type: none"> • კიდევ როგორ იქნებოდა შესაძლებელი კლდის სიმაღლის დადგენა? ხომ არ გიფიქრიათ ან იფიქრებთ სამომავლოდ? • სად შეიძლება გამოგადგეთ მიღებული ცოდნა? 	
--	--	--

V თავი

1. სამკუთხედის მსგავსება

რეზიუმე:

მოსწავლეები გაეცნობიან მსგავს სამკუთხედებს, მსგავსების ფაქტის სწორად ჩანერას და ამ ჩანაწერიდან პროპორციის ამოწერას; გაეცნობიან იმ ფაქტს, რომ სამკუთხედის ფუძის პარალელური მონაკვეთი ამ სამკუთხედიდან მოკვეთს მისსავე მსგავს სამკუთხედს.

ამოხსნები, მითითებები:

1. ა) ჭეშმარიტია; ბ) ჭეშმარიტია; გ) ჭეშმარიტია; დ) ჭეშმარიტია; ე) მცდარია.

2. ამოცანის განხილვამდე მოსწავლეებს ვაჩვენოთ, რომ მსგავსი სამკუთხედების პერიმეტრები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც შესაბამისი გვერდების სიგრძეები. მართლაც, თუ ერთი სამკუთხედის გვერდებია a ; b ; c და k მსგავსების კოეფიციენტი, მაშინ მეორე სამ-

კუთხედის გვერდები იქნება ak ; bk ; ck და $\frac{P_1}{P} = \frac{k(a+b+c)}{a+b+c} = k$, ამის შემდეგ $\frac{P_{\Delta MNB}}{P_{\Delta ABC}} = \frac{3}{15}$

$$\frac{P_{MBN}}{31} = \frac{3}{15} \quad P_{MBN} = \frac{31}{5}.$$

$$3. \frac{AM}{MB} = \frac{AB - MB}{MB} = \frac{AB}{MB} - 1 = \frac{AC}{MN} - 1 = \frac{15}{3} - 1 = 4:1.$$

$$5. \frac{MN}{AB} = \frac{CM}{AC} = \frac{3}{5} \quad AB=10 \quad R = \frac{AB}{2} = 5.$$

7. $0,8:1,6:2=2:4:5$. სამკუთხედის გვერდები იქნება $2x$, $4x$ და $5x$. $11x=5,5$, $x=0,5$. სამკუთხედის გვერდებია 1 მ, 2 მ და $2,5$ მ.

8. მითითება: ფერდების გაგრძელებების გადაკვეთის წერტილი შევავროთ დიდი ფუძის შუაწერტილთან და ვაჩვენოთ, რომ პატარა ფუძეც გადაიკვეთა მის შუა წერტილში.

9. მეორე სამკუთხედის გვერდების შეფარდებაა $6:9:12=2:3:4$, ე. ი. მისი გვერდების სიგრძეები შეგვიძლია აღვნიშნოთ $2x$; $3x$ და $4x$ -ით.

ამოცანას აქვს 3 ამოხსნა:

I. $2x=24 \Rightarrow x=12$

II. $3x=24 \Rightarrow x=8$

III. $4x=24 \Rightarrow x=6$.

10. პირველი ველოსიპედისტი პუნქტში ჩავიდა $80:10=8$ საათში, მეორე კი $80:20+3=7$ საათში.

ა) უფრო ადრე ჩავიდა მეორე ველოსიპედისტი;

ბ) ველოსიპედისტები შეხვდნენ ორჯერ.

მეორე ველოსიპედისტი გაჩერდა A-დან 40კმ-ის დაშორებით და იცდიდა 3 საათი. 40კმ-ის გავლას პირველმა მოანდომა 4სთ. ე. ი. პირველად შეხვდნენ A-დან 40კმ-ში. მეორე ველოსიპედისტმა მოძრაობა განაახლა მოძრაობის დაწყებიდან 5 საათში. ამ მომენტისთვის პირველი მას უსწრებდა 10კმ-ით. ე. ი. მეორე დაენევა 1 საათში, ანუ მოძრაობის დაწყებიდან 6 საათში, ე. ი. დაენევა A-დან 60კმ-ის მანძილზე. გ) 4 საათით ადრე.

2. სამკუთხედების მსგავსების | ნიშანი

რეზიუმე:

ნინა კლასში უკვე გავეცანით ფიგურათა მსგავსებას, მსგავსი სამკუთხედების თვისებებს. სასურველია გაკვეთილი დავინწყოთ მსგავსი ფიგურების გამეორებით, გავიხსენოთ და დავამტკიცოთ თეორემები წრენიში პროპორციული მონაკვეთების შესახებ. შესაბამისი მსგავსი სამკუთხედების აღნიშვნის შემდეგ, მეორე თეორემა დავამტკიცებინოთ მოსწავლეებს.

ამოხსნები, მითითებები:

1. $\triangle BDC \sim \triangle DAB$ $AD=8$ სმ.

2. $DO+OE=14$ და $\triangle AOE \sim \triangle BOD$. $OE=6$ სმ და $OD=8$ სმ.

3. $\triangle ADC \sim \triangle BCA$; $CD=3$ სმ და $BD=9$ სმ.

4. $\triangle ABC$ $\angle C=90^\circ$; $CB=9$; $\angle B=60^\circ \Rightarrow AB=18$ ჩახაზულია $MNBP$ რომბი. $\triangle MAN \sim \triangle CAB$, საიდანაც $MN=6$ სმ.

5. დიაგონალების გადაკვეთის O წერტილზე გავავლოთ $OM \parallel BC$ $M \in AB$. $\triangle BFE \sim \triangle MFO$, საიდანაც $BE = \frac{bc}{a+2c}$.

7. $\triangle ABC \sim \triangle DCA$, საიდანაც $AC=18$ სმ.

9. $\triangle ABC \sim \triangle NKM$, საიდანაც $\frac{AB}{NK} = \frac{BC}{KM}$, საიდანაც $KM=3$

11. პარალელოგრამში $a \cdot h_a = b \cdot h_b$, ე.ი. $h_b=64$ დმ.

12. $S_{ABCD} = AD \cdot DC = 65$.

$S_{BCD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{65}{2}$, ამავე დროს $S_{BCD} = \frac{1}{2} BH \cdot EC = 13$, ე.ი. $\frac{65}{2} = \frac{BH \cdot 13}{2}$ $BH=5$.

13. $z = \frac{1}{xy}$, ჩავსვათ,

$$S = \frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+\frac{1}{x}} + \frac{1}{1+\frac{1}{xy}+\frac{1}{y}} = \frac{1}{1+x+xy} +$$

$$+ \frac{x}{1+x+xy} + \frac{xy}{1+x+xy} = \frac{1+x+xy}{1+x+xy} = 1$$

3. სამკუთხედების მსგავსების II ნიშანი

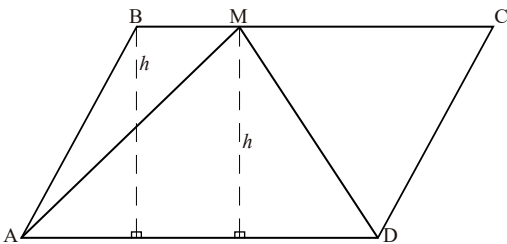
რეზიუმე:

პარაგრაფი იწყება წყვილებისათვის განკუთვნილი სამუშაოთი, რის შემდეგაც მოსწავლეებს ვთხოვთ ამ ამოცანის საფუძველზე გამოთქვან ვარაუდი. შემდეგ ვაყალიბებთ სამკუთხედების მსგავსების II ნიშანს და ვამტკიცებთ. შემდეგ არის ინდივიდუალური შეკითხვები, 1) მც; 2) მც; 3) მც; 4) ქ; 5) მც; 6) ქ. მაღალ შეფასებას იმსახურებს მოსწავლე, შემდეგი ამოცანების ამოხსნით 7; 8; 10; 12.

ამოხსნები, მითითებები:

4. $\angle A$ საერთოა. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$, ე.ი. მსგავსია.

6. $DF = \frac{3}{4}BC \Rightarrow DF = 3y$ და $BC=4y$
 $AB = \frac{4}{3}DE \Rightarrow AB = 4x$ და $DE=3x$) $\Rightarrow AC = 7m; EF = 3m$
 $7m = 5m = \frac{5}{7} \Rightarrow AC = \frac{20}{7}; EF = \frac{15}{7}$



7. მოსწავლეებს ვაჩვენოთ, რომ თუ M არის BC გვერდის ნებისმიერი ნერტილი, მაშინ $S_{\triangle AMD} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$

. სასურველია, ეს ფაქტი დაიმასხვრონ, როგორც თეორემა.

8. BC გვერდზე A წვეროდან დაშვებული სიმაღლე 3-ის ტოლია, ხოლო $BC=b$, ე.ი. $\frac{3 \cdot b}{2} = 18$, $b=12$.

9. $100^{20} = 10000^{10} > 9850^{10}$.

10. $4m^2 - 12m + 10 = 4(m^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}m + \frac{9}{4}) + 1 = 4(m - \frac{3}{2})^2 + 1$. გამოსახულება უმცირეს მნიშვნელობას იღებს, როცა $m = \frac{3}{2}$, უმცირესი მნიშვნელობაა 1.

11. $x_0=2; y_0=f(x_0)=-5$ მივიღეთ სისტემა

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = \frac{k^2 + 3k - 6}{2k} = 2$$

$$y_0 = f(x_0) = f(2) = -5$$

12. $\begin{cases} xy + xz = 5 \\ xy + yz = 10 \\ xz + zy = 13 \end{cases}$ შევკრიბოთ $xy+xz+yz=14$. მიღებულ განტოლებას გამოვაკლოთ სისტემის თითოეული განტოლება, მივიღებთ: $\begin{cases} yz = 9 \\ xz = 4 \\ xy = 1 \end{cases}$ საიდანაც $x^2y^2z^2=36$, ე.ი. $xyz=\pm 6$, $x=\pm \frac{2}{3}$, $y=\pm \frac{3}{2}$, $z=\pm 6$.

14. ა) მცდარია; ბ) ქეშმარიტია; გ) მცდარია; დ) მცდარია (შეიძლება იყოს საერთო შიგა მხები).

4. სამკუთხედების მსგავსების III ნიშანი

რეზიუმე:

პარაგრაფი იწყება წყვილებისათვის განკუთვნილი ამოცანით. შემდეგ ვაყალიბებთ და ვამტკიცებთ სამკუთხედების მსგავსების III ნიშანს. ინდივიდუალური შეკითხვების პასუხები:

1) ა) კი; ბ) არა. 2) ა) ჭ; ბ) ჭ. 3) ჭ; 4) მც; 5) ჭ.

მაღალი შეფასებისთვის განკუთვნილი ამოცანებია N2, 3, 11.

ამოხსნები, მითითებები:

2. კვადრატის გვერდი აღენიშნოთ x -ით $\frac{x}{4} = \frac{12-x}{12}$, საიდანაც $x=3$ სმ.

3. $\frac{BF}{420 + BF} = \frac{5}{12}$, საიდანაც $BF=300$ სმ.

4. $\triangle AEF \sim \triangle CED$. $\frac{AF}{CD} = \frac{AE}{CE}$, საიდანაც $AF = \frac{am}{n}$, ე.ი. $BF = \frac{a(m-n)}{n}$.

8. $S_{BDE} = \frac{1}{2} DE \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5\sqrt{2} = 25\sqrt{2}$.

10. პირველი რიცხვია $36x$, მეორე - $36y$, სადაც უსგ($x;y$)=1. $36x + 36y = 432 \Rightarrow x + y = 12$. შევარჩევთ იმის გათვალისწინებით, რომ x და y ურთიერთმარტივია.

$$11. \begin{cases} xy(x+y) = 30 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} \cdot 3 \\ + \end{array} \right. \begin{cases} 3x^2y + 3xy^2 = 90 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$(x+y)^3 = 125 \quad \text{სისტემის ამონახსნებია (2;3) (3;2).}$$

12. $S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot BO = 9$ ე.ი. $B(-3;0)$ $A(0;6)$ A და B წერტილებზე გამავალი წრფის განტოლება იქნება $y=2x+6$, ე.ი. $k=2$, $b=6$, $k+b=8$.

13. რადგან $\frac{n}{2}$ სრული კვადრატია ე.ი. ერთი თანამამრავლი უნდა იყოს 2^3 , რადგან $\frac{n}{3}$ კუბია, მეორე თანამამრავლია 3^4 მიღებული რიცხვია $2^3 \cdot 3^4$.

$$14. \frac{n^3 - 2n^2 + 3}{n-2} = \frac{n^2(n-2) + 3}{n-2} = n^2 + \frac{3}{n-2}$$

$$n-2 = \begin{cases} 1 \\ -1 \\ 3 \\ -3 \end{cases} \quad \text{ე.ი. } n=3; 1; 5; -1, \text{ რადგან } n \text{ უნდა იყოს ნატურალური, ე.ი. } n=3; 1; 5.$$

$$15. \text{უნდა ამოვხსნათ სისტემა} \begin{cases} a^2 - 3a + 2 = 0 \\ a^2 - 5a + 4 = 0 \\ a^2 - a = 0 \end{cases} a=1.$$

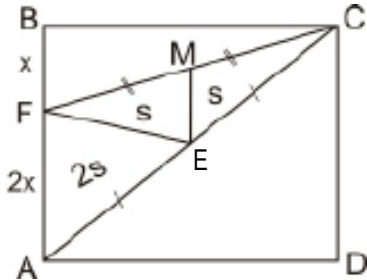
$$16. x_1 x_2 < 0 \Rightarrow \left\{ \frac{a^2 - 4a}{2} < 0 \quad D > 0 \right. \text{ რადგან კვადრატულ განტოლებას აქვს მაქსიმუმ,}$$

ორი ამონახსნი, ე.ი. განტოლება წრფივია, რომელსაც უამრავი ამონახსნი აქვს.

5. პროპორციული მონაკვეთები მსგავს სამკუთხედებში

რეზიუმე: არსებითია, რომ მოსწავლეებს კარგად ესმოდეთ, რომ მსგავს სამკუთხედებში ყველა შესაბამისი წრფივი ელემენტების შეფარდება შესაბამისი გვერდების შეფარდების ტოლია და შეეძლოთ ამ ფაქტის გამოყენება ამოცანების ამოხსნის დროს.

ამოხსნები, მითითებები:



$$5. S_{MEC}=S; S_{FEC}=2S; S_{AFC}=4S. S_{FBC}=\frac{1}{2}S_{AFC}=2S. \text{ ე.ი. } S_{ABC}=6S;$$

$$S_{ABCD}=12S=36. \text{ მივიღეთ: } AB=6, AF=4 \text{ და } ME=2.$$

$$6. 2x+3x=20 \quad x=4.$$

$$R_1=2x=8, R_2=12.$$

6. მსგავსი სამკუთხედების ფართობების შეფარდება

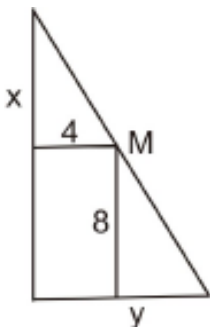
რეზიუმე:

პარაგრაფი იწყება წყვილებისათვის განკუთვნილი სამუშაოთი, რის შემდეგაც ვამტკიცებთ თეორემას მსგავსი სამკუთხედების ფართობების შეფარდების შესახებ. შემდეგ ვიხილავთ პარაგრაფში გარჩეულ ამოცანებს.

მაღალი შეფასებისათვის განკუთვნილი ამოცანებია 5, 12, 14, 15, 16.

ამოხსნები, მითითებები:

$$1. \frac{10}{p} = \frac{1}{2} \quad p = 20.$$

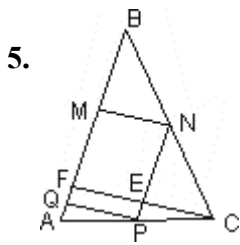


$$3. \begin{cases} \frac{x}{8} = \frac{4}{y} \\ 2x + 4y = 68 \end{cases}$$

$$y=1 \text{ ან } 16$$

$$x=32 \text{ ან } 2.$$

$$4. \frac{x}{a} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} - x}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}, \text{ საიდანაც } x = a\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) \quad S_{\triangle} = 3a^2(7 - 4\sqrt{3}).$$

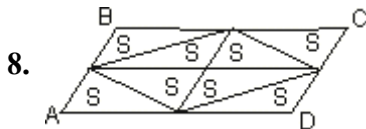


5. AC გვერდზე დაშვებული სიმაღლე $12\sqrt{\frac{2}{5}}$ -ია. $CF \perp AB$

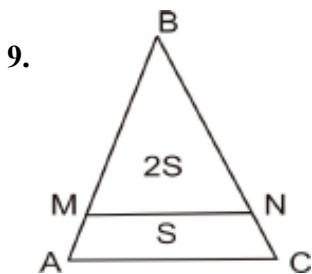
$$CF \cdot AB = 12\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot AC, \text{ საიდანაც } CF = \frac{24}{5}. \Delta CFB \sim \Delta NMB.$$

$$\frac{CF}{CB} = \frac{MN}{BN} \quad \frac{\frac{24}{5}}{8} = \frac{x}{8-x}, \text{ საიდანაც } x=3.$$

7. შუამონაკვეთების გავლების შედეგად მიიღება 4 ტოლი სამკუთხედი.

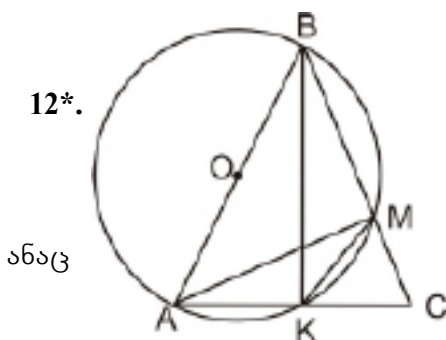


8. $S = \frac{S_{ABCD}}{2} = 12.$



9. $\frac{MB^2}{AB^2} = \frac{2}{3}; \quad \frac{MB}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \text{ საიდანაც } \frac{MB}{AM} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+2}{1}.$

11. მოცემული სამკუთხედის ფართობია 360. $\frac{S}{360} = \left(\frac{54}{36}\right)^2 \quad s=810.$



12*.

$$BC = \sqrt{40} \quad CK \cdot AC = CM \cdot CB \text{ (მკვეთების თვისება)}$$

ანაც $\text{ე.ი. } \frac{KC}{MC} = \frac{BC}{AC} \text{ ე.ი. } \Delta KMC \sim \Delta BCA, \frac{S_{KMC}}{S_{ABC}} = \frac{KC^2}{BC^2}, \text{ საიდანაც}$

$$S_{KMC} = \frac{6}{5} \quad S_{AKMB} = 12 - \frac{6}{5} = \frac{54}{5}$$

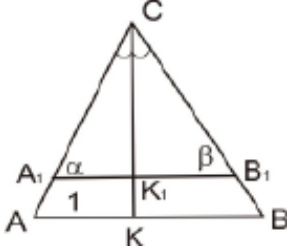
14.
$$\begin{cases} a+b+P=1 \\ b+a+c=-2 \\ c-4=-5 \end{cases} \begin{cases} P=2 \\ a+b=-1 \\ c=-1 \end{cases} \quad p=2.$$

16. $360^{\circ} = 21^{\circ} \cdot 17 + 3^{\circ}$. დავხაზოთ წრენი, გავავლოთ OA_1 რადიუსი და გადავდოთ $\angle A_1OA_2 = 21^{\circ}$. შემდეგ იმავე მიმართულებით გადავდოთ $\angle A_2OA_3 = 21^{\circ}$ და ა.შ. $\angle A_{16}OA_{17} = 21^{\circ}$ მიღებული $\angle A_{17}OA_1$ იქნება 3° -იანი. რადგან $21^{\circ} = 7 \cdot 3^{\circ}$, ამიტომ მოცემული კუთხის გვერდებიდან მიმდევრობით გადავდებთ 3° -იან კუთხეს 6-ჯერ.

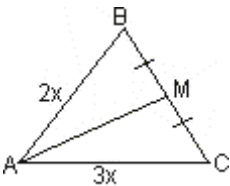
17*. $[x] + \{x\} = x$, ე.ი. ვლელბულობთ $x \geq |x|$, რაც შესაძლებელია, თუ $x \geq 0$.

8. მსგავსების მეთოდი გეომეტრიულ აგებუბში

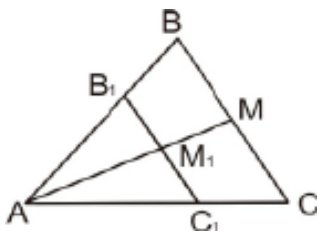
ამოხსნები, მითითებები:

1.  ავავოთ ნებისმიერი სამკუთხედი α და β კუთხეებით, შემდეგ A_1CB_1 სამკუთხედში გავატაროთ C კუთხის CK_1 ბისექტრისა, გადავზომოთ CK_1 სხივზე CK ბისექტრისის ტოლი მონაკვეთი. K წერტილზე გავავლოთ A_1B_1 წრფის პარალელური წრფე, რომელიც C კუთხის გვერდებს კვეთს საძიებელ A და B წერტილებში.

2. ავავოთ საძიებელი ABC სამკუთხედის მსგავსი $A_1B_1C_1$ სამკუთხედი ორი კუთხით. გავავლოთ B კუთხიდან BK_1 სიმაღლე. BK_1 სხივზე B წერტილიდან გადავდოთ BK სიმაღლის ტოლი მონაკვეთი. K წერტილზე გავავლოთ $AC \parallel A_1C_1$ B კუთხის გვერდებთან გადაკვეთამდე.



3. დავხაზოთ საორიენტაციო ნახაზი.



აგება: ავავოთ A კუთხე, მის გვერდებზე გადავზომოთ AB_1 და AC_1 მონაკვეთები ისე, რომ $AB_1:AC_1=2:3$. B_1 და C_1 წერტილები შევავერთოთ. AB_1C_1 სამკუთხედში გავავლოთ B_1C_1 გვერდის მედიანა AM_1 . AM_1 სხივზე გადავდოთ AM მედიანის ტოლი მონაკვეთი. M წერტილზე გავატაროთ B_1C_1 -ის პარალელური წრფე A კუთხის გვერდებთან გადაკვეთამდე B და C წერტილებში საძიებელი სამკუთხედი ABC .

4. იხილეთ ამოცანა 3.

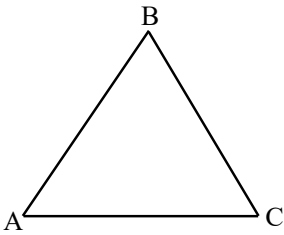
5. მართი კუთხის წვეროდან მის გვერდებზე გადავზომოთ CA_1 და CB_1 მონაკვეთები ისე, რომ $CA_1:CB_1$ იყოს მოცემული შეფარდება. გავავლოთ A_1CB_1 სამკუთხედის CM_1 მედიანა. CM_1 სხივზე გადავდოთ CM მონაკვეთი, რომელიც მოცემული ჰიპოტენუზის ნახევრის ტოლია. ამ წრფის გადაკვეთის წერტილები კუთხის გვერდებთან საძიებელი სამკუთხედის წვეროებია.

8*. $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3 = 10,5$.

9. ჩავსვათ განტოლებაში x -ის მაგივრად 3. მივიღებთ:

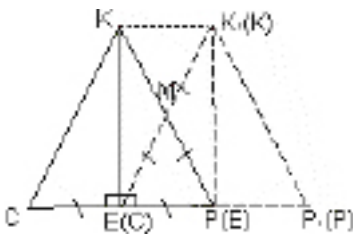
$$9a + 3a - 3 - 6 = 0 \quad a = \frac{3}{4}$$

10. 3^{4k} -ს ბოლო ციფრია 1, ე.ი. $1983^{1984+4} = \dots 1 + 4 = \dots 5$, ე.ი. იყოფა 5-ზე.



11*. $\sqrt{x^2 + (1-y)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (y-1)^2}$ არის მანძილი $A(0;1)$ და $B(x;y)$ წერტილებს შორის, ანალოგიურად $\sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2}$ არის მანძილი $B(x;y)$ და $C(1;0)$ წერტილებს შორის. $AB+BC$ უმცირესია, როცა $B \in AC$ მონაკვეთს ანუ $AB+BC$ -ს უმცირესი მნიშვნელობა AC მონაკვეთის სიგრძეა და ტოლია $\sqrt{2}$.

12. $b^2 - 4ac = 23$; b^2 -ის 4-ზე გაყოფის შესაძლო ნაშთებია 0, 1; 23-ის კი 3. $4ac = b^2 - 23$, $b^2 - 23$ არ იყოფა 4-ზე.



13. ჩანანერი $P(E)$ ნიშნავს, რომ ამ პარალელური გადატანისას P წერტილში გადადის P_1 წერტილში.

ცხადია, EKK_1P მართკუთხედი, მაშასადამე

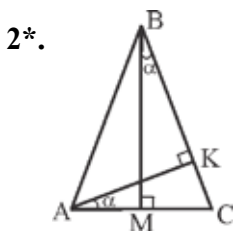
$$PM = EM$$

$$P_{PMK_1P_1} = PM + MK_1 + K_1P_1 + P_1P \Rightarrow P = 14 + 14 + 7 = 35$$

$$PP_1 = 7$$

V თავის დასაბუთო საპარჯიშოები

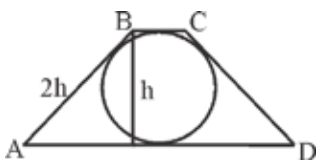
1. სამკუთხედის ფუძე $a = \frac{2S}{h} = \frac{22}{\sqrt{11}} = 2\sqrt{11}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} = 1$, $\alpha = 45^\circ$. შეიძლება შევახსენოთ მოსწავლეებს, თუ მედიანა შესაბამისი გვერდის ნახევარია, ეს სამკუთხედი მართკუთხაა და თუ იგი ამავე დროს ტოლფერდაა, ე.ი. ფუძესთან მდებარე კუთხე 45° -ია.



2*. $\angle KAC = \angle MBC$. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ე.ი. შეგვიძლია შემოვიტანოთ აღნიშვნა $MC = 3x$,

მაშინ $BC = 5x$, $BM = 4x$, $P_{\triangle ABC} = 8x$. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4x \cdot 6x = 12x^2$. $12x^2 = 48$. $x = 2$.

$$r = \frac{S}{P} = \frac{48}{8 \cdot 2} = 3.$$



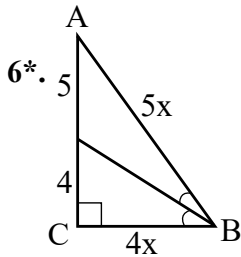
3. რადგან ტრაპეცია შემოხაზულია და $AD+BC = AB+CD = 4h$. $S_{ABCD} = 2h^2$.

$$2h^2 = 72, h = 6, r = \frac{h}{2} = 3.$$

სასურველია მოსწავლეებს ვუთხრათ, რომ ხშირ შემთხვევაში არ არის საჭირო წრეწირის ჩახაზვა, რადგან ეს ფაქტი შეგვიძლია ტრაპეციისთვის ასე ჩამოვაყალიბოთ: ტრაპეციაში წრეწირი ჩაიხაზება, ანუ 1) $h = 2r$; 2) ფერდების ჯამი ფუძეების ჯამის ტოლია.

4. მოცემული ფუძით და ფერდით ვპოულობთ პირველ დიაგონალს, მისი სიგრძეა 4, ხოლო რადგან მეორე დიაგონალი კუთხეს შუაზე ყოფს, ზედა ფუძე მოცემული ფერდის ტოლია. ვპოულობთ სიმაღლეს დიაგონალით შედგენილი მართკუთხა სამკუთხედიდან $h = \frac{12}{5}$ და $S = \frac{3+5}{2} \cdot \frac{12}{5} = \frac{48}{5}$.

5. რადგან ყველა რომბში წრენირი ჩახაზება, ჩახაზვის პირობა გვაძლევს მხოლოდ იმას, რომ $h=2r$. რომბში ჩახაზული წრენირის დიამეტრი რომბის სიმაღლის ტოლია, ე.ი. $a=4r$, საიდანაც მივიღებთ, რომ რომბის მახვილი კუთხე 30° -ია.
 $S=a^2 \sin 30^\circ = 25$, $a^2=50$, $a=5\sqrt{2}$.



$$AC=3x=9 \Rightarrow x=3.$$

$$S=\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 4x=54 \text{ სმ}^2.$$

$$7*. \begin{cases} S = 24 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab = 48 \\ a^2 + b^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+b)^2 = 196 \\ ab = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 14 \\ ab = 48 \end{cases}$$

ვიეტას შეზღუდული თეორემის თანახმად, a და b არის $x^2-14x+48=0$ განტოლების ამონახსნები, ანუ 8 და 6. $r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{8+6-10}{2} = 2$ სმ.

8*. ვიცით, რომ დიაგონალები გადაკვეთის წერტილით იყოფა ფუძეების პროპორციულ მონაკვეთებად, ე.ი. 1:3. სიმაღლით და დიაგონალით შექმნილ სამკუთხედში გავლებულია ფუძის პარალელური წრფე. ე.ი. სიმაღლეც გაიყოფა 1:3 შეფარდებით.

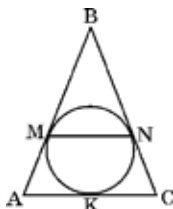
9*. მსგავსი სამკუთხედების გვერდების სიგრძეებია $2x$; $5x$ და $4x$. $11x=55$, ე.ი. $x=5$. გვერდებია: 10; 25 და 20.

10*. პირველის გვერდებია: $6x$; $7x$ და $8x$, მეორის კი — $6y$; $7y$ და $8y$. უმცირესი გვერდების ჯამია:

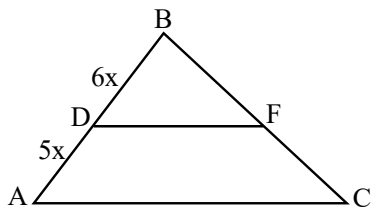
$$6x+6y=38. \text{ შეფარდება } 6x:6y=10:9.$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{10}{9} \\ 3(x+y) = 19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10n \\ y = 9n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{1}{3} \\ x = \frac{10}{3} \\ y = \frac{9}{3} = 3 \end{cases}$$

ე.ი. პირველი სამკუთხედის გვერდებია 20 ; $\frac{70}{3}$ და $\frac{80}{3}$; მეორის კი — 18; 21 და 24.



$$11*. AM=AK=KC=CN=10; \text{ სამკუთხედების მსგავსებიდან } \frac{MN}{20} = \frac{MB}{AB}.$$



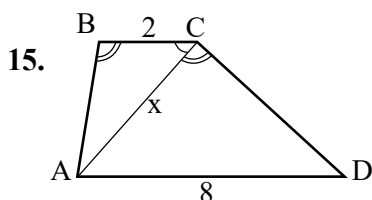
12.

$$\triangle ABC \sim \triangle DBF \Rightarrow \frac{6x}{11x} = \frac{BF}{22} \Rightarrow BF=12.$$

13. $\triangle ABD$ და $\triangle ACB$ -ში $\angle ABD = \angle ACB$ მოცემულობის თანახმად; $\angle A$ საერთოა, ე.ი. ისინი მსგავსია, $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$, აქედან $AD=6,4$, ე.ი. $DC=3,6$.

14. თუ $BM=BN=x$, მაშინ $AM=MC=18-x$, მაშინ MN მონაკვეთი ტოლია $40 - (12+2)(18-x) = 2x-8$.

$$\triangle MNB \sim \triangle ABC \quad \frac{x}{18} = \frac{2x-8}{12}, \text{ აქედან ვღებულობთ } x=MB=6.$$

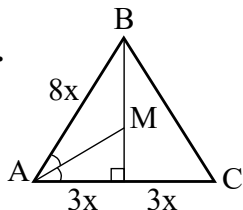


15.

$$\triangle ABC \sim \triangle DCA \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{x}{8} \Rightarrow x=4.$$

16. წრენიის A წერტილიდან BD დიამეტრზე დაფუშვით AK მართობი. $\triangle ABD$ მართკუთხაა, AK კი მართი კუთხის წვეროდან ჰიპოტენუზაზე დაშვებული მართობი, ანუ $AK^2 = 3 \cdot 12 \Rightarrow AK=6$ სმ.

17.



ჩახაზული წრენიის ცენტრი მდებარეობს A კუთხის ბისექტრისაზე.

$$\text{ე.ი. } \frac{8x}{3x} = \frac{20-r}{r} \Rightarrow 8r=60-3r \Rightarrow 11r=60 \Rightarrow r=\frac{60}{11}.$$

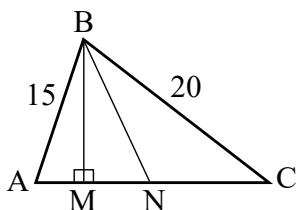
18. ნახაზზე განხილულია შემთხვევა:

$$\triangle ABD \Rightarrow \frac{AB}{8} = \frac{3x}{2x} \Rightarrow AB=12.$$

$$\triangle ABC \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{8}{10} \Rightarrow \frac{12}{AC} = \frac{4}{5} \Rightarrow AC=15.$$

ანალოგიურად ამოიხსნება, თუ $OA=2x$ და $OD=3x$. არ აკმაყოფილებს სამკუთხედის უტოლობას.

19.

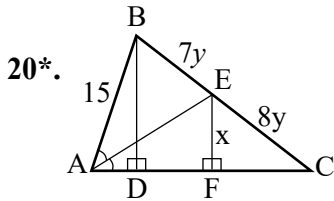


$$\triangle ABC \Rightarrow 15^2 = AM \cdot AC \Rightarrow 15^2 = AM \cdot 25 \Rightarrow AM=9. \quad MC=25-9=16. \quad \text{BN ბისექტრისაა, ე.ი.}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AN}{25-AN} \Rightarrow \frac{15}{20} = \frac{AN}{25-AN}.$$

$$75-3AN=4AN \Rightarrow 7AN=75 \Rightarrow AN=\frac{75}{7}. \quad MN = AN-AM = \frac{75}{7}-9 = \frac{12}{7}. \quad \text{პასუხი: } 9; \frac{12}{7} \text{ და } \frac{100}{7}.$$

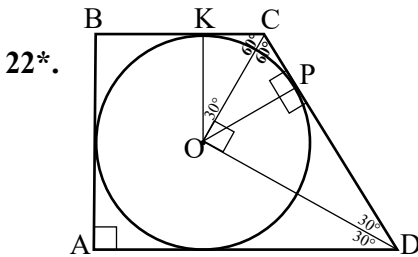
მოსწავლეებს ვუთხრათ, რომ მათ შეუძლიათ გააკეთონ ორი ნახაზი: 1) სიმაღლით; 2) ბისექტრისით და იპოვონ მონაკვეთების სიგრძეები, შემდეგ კი შეაჯერონ პასუხები.



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{BC} = \frac{7}{8}.$$

$$\triangle BDC \sim \triangle EFC \Rightarrow \frac{BD}{EF} = \frac{BC}{EC} \Rightarrow \frac{30}{x} = \frac{15y}{8y} \Rightarrow x=16.$$

21*. საერთო გარე მხებს ვიპოვით ფორმულით. შემდეგ მსგავსებიდან ვიპოვით დანარჩენი მონაკვეთების სიგრძეებს.

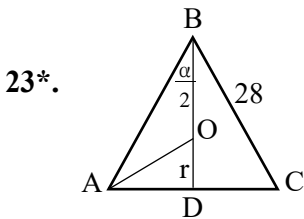


ვიცით, რომ ტრაპეციაში ჩახაზული წრენილის ცენტრიდან ფერდი ჩანს მართი კუთხით.

$$\triangle KCO \Rightarrow KC=5, \text{ ე.ი. } CP=5. \triangle COD \Rightarrow OC^2=CP \cdot CD \Rightarrow 10^2=5 \cdot CD \Rightarrow CD=20.$$

$$r^2=CP \cdot PD=5 \cdot 15 \Rightarrow r=5\sqrt{3}.$$

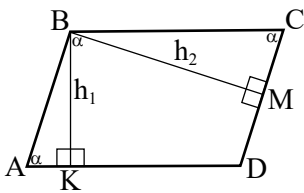
$$AB+CD=BC+AD \Rightarrow P_{ABCD}=2(AB+CD)=2(10\sqrt{3} + 20) = 20(\sqrt{3} + 2).$$



$$\frac{BD}{AB} = \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \frac{BD}{28} = \frac{1}{7} \Rightarrow BD=4$$

$$\triangle ABD \Rightarrow OD^2=28^2-4^2=32 \cdot 24 \Rightarrow OD=16\sqrt{3}.$$

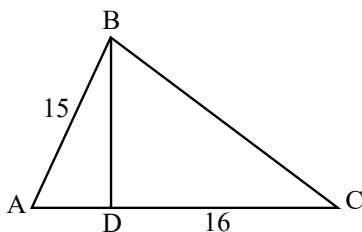
$$\triangle ABD \Rightarrow \frac{BO}{OD} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{28}{16\sqrt{3}} = \frac{4-r}{r} \Rightarrow 7r = 16\sqrt{3} - 4\sqrt{3}r \Rightarrow r = \frac{16\sqrt{3}}{7 + 4\sqrt{3}}.$$



24*. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან დაშვებულ სიმაღლეებს შორის კუთხე ტოლია პარალელოგრამის მახვილი კუთხის.

$$\triangle ABK \Rightarrow \frac{h_1}{AD} = \sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{1}{2AD} = \frac{4}{5} \Rightarrow AD = \frac{5}{8}.$$

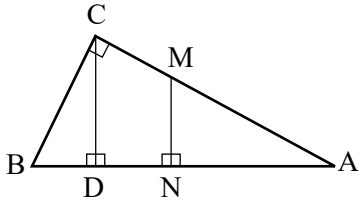
$$\triangle BCM \Rightarrow \frac{h_2}{BC} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{1}{BC} = \frac{4}{5} \Rightarrow BC = \frac{5}{4}. \quad P \Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{5}{8} + \frac{10}{8}\right) = 2 \cdot \frac{15}{8} = \frac{15}{4}.$$



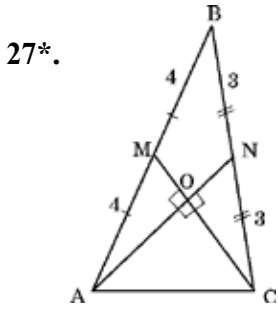
25*. $AB^2=AD \cdot (16+AD)$

$15^2=16AD+AD^2$. აქედან ვიპოვით AD-ს და გამოვიყენებთ

$$r = \frac{a + b - c}{2} \text{ ფორმულას.}$$



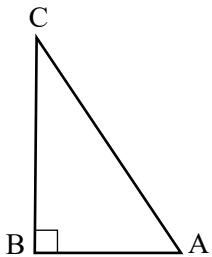
26*. $a^2=a'c$ ფორმულიდან ვიპოვით BD და DA მონაკვეთებს.
 $h^2=a'b'$ ფორმულიდან h-ს.
 $\triangle CDA \sim \triangle MNA$. აქედან ვიპოვით MN-ს.



$\frac{AO}{ON} = \frac{CO}{OM} = \frac{2}{1}$ შეგვიძლია შემოვიღოთ აღნიშვნები $ON=x$, $OM=y$, მაშინ

$AO=2x$, $CO=2y$. $\triangle ONC$ -ში $x^2+4y^2=9$. $\triangle AOM$ -ში $y^2+4x^2=16$. შევკრიბოთ ეს ტოლობები, ვღებულობთ $5x^2+5y^2=25$. ე. ი. $x^2+y^2=5$, მაგრამ თუ განვიხილავთ $\triangle AOC$ -ს.

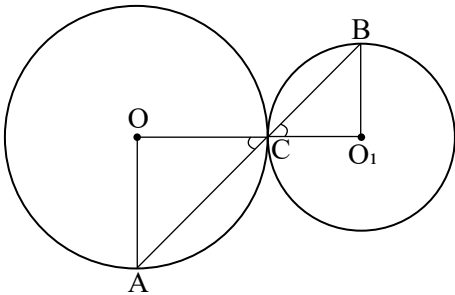
$$AC = \sqrt{AO^2 + OC^2} = \sqrt{4x^2 + 4y^2} = 2\sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{5}.$$



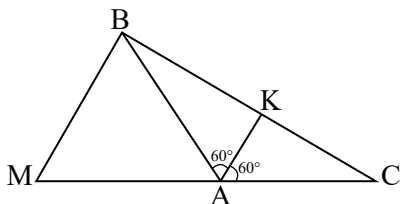
29*. $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2,4} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{AB = 5x}{BC = 12x} \Rightarrow AC = 13x.$

აქედან ვიპოვით A და C კუთხეების ტრიგონომეტრიულ ფუნქციების მნიშვნელობებს.

30. ABCD ტრაპეციაში BK და CD სიმაღლეებია.
 $\triangle CPD \Rightarrow CP=2=BK$. $PD^2=4^2-2^2=12 \Rightarrow PD=2\sqrt{3}$. $\triangle ABK \Rightarrow AB=2\sqrt{2}$.
 $BC=KP=7-2\sqrt{3}-2=5-2\sqrt{3}$. $P=2\sqrt{2}+5-2\sqrt{3}+4+7=16+2(\sqrt{2}-\sqrt{3})$.



35. $\triangle AOC \sim \triangle BOC$ ე.ი. რადიუსების შეფარდება შესაბამისი ქორდების შეფარდების ტოლია. ე.ი. $13x+5x=36$; $x=2$.



36. $AB=6$; $AC=12$; $\angle A=120^\circ$. გავავლოთ $BM \parallel AK$, ცხადია $\triangle ABM$ ტოლგვერდაა, ე.ი. $AM=MB=6$. $\triangle AKC \sim \triangle MBC$.

$$\frac{AK}{MB} = \frac{AC}{MC}. \text{ საიდანაც } AK=4\text{სმ.}$$

ტესტი თვითშემოწმებისთვის:

1. ბ; 2. დ; 3. გ; 4. გ; 5. დ; 6. ბ; 7. ა; 8. დ; 9. გ; 10. ბ; 11. გ; 12. ა; 13. გ; 14. ბ.

VI ტაბი

თემატური მატრიცა

თავი 6 - რიცხვითი მიმდევრობები - თემატური მატრიცა

<p>მიმართულება - ალგებრა და კანონზომიერება კლასი - მე-9 საათების სავარაუდო რაოდენობა - 10-12 სთ</p>			
<p>სამიზნე ცნებები/საკითხები მიმდევრობა</p>			
<p>მაკროცნება: კანონზომიერება; კავშირები; მოდელი</p>			
<p>სამიზნე ცნებები და მკვიდრი წარმოდგენები</p>	<p>საკითხი/ქვესაკითხები</p>	<p>საკვანძო შეკითხვა / ზოგადი შეკითხვები</p>	<p>კომპლექსური დავალების პირობა / შეფასების კრიტერიუმები</p>
	<p>მიმდევრობები, მიმდევრობის მოცემის ხერხები</p> <p>არითმეტიკული პროგრესია</p> <ul style="list-style-type: none"> • არითმეტიკული პროგრესია, ზოგადი წევრის ფორმულა • პირველი n-წევრის ჯამის ფორმულა <p>გეომეტრიული პროგრესია</p> <ul style="list-style-type: none"> • ზოგადი წევრის ფორმულა; პირველი n-წევრის ჯამის ფორმულა 	<p>როგორ არის შესაძლებელი სიტუაციური პრობლემების გადაჭრა არითმეტიკული და გეომეტრიული პროგრესიის გამოყენებით?</p>	

<p>სამიზნე ცნებები</p> <p>სტანდარტის შედეგები: მათ.საბ.2. მათ.საბ.3. მათ.საბ.4. მათ.საბ.6. მათ.საბ.7. მათ.საბ.8.</p> <p>1. კანონზომიერება გვიჩვენებს რიცხვების, ობიექტების, მოვლენების თანმიმდევრობას, რომელიც მოწყობის გარკვეულ წესს ექვემდებარება (კანონზომიერება შეიძლება იყოს განმეორებადი ან არა განმეორებადი)</p> <p>2. კანონზომიერებების აღმოჩენა და მათემატიკური ფორმულირება გვეხმარება</p>	<p>ეტაპი I – კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა საკვანძო შეკითხვა: რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი? რა შემოქმედებითი პრობლემები უნდა დავადასტურო, რას ვისწავლე ამ საკითხთან დაკავშირებით?</p> <p>კომპლექსური დავალების წარდგენა</p> <p>სალომეს, ბებომ სკოლის დამთავრების აღსანიშნავად 1000 ლარი აჩუქა. სალომემ გადაწყვიტა, თანხა ბანკში შეიტანოს. ბანკის თანამშრომელმა გოგონას ორი სახის დეპოზიტი შესთავაზა: 1. თუ თანხას შეიტანდა 8 წლამდე ვადით, სარგებლის დარიცხვა მარტივი დარიცხვის მეთოდით მოხდებოდა, სარგებლის 7%-იანი საპროცენტო განაკვეთით; 2. სარგებლის 6%-იანი საპროცენტო განაკვეთით დარიცხვა შესაძლებელია რთული დარიცხვის მეთოდით. რომელი დეპოზიტი უნდა აირჩიოს სალომემ, თუ მას სურს თანხა მილიანად გამოიტანოს (და რაც შეიძლება სარგებანად): ა) 4 წლის შემდეგ; ბ) 7 წლის შემდეგ.</p> <p>ეტაპი II. მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დავალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით;</p>	<p>თქვენი დავალება:</p> <p>1. თუ თანხას გამოიტანს 4 წლის შემდეგ: შეადგინეთ ცხრილი და შეიტანეთ მონაცემები, თუ რა მოგებას მიიღებს გოგონა ერთი წლის და ა.შ. 4 წლის ბოლოს? რა თანხას გამოიტანს ბანკიდან სულ, როგორც მარტივი პროცენტის შემთხვევაში, ასევე რთული პროცენტის შემთხვევაში.</p> <p>2. თუ თანხას გამოიტანს 7 წლის შემდეგ: შეადგინეთ ცხრილი და შეიტანეთ მონაცემები, რა მოგებას მიიღებს გოგონა ერთი წლის და ა.შ. 7 წლის ბოლოს? რა თანხას გამოიტანს ბანკიდან სულ, როგორც მარტივი პროცენტის, ასევე რთული პროცენტის შემთხვევაში,</p> <p>3. შეადარეთ, რა უფრო მომგებიანია, დაბანდოს ბანკში თანხა 4 წლის ვადით თუ 7 წლის ვადით? რატომ?</p> <p>პრეზენტაციისას ინფორმაცია წარმოადგინეთ ექსელის ცხრილით ან თქვენთვის მისაღები ფორმით. პრეზენტაციას პასუხი გაეცით შემდეგ კითხვებს:</p> <p>1. თითოეული გამოთვლა წარმოადგინე</p>
	<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება პროცენტი? • რა არის კანონზომიერება? • რა არის რიცხვთა მიმდევრობა? • მიმდევრობებში არსებული კანონზომიერების მიხედვით, როგორ ვიპოვოთ რიცხვთა პირველი, წევრი? წინა წევრი? მომდევნო წევრი? • როგორი შეიძლება იყოს მიმდევრობა? • როდისაა მიმდევრობა სასრული და როდის უსასრულო. <p>კონცეპტუალური</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ ვიპოვოთ რიცხვის პროცენტი? 	

<p>პროცესის აღწერაში, დასკვნების გაკეთებასა და სამყაროს შესწავლაში.</p> <p>3. მიმდევრობა შეიძლება მოცემული იყოს ვერბალურად, დიაგრამის, გრაფიკის მეშვეობით, ფორმულის მეშვეობით ასევე, სიმბოლოების გამოყენებით.</p> <p>4. რიცხვითი მიმდევრობა, შეიძლება მოცემული იყოს ისეთი კანონზომიერებით, რომ მიმდევრობის მოცემული რიცხვი (წვერი)</p>	<p>კითხვები: როგორ? რატომ?</p> <p>ეტაპი III – კომპლექსურ დავალებზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა</p> <p>საკითხის/საკითხების დამუშავება სამიზნე ცნებების მიხედვით, მკვიდრი წარმოდგენების ჩამოყალიბებაზე მუშაობა და ცოდნის განმტკიცება</p> <p>ქვესაკითხი 1. არითმეტიკული პროგრესია</p>	<p>თ ცხრილის მეშვეობით, ცხრილი ააგეთ ექსელში ან ვორდში; რა იქნება დარიცხვა თითოეულ შემთხვევაში ყოველი წლის ბოლოს, რომ ცხადად გამოჩნდეს ნაზრდი (მწ.3); აღმოაჩინეთ კანონზომიერება დარიცხვის შედეგად; დაადგინეთ, რა ტიპის მიმდევრობებზე ასრულებთ მოქმედებებს? გამოთვლების შესრულების დროს, როგორ არის შესაძლებელი კანონზომიერებების აღმოჩენა და ფორმულირება.</p> <p>4-დაწერეთ მარტივი პროცენტით სარგებლის დარიცხვის გამოსათვლელი ფორმულა, ასევე სრული თანხის მისაღები ფორმულა. ახსენით, როგორ მოახდინეთ ფორმულირება?</p> <p>5-დაწერეთ რთული პროცენტის გამოსათვლელი ფორმულა და სრული თანხის მისაღები ფორმულა. დაადგინეთ კავშირი წლებსა და მიღებულ თანხას (ან ნაზრდს) შორის. ახსენით, როგორ მოახდინეთ ფორმულირება). როგორ გეხმარება ტექნოლოგიები (ასევე ექსელი) ზუსტი ან მიახლოებითი გამოთვლების</p>
<p>კითხვები: როგორ? რატომ?</p> <p>ეტაპი III – კომპლექსურ დავალებზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა</p> <p>საკითხის/საკითხების დამუშავება სამიზნე ცნებების მიხედვით, მკვიდრი წარმოდგენების ჩამოყალიბებაზე მუშაობა და ცოდნის განმტკიცება</p> <p>ქვესაკითხი 1. არითმეტიკული პროგრესია</p>	<p>რიცხვთა როგორ მიმდევრობას ეწოდება არითმეტიკული პროგრესია?</p> <p>რა არის არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობა?</p> <p>რა არის არითმეტიკული პროგრესიის n-ური წევრის ფორმულა?</p> <p>რა არის არითმეტიკული პროგრესიის n-წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა?</p> <p>როდისაა მოსახერხებელი არითმეტიკული პროგრესიის n-ური წევრისა და n წევრის ჯამის ფორმულებს გამოყენება?</p> <p>ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეზე განსაზღვრული რომელი ფუნქციაა არითმეტიკული პროგრესია?</p> <p>როგორ არის შესაძლებელი</p>	
<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p>	<p>კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<p>რიცხვთა როგორ მიმდევრობას ეწოდება არითმეტიკული პროგრესია?</p> <p>რა არის არითმეტიკული პროგრესიის სხვაობა?</p> <p>რა არის არითმეტიკული პროგრესიის n-ური წევრის ფორმულა?</p> <p>რა არის არითმეტიკული პროგრესიის n-წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა?</p> <p>როდისაა მოსახერხებელი არითმეტიკული პროგრესიის n-ური წევრისა და n წევრის ჯამის ფორმულებს გამოყენება?</p> <p>ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეზე განსაზღვრული რომელი ფუნქციაა არითმეტიკული პროგრესია?</p> <p>როგორ არის შესაძლებელი</p>

<p>უკავშირდებოდეს მიმდევრობაში მის პოზიციას (ადგილის ნომერს).</p>	<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროგნოზირებელი კითხვები</p>	<p>ართემეტიკული მიმდევრობების გრაფიკული ფორმით, ან/და დიაგრამებით წარმოდგენა?</p> <ul style="list-style-type: none"> მნიშვნელოვანია თუ არა კანონზომიერებების შემჩნევა და აღწერა ყოფითი პრობლემების გადასაჭრელად? როგორ უკავშირდება ართემეტიკული პროგრესია პროცენტის მარტივად დარიცხვის წესს? კანონზომიერება გვიჩვენებს რიცხვების, ობიექტების, მოვლენების თანმიმდევრობას, რომელიც მოწოდებს გარკვეულ წესს ექვემდებარება. რიცხვითი მიმდევრობა, შეიძლება მოცემული იყოს ისეთი კანონზომიერებით, რომ მიმდევრობის მოცემული რიცხვი (წევრი) უკავშირდებოდეს მიმდევრობაში მის პოზიციას (ადგილის 		<p>წარმოებაში? მაკროცენზა და მასთან დაკავშირებული კრიტერიუმები: მოდელირება; ფორმა; კავშირი; როგორ აღმოაჩინეთ საპროცენტო განაკვეთის დარიცხვისას რიცხვების (ნაზრდის) მოწოდების წესი? როგორ დააკავშირეთ იდეები და დაადგინეთ კანონზომიერების გამოძევები მიზეზები? როგორ დაგეხმარათ ნასწავლი მასალა საკითხის მოდელირებაში?</p> <p>შეფასების კრიტერიუმები მოსწავლეს უნდა შეეძლოს:</p> <ul style="list-style-type: none"> ბუნებაში მიმდინარე პროცესებსა და მოვლენებში კანონზომიერების აღმოჩენა. კანონზომიერებების აღმოჩენა და მათემატიკური ფორმულირება მიმდევრობის წარმოდგენა ვერბალურად, დიაგრამის, გრაფიკის მეშვეობით, ფორმულის მეშვეობით ასევე, სიმბოლოების გამოყენებით. წესის განსაზღვრა და წარმოდგენა, თუ როგორ უკავშირდება მიმდევრობის
---	--	--	--	--

	<p>ნომერს).</p> <ul style="list-style-type: none"> • კანონზომიერებების აღმოჩენა და მათემატიკური ფორმულირება გვეხმარება პროცესის აღწერაში, დასკვნების გამოტანასა და სამყაროს შესწავლაში; • არითმეტიკული მიმდევრობების წარმოდგენა შესაძლებელია ფორმულით, ვერბალური აღწერით გრაფიკული ფორმით, ან/და დიაგრამებით, ასევე სიმბოლოების გამოყენებით. 	<p>მოცემული რიცხვი (წვერი) მიმდევრობაში მის პოზიციას.</p>
	<p>საკითხი 2: გეომეტრიული პროგრესია.</p> <p>ქვესაკითხი: გეომეტრიული პროგრესიის n-ური წევრისა და პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა.</p>	
	<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p> <ul style="list-style-type: none"> • რიცხვთა რიგორ მიმდევრობას ეწოდება გეომეტრიული პროგრესია? • როგორ მუშაობს გეომეტრიული პროგრესიის რეკურენტული ფორმულა? • რა არის გეომეტრიული პროგრესიის მნიშვნელოვანი არის გეომეტრიული 	

	<p>პროგრესის n-ური წევრის ფორმულა? რა არის გეომეტრიული პროგრესიის n წევრის ჯამის ფორმულა?</p>		
<p>კონკრეტული კითხვები: როგორ? რატომ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როდისაა გეომეტრიული პროგრესია ზრდადი? / კლებადი? მუდმივი? ნიშანშეცვლილი? - წარმოადგინე გრაფიკულად. • რა საერთო და განმასხვავებელი თვისებები აქვს გეომეტრიულ და არითმეტიკულ პროგრესიებს? • როდისაა მოსახერხებელი გეომეტრიული პროგრესიის n-ური წევრისა და n წევრის ჯამის ფორმულების გამოყენება 	<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროვოცირებელი კითხვები</p>	
	<p>როგორ უკავშირდება გეომეტრიული პროგრესია პროცენტის რთულად დარიცხვის წესს?</p>	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	
	<ul style="list-style-type: none"> • კანონზომიერებების აღმოჩენა და მათემატიკური ფორმულირება გეომეტრიული პროგრესიის აღწერაში, დასკვნების გამოტანასა და სამყაროს შესწავლაში; • გეომეტრიული 		

	მიმდევრობების წარმოდგენა შესაძლებელია ფორმულით, ვერბალური ადწერით გრაფიკული ფორმით, ან/და დიაგრამებით, ასევე სიმბოლოების გამოყენებით
--	--

ქვესაკითხი 3: სამომხმარებლო არითმეტიკა.
 მარტივად და რთულად დარიცხული საპროცენტო განაკვეთი მარტივი და რთული პროცენტი - ფინანსური მათემატიკა.

ფაქტობრივი კითხვები: რა?	რას ეწოდება მარტივად დარიცხული პროცენტი? რას ეწოდება რთულად დარიცხული პროცენტი?
კონცეპტუალური კითხვები: როგორ? რატომ?	როგორ ხდება მარტივად დარიცხული პროცენტის გამოთვლა? როგორ ხდება რთულად დარიცხული პროცენტის გამოთვლა?
სადისკუსიო კითხვები მაპროგნოზირებელი კითხვები	რა განსხვავებაა რთული და მარტივი წესით დარიცხულ პროცენტს შორის? დარიცხვის რომელი მეთოდია უფრო მომგებიანი? რატომ? ყოველთვის?
რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:	პროცენტის და მასთან დაკავშირებული მოქმედებების ცოდნა გვებმარება ფინანსური და ყოველდღიური საკითხების გადაჭრაში (მწ. 3. 5)

	<p>ეტაპი IV - თუ მოსწავლემ ვერ დასძლია პროგრამა, განმავითარებელი შეფასების მიცემის შემდეგ სასურველია, შეასრულოს დავალება თავიდან (მინიშნება: შემდეგი კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა);</p> <p>კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის დროს მოსწავლეებისთვის მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები:</p> <p>სასურველია კითხვები დაისვას ისე, რომ მოსწავლემ გაიაზროს, რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა (ცთავაზობთ, კითხვები დასვით პოლიას მეთოდით).</p>	
--	---	--

	<p>1. პრობლემის/საკითხის გაგება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რას ნიშნავს საპროცენტო განაკვეთი? • რას ნიშნავს პროცენტის მარტივი დარიცხვის მეთოდი? • რას ნიშნავს პროცენტის რთული დარიცხვის მეთოდი? • რას ნიშნავს ინვესტირება? ანაზარი? • სად უფრო მაღალია საპროცენტო განაკვეთი - ბანკში თუ საინვესტიციო კომპანიაში? <p>2. გეგმის შემუშავება</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ დაგეგმეთ სამუშაო? • რა იყო თქვენი ვარაუდი ამოხსნის დაწყებამდე? • გადაგიჭრიათ თუ არა მსგავსი პრობლემა? როგორ? <p>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ გადაჭერთ პრობლემები? აღწერეთ პროცესი. <p>4. შეფასება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რამდენად დაემთხვა ამოხსნები თქვენს ვარაუდს? • ჩატარებული გამოთვლების გარდა, შეიძლებოდა თუ არა კითხვებზე პასუხის გაცემა სხვა გზით? • რამდენად გასაგებად და ორგანიზებულად გაქვთ პრობლემის გადაჭრა წარმოდგენილი? • თუ თქვენმა მეგობარმა სცადა მსგავსი პრობლემის გადაჭრა, რამდენად დაეხმარება თქვენი ნამუშევარი? 	
--	--	--

VI ტაპი

პროგრესია

1. რიცხვითი მიმდევრობა

რეზიუმე:

გავიხსენოთ უკვე ცნობილი რიცხვითი მიმდევრობები; ნატურალურ რიცხვთა, ლუნ რიცხვთა, კენტ რიცხვთა მიმდევრობები. ვთხოვთ მოსწავლეებს სიტყვებით, შინაარსობრივად, დაახასიათონ რიცხვითი მიმდევრობები.

ამოხსნები, მითითებები:

1. ბ) 4; 13; 22; 31; 40; გ) $\frac{1}{25}; \frac{2}{25}; \frac{3}{25}; \frac{4}{25}; \frac{6}{25}$;

დ) $\frac{18}{17}; \frac{19}{17}; \frac{20}{17}; \frac{21}{17}; \frac{22}{17}$; ე) 2; 3; 5; 7; 11

2. გ) $a_n = (-1)^n \cdot n$. კენტი n -ისთვის a_n იქნება უარყოფითი: -1; 2; -3; 4; -5

ე) $a_n = n + \frac{1}{n}$. 2; $2\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{3}$; $4\frac{1}{4}$; $5\frac{1}{5}$

3. ა) $a_n = n + \frac{1}{n+1}$ $a_5 = 5 + \frac{1}{6} = 5\frac{1}{6}$

4. დ) $b_n = n^2 - 2n + 3$ $b_{m-1} = (m-1)^2 - 2(m-1) + 3 = m^2 - 2m + 1 - 2m + 2 + 3 = m^2 - 4m + 6$

6. დ) $a_n = a_{n-1} + 4$ $a_1 = 3$; $a_2 = 3 + 4 = 7$; $a_3 = 11$; $a_4 = 15$; $a_5 = 19$

7. ა) $a_n = -5n + 3$ ვთქვათ არის, მაშინ $a_k = -77$ მივიღებთ $-77 = -5 \cdot k + 3$, $5k = 80$, $k = 16$ რადგან k მივიღეთ ნატურალური რიცხვი, ე.ი. არის.

8. ა) $b_n = n^2 - 16$ ე.ი. $324 = n^2 - 16$, $n^2 = 340$ აქედან n ნატურალური რიცხვი არ მიიღება, მაშასადამე 324 არ არის ამ მიმდევრობის წევრი.

9. $a_n = 4 - \frac{n}{5}$ ჩანს, რომ კლებადი მიმდევრობაა. დავადგინოთ, რომელიც n -ისთვის გახდება a_n

უარყოფითი, ანუ ამოვხსნათ უტოლობა $a_n \geq 0 \Rightarrow 4 - \frac{n}{5} \geq 0 \Rightarrow n \leq 20$

ეს ნიშნავს, რომ უდიდესი უარყოფითი წევრი იქნება $a_{21} = 4 - \frac{21}{5} = -\frac{1}{5}$

უმცირესი უარყოფითი წევრი კი $-a_{20} = 0$ $a_{20} + a_{21} = -\frac{1}{5}$

10. $a_5 = 5$; $a_6 = 6$ $a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 15 \Rightarrow a_{n+2} = 15 - (a_n + a_{n+1})$

$a_7 = 16 - 11 = 5$; $a_8 = 15 - 10 = 5$; $a_9 = 15 - 9 = 6$; $a_{10} = 15 - 11 = 4$; $a_{11} = 15 - 10 = 5$.

ასეთ ამოცანებში სასურველია მოსწავლეებს დავანახოთ კანონზომიერება.

a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 ; 5; 6; 4; 5; 6; 4..... აქედან ჩანს, რომ $a_1 = 4$ ანუ მივიღეთ 4; 5; 6; 4; 5; 6..... 27 და 15 იყოფა 3-ზე, ე.ი. $a_{15} = 6$; $a_{27} = 6$ $137 = 3 \cdot k + 2$ ე.ი. $a_{137} = 5$.

11. ა) $a_n = 5 - 8n$; $a_n > 14$.

$5 - 8n > 14$ $8n < -9$ მიმდევრობის ასეთი წევრი არ არსებობს.

ბ) $a_n = n^2 + 4n$ $a_n > -4$.

$n^2 + 4n > -4$ $(n+2)^2 > 0$ მიმდევრობის ყველა წევრი აკმაყოფილებს პირობას;

გ) $a_n = 7n - 4$ $a_n < 17$.

$7n - 4 < 17$ $n < 3$ $a_1; a_2$.

დ) $a_n = \frac{n+4}{n+2}$ $a_n < 2$

$\frac{n+4}{n+2} < 2$; $-\frac{n}{n+2} < 0$ ყველა წევრი.

12. $a_n = 0, 5, n - 18$ მიმდევრობა კლებადია

$a_n \geq 0 \Rightarrow n \geq 36$ ე.ი. 1-დან 35-ის ჩათვლით $a_n < 0$. პასუხი: 35 წევრი.

14*. ა) $a_{n+1} = 3a_n$; ბ) $a_{n+1} = a_n \cdot (-1)$

15. ა) $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}$ უნდა დავინახოთ კანონზომიერება $a_n = \frac{n}{n+1}$

ბ) 1; 8; 27; 64; 125..... $a_n = n^3$.

16. ა) $a_n = -4n^2 + 8n + 4$ უნდა ვიპოვოთ $y = -4x^2 + 8x + 4$ ფუნქციის უდიდესი ნატურალური აბსცისის მქონე წერტილის მნიშვნელობა. $x_0 = 1$ საძიებელი წევრია $f(x_0) = f(1) = -4 + 8 + 4 = 8$

17. ვნახოთ რამდენი 13-ის ჯერადი რიცხვია 100-მდე. ასეთი წევრი 7-ია, მათ შორის უმცირესია $a_{13} = 5$, უდიდესი $a_{71} = 23$.

2. არითმეტიკული პროგრესია

რეზიუმე:

შესაძლებელია გაკვეთილის დაწყება $a_n = P(n)$ მიმდევრობის სხვადასხვა მაგალითებით. მოსწავლეებს ვუთხრათ, რომ როდესაც $a_n = k \cdot n + b$ ტიპის მიმდევრობა გვაქვს, მაშინ მიიღება არითმეტიკული პროგრესია, რომელიც ზრდადია, თუ $k > 0$, ხოლო კლებადია, როცა $k < 0$.

ამოხსნები, მითითებები:

1. ა) 3, 7, 11. $a_1 = 3$; $d = 4$ დავწეროთ ზოგადი წევრის ფორმულა: $a_n = 3 + 4(n-1) = 3 + 4n - 4 = 4n - 1$ მივიღეთ $a_n = 4n - 1$. $a_5 = 19$; $a_{10} = 39$; $a_k = 4k - 1$.

3. ე) $\sqrt{3}; 2\sqrt{3}; 3\sqrt{3}$ $a_1 = \sqrt{3}$; $d = \sqrt{3}$

$a_n = d(n - 1) + a_1 \Rightarrow a_n = \sqrt{3} + \sqrt{3}(n - 1)$

4. ა) $a_9=86; d=8$

$$a_9=a_1+8d \Rightarrow a_1=a_9-8d=86-64=22.$$

5. ა) $a_{22}=72; a_1=-12$

$$a_{22}=a_1+21d \Rightarrow 72=-12+21d \Rightarrow d=4.$$

6. $a_k=a_1+(k-1)d \quad a_n=a_1+(n-1)d \quad a_n-a_k=(n-1)d-(k-1)d$

$$\text{საიდანაც } d = \frac{a_n - a_k}{n - 1 - k + 1} \Rightarrow d = \frac{a_n - a_k}{n - k}$$

7. პირობიდან ჩანს, რომ $a_{42} > a_{21}$, მაშასადამე, პროგრესია ზრდადია. აქედან: $a_{17} < 0; a_{49} > 0$.

9*. $a_1 = -3\frac{1}{2} \quad d = a_2 - a_1 = -3\frac{2}{9} - \left(-3\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{18}$ (პროგრესია ზრდადია)

$$a_n = -3\frac{1}{2} + \frac{5}{18}(n-1)$$

ამოცხსნათ $a_n \leq 0$ უტოლობა $-3\frac{1}{2} + \frac{5}{18}(n-1) \leq 0$, საიდანაც მივიღებთ $n \leq \frac{68}{5} = 13\frac{3}{5}$ ე.ი.

ბოლო უარყოფითი წევრია a_{13} . პირველი დადებითი წევრი იქნება a_{14} .

10. მითითება: იხსნება სისტემა

$$\begin{cases} a_2 = 6 \\ a_6 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 = a_1 + 2d \\ 48 = a_1 + 5d \end{cases}$$

საიდანაც ვიპოვით a_1 და d -ს.

11. მითითება: $a_1=14; a_8=2$.

12. მითითება: $a_1=3; a_{11}=18$.

13*. იხსნება სისტემა

$$\begin{cases} a_1 \cdot (a_1 + 3d) = 45 \\ (a_1 + d)(a_1 + 2d) = 77 \\ d > 0 \end{cases}$$

14. $a_1=-26; d=1,5; a_n=-26+1,5(n-1) \Rightarrow a_n=2n-28$. იხილეთ ამოცანა 9.

15. რადგან არითმეტიკული პროგრესიაა, დადებითი პასუხის შემთხვევაში ნომერთა მიმდევრობაც უნდა იყოს არითმეტიკული პროგრესია.

3. არითმეტიკული პროგრესიის პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა

რეზიუმე:

შესაძლებელია გაკვეთილის დაწყება დავალებით: იპოვეთ 1-დან 100-მდე რიცხვების ჯამი. შეიძლება დავებმართო შეკითხვებით: 1. რისი ტოლია პირველი და მეასე წევრების ჯამი. 2. მეორე წევრი გაიზარდა 1-ით 99-ე კი შემცირდა ერთით, რისი ტოლი იქნება მათი ჯამი?

ამოხსნები, მითითებები:

2. ა) $d=5, S_{22}=1705$.

4. ა) $a_1 = -28$ $n = 9$ $S_n = 0$. $-\frac{28 + a_n}{2} \cdot 9 = 0$, ე.ი. $a_n = 28$ $d = 7$.

5. ბ)
$$\begin{cases} 5a_1 + 10a_1 + 40d = 0 \\ \frac{2a_1 + 3d}{2} \cdot 4 = 14 \end{cases} \quad d = -3.$$

8. $a_1 = 1$ $a_n = 135$; $d = 2$.

9. $2a_1 + 2d(n-1) = 2a_1 + 18d$. $n = 10$, თუ $d \neq 0$. თუ $d = 0$, n ნებისმიერია.

10. $a_1 = 10$, $a_n = 99$ $n = 90$.

11. $a_n = 7n + 3$. $111 < 7n + 3 < 186$ $16 \leq n \leq 26$, ე.ი. $S = S_{26} - S_{15}$.

12. $a_1 = 5$ $d = -2$.

14.
$$\begin{cases} \frac{2a_1 + 3d}{2} \cdot 4 = 28 \\ \frac{2a_1 + 5d}{2} \cdot 6 = 48 \end{cases}; \quad S_{16} = 208.$$

15. $a_1 = 2$; $d = 6$; $S_n = 184$; $a_n = x$

16*. $\frac{(x-1) + (x-2) + \dots + 1}{x^2} = \frac{7}{15}$ დავთვალოთ $1 + 2 + \dots + (x-1)$

$a_1 = 1$ $d = 1$ $a_n = x-1$ $n = x-1$. ე.ი. $1 + 2 + \dots + (x-1) = \frac{(x-1)x}{2}$, მივიღეთ $\frac{(x-1)x}{2x^2} = \frac{7}{15}$, საიდანაც $x = 15$.

17. ბ) $a_1 = 12,5$; $d = -0,6$ ამოიხსნება $a_n \geq -1$ უტოლობა, საიდანაც ვიპოვიით n -ს.

18. $n = 12$; $S_{12} = 168$.

ლუნწნომრიანი წევრების, ისე როგორც კენტნომრიანი წევრების მიმდევრობა აგრეთვე არითმეტიკული პროგრესიაა, რომლის სხვაობაც არის $2d$.

19. I. $S_n = 2n^2 + 3n$ უნდა მივცეთ $S_n = \frac{a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ სახე

$$2n^2 + 3n = (2n + 3)n = \frac{4n + 6}{2} \cdot n = \frac{4n - 4 + 10}{2} \cdot n =$$

$$S_n = \frac{10 + 4(n-1)}{2} \cdot n$$

$a_1 = 5$; $d = 4$.

II. $a_1 = S_1 = 5$

$a_2 = S_2 - S_1 = 9$, ე.ი. $d = 4$

დავწეროთ იმ არითმეტიკული პროგრესიის ჯამის ფორმულა, რომლის $a_1 = 5$ და $d = 4$

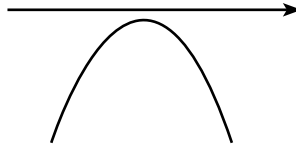
$$\frac{10 + 4(n-1)}{2} \cdot n = 2n^2 + 3n$$

21*. I სხეული 4 ნამში – 40 მ.

II სხეული 4 ნამში – $\frac{14 + 5 \cdot 3}{2} \cdot 4 = 58$.

დარჩება $200 - 98 = 102$.

25*. $a+b+c=f(1)$ და რადგან $D < 0$, ე.ი. გრაფიკს აქვს შემდეგი სქემატური სახე:



ტესტი:

1. ბ; 2. ბ; 3. გ; 4. გ; 5. ბ; 6. ა.

4. გეომეტრიული პროგრესია

რეზიუმე:

მოსწავლემ უნდა იცოდეს გეომეტრიული პროგრესიის განმარტება – რეკურენტული ფორმულის დანერა, უნდა შეეძლოს ზოგადი წევრის ფორმულისა და პროგრესიის ძირითადი თვისების დანერა. მოსწავლეებმა უნდა დაინახონ საერთო და განსხვავება არითმეტიკულ და გეომეტრიულ პროგრესიებს შორის; გააანალიზონ, როდის არის გეომეტრიული პროგრესია ზრდადი, კლებადი, არც ერთი.

ამოხსნები, მითითებები:

$$2. \frac{b_n}{b_k} = \frac{b_1 \cdot q^{n-1}}{b_1 \cdot q^{k-1}} = q^{n-k}.$$

$$4. x^2 = 9 \cdot 10 = 90, \text{ საიდანაც } x = \pm \sqrt{90}. \text{ ა.პ.თ. } x = -3\sqrt{10}.$$

$$6. b_1 = 4 \quad b_7 = \frac{1}{16}. \quad 4 \cdot q^6 = \frac{1}{16} \quad q^6 = \frac{1}{64} \quad q = \pm \frac{1}{2}.$$

$$4; 2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16} \text{ ან } 4; -2; 1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{16}.$$

$$7. \text{ ა) } \begin{cases} b_1 q - b_1 = 2 \\ b_1 q^2 - b_1 = 3 \end{cases} \quad \frac{q-1}{q^2-1} = \frac{2}{3} \text{ ე.ი. } q = \frac{1}{2}; b_1 = -4.$$

$$8. \begin{cases} b_1 + b_4 = \frac{13}{4} \\ b_2 + b_3 = 3 \\ b_3 = 32 \end{cases} \quad \frac{1+q^3}{q(1+q)} = \frac{13}{4}, \text{ საიდანაც } q=4; \frac{1}{4}. \text{ შესაბამისად } b_1=2 \text{ ან } 512.$$

$$12. \text{ ბ) } b_5^2 = 18\sqrt{2} \cdot 108\sqrt{2}$$

$$b_5 = 36\sqrt{3} \quad (b_1 \text{ დადებითია}), \text{ ე.ი. } q = \sqrt{6}.$$

14. $a=b_1$; $b=b_1q$; $c=b_1q^2$. სამკუთხედის უტოლობა $b_1q^2 < b_1 + b_1q$.

$$q^2 - q - 1 < 0, \text{ ე.ი. } q < \frac{1 + \sqrt{5}}{2} < 2.$$

$$15^*. \begin{cases} a + b + c = 21 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{7}{12} \end{cases} \quad \begin{cases} a + b + c = 21 \\ \frac{bc + ac + ab}{abc} = \frac{7}{12} \end{cases}. \text{ გავითვალისწინოთ, რომ } b^2 = ac, \text{ მაშინ}$$

მე-2 განტოლებიდან $\frac{bc + b^2 + ab}{b^3} = \frac{7}{12}$. $\frac{21}{b^2} = \frac{7}{12}$. $b^2 = 36$, ე.ი. $b = 6$.

$$\begin{cases} a + c = 15 \\ ac = 36 \end{cases}, \text{ საიდანაც } a \text{ და } c\text{-ს მნიშვნელობებია } 3 \text{ და } 12.$$

18. b_1 ; b_2 ; b_4 — არითმეტიკული პროგრესიაა.

$$b_1; b_1q; b_1q^3;$$

$$b_1 + b_1q^3 = 2b_1q$$

$$q^3 - 2q + 1 = 0;$$

$$q^3 - q - q + 1 = 0$$

$$q(q^2 - 1) - (q - 1) = 0$$

$$(q - 1)(q^2 + q - 1) = 0, \text{ საიდანაც } q = 1 \text{ ან } q = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

19*. a_1 ; a_{20} ; a_{58} — გეომეტრიული პროგრესიაა.

$$(a_1 + 19d)^2 = a_1(a_1 + 57d)$$

$$a_1^2 + 38a_1d + 361d^2 = a_1^2 + 57a_1d.$$

$$19a_1d - 361d^2 = 0$$

$$d(a_1 - 19d) = 0 \text{ ან } d = 0 \text{ ან } a_1 = 19d.$$

$$\text{თუ } d = 0 \text{ } q = 1, \text{ ხოლო თუ } a_1 = 19d, \text{ მაშინ } q = \frac{a_1 + 19d}{a_1} = 2.$$

$$21. n^4 + 4 = n^4 + 4n^2 + 4 - 4n^2 = (n^2 + 2)^2 - 4n^2 = (n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n + 2).$$

$$\begin{cases} n^2 - 2n + 2 = 1 \\ n^2 + 2n + 2 = 1 \end{cases} \text{ ვღებულობთ } n = 1. \text{ ე.ი. ეს რიცხვია } 5.$$

$$22. x^2 + 3y^2 + 2x + 6y + 4 = x^2 + 2x + 1 + 3y^2 + 6y + 3 = (x + 1)^2 + 3(y + 1)^2. \quad \text{თუ } x = y = -1 \quad S = 0.$$

6. გეომეტრიული პროგრესიის პირველი n წევრის ჯამის გამოსათვლელი ფორმულა

ამოხსნები, მითითებები:

2. მოცემულობით ვპოულობთ $q = \frac{1}{2}$ და $b_1 = \frac{3}{2}$. საძიებელი ჯამი შეიძლება ასე წარმოვიდგინოთ:

$$S_7 - S_2 = \frac{93}{128}.$$

7. $\begin{cases} b_1 b_2 b_3 = 1728 \\ b_1 + b_2 + b_3 = 63 \end{cases}$ $b_2^3=1728$, ე.ი. $b_2=12$. მივიღეთ: $\begin{cases} b_1 b_3 = 144 \\ b_1 + b_3 = 51 \end{cases}$ საძიებელი რიცხვებია 3; 12; 48.

8. ა) $\frac{x^{100} - 1}{x - 1} = 0$. $x=-1$. ბ) $\frac{x^{101} - 1}{x - 1} = 0$. $x \in \emptyset$.

9. $\frac{b_1(q^{109} - 1)}{q - 1} - \frac{b_1(q^{100} - 1)}{q - 1} = 12$

$\frac{b_1(q^{109} - q^{100})}{q - 1} = 12$

$\frac{b_1(q^9 - 1)}{q - 1} \cdot q^{100} = 12$ $S_9 = \frac{12}{q}$.

10*. ა) მითითება: აჩვენეთ, რომ $S_n:40$

12*. ა) $(x + \frac{1}{x})^2 + (x^2 + \frac{1}{x^2})^2 + \dots + (x^n + \frac{1}{x^n})^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} + x^4 + 2 + \frac{2}{x^4} + \dots + x^{2n} + 2 + \frac{1}{x^{2n}} =$
 $= x^2 + x^4 + \dots + x^{2n} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} + \dots + \frac{1}{x^{2n}} + 2n = \frac{x^2(x^{2n} - 1)}{x^2 - 1} + \frac{\frac{1}{x^2}(\frac{2}{x^{2n}} - 1)}{\frac{1}{x^2} - 1} + 2n =$
 $= \frac{x^2(x^{2n} - 1)}{x^2 - 1} + \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n}(x^2 - 1)} + 2n = \frac{(x^{2n+2} + 1)(x^{2n} - 1)}{x^{2n}(x^2 - 1)} + 2n$

ბ) $9+99+999+\dots+\underbrace{99\dots9}_n = 10-1+100-1+1000-1+\dots+\underbrace{10\dots0}_n - 1 = \frac{10(10^n - 1)}{9} - n$.

14*. ა) $\left. \begin{matrix} \sqrt{4x+7} \geq 0 \\ \sqrt{3-4x+x^2} \geq 0 \\ 2 > 0 \end{matrix} \right\}$ ჯამი 0 არ შეიძლება იყოს.

ბ) განსაზღვრის არე $\begin{cases} x \geq 6 \\ x \leq 3 \end{cases}$ ცარიელია.

16. $S = \frac{d_1 d_2}{2}$ $S = \frac{d_1(6 - d_1)}{2} = \frac{1}{l}(-d_1^2 + 6d_1)$

უდიდესია $S_0=4,5$

17. ორივე სამკუთხედი ტოლგვერდაა და ერთმანეთის ტოლი.

ტესტი:

1. ბ; 2. დ; 3. გ; 4. გ; 5. ა.

VI თავის დამატებითი სავარჯიშოები

3. ა) $S_{n+3} - 3S_{n+2} + 3S_{n+1} - S_n = S_{n+3} - S_n - 3(S_{n+2} - S_n) = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} - 3a_{n+2} = a_{n+1} + a_{n+3} - 2a_{n+2} = 2a_{n+2} - 2a_{n+2} = 0.$

ბ)
$$\frac{S_m - S_n}{S_{m+n}} = \frac{\frac{2a_1 + d(m-1)}{2} \cdot m - \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n}{\frac{2a_1 + d(m+n-1)}{2} \cdot (m+n)} = \frac{2a_1 m + d(m^2 - m) - 2a_1 n + d(n^2 - n)}{(2a_1 + d(m+n-1)) \cdot (m+n)} =$$

$$= \frac{2a_1(m-n) + d(m-n)(m+n-1)}{(2a_1 + d)(m+n-1) \cdot (m+n)} = \frac{m-n}{m+n}$$

4. ა) $x+5=2$ $x=-3$; ბ) $x-3=2$ $x=5$; გ) $|x|=2$ $x=\pm 2.$

6. $a_1=1$ $a_{10}=9,1$ ე.ი. $d=0,1.$

10. $S=S_{20}-S_9.$

36. გ) $y_{\min}(4) = \frac{1}{-0,5} = -2$ $y_{\min}(5) = \frac{1}{0,5} = 2.$

24. $\frac{b_9}{b_3} = \frac{b_1 \cdot q^8}{b_1 \cdot q^2} = q^6 = 27.$ $\frac{b_{18}}{b_6} = \frac{b_1 \cdot q^{17}}{b_1 \cdot q^5} = q^{12} = 27^2.$

25*. რიცხვები 1; 2; 4 ადგენენ გეომეტრიულ პროგრესიას რომლის $q=2$. $x=a$ განტოლების ფესვია, ამიტომ ყველა ფესვი შეადგენს გეომეტრიულ პროგრესიას, თუ $a = \frac{1}{2}; 1; 2; 4; 8.$

ტესტი თვითშემოწმებისთვის:

1. დ; 2. ბ; 3. გ; 4. გ; 5. გ; 6. ა; 7. დ; 8. დ; 9. გ; 10. ა; 11. ა; 12. ბ; 13. დ; 14. ა; 15. ბ; 16. დ; 17. გ; 18. დ; 19. ა; 20. ბ.

VII ტაპი

თემატური გატრიცა

თავი 7 - კომბინატორიკის ელემენტები - თემატური მატრიცა

<p>მიმართულება/თემა - სტატისტიკა, ალბათობა. კლასი - მე-9 საათების სავარაუდო რაოდენობა - 10-12 სთ</p>		
<p>სამიზნე ცნებები/საკითხები: ელემენტარული ხდომილობის ალბათობის გამოთვლა. მაკროცნება: კვლევა, მოდელი, ფორმა და წარმოდგენა, რაოდენობრივი მსჯელობა.</p>		
<p>სამიზნე ცნებები და მათთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები</p>	<p>საკითხი/ქვესაკითხები/ქვეცნებები</p> <ul style="list-style-type: none"> • ალბათობა • ელემენტარული ხდომილობათა სივრცის აღწერა; • ვარიანტების დათვლის მეთოდები; • ხდომილობის ალბათობა. 	<p>საკვანძო შეკითხვა</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ გამოვიყენოთ ვარიანტების დათვლის ხერხები მონაცემების მოწესრიგებასა და სწორი გადაწყვეტილების მიღებაში? • როგორ გამოვიყენოთ ალბათობის თეორია ყოფით სიტუაციებსა და სწორი გადაწყვეტილებების მიღებაში?
<p>სამიზნე ცნება: ალბათობა, ალბათობის ხდომილობა. სტანდარტის შედეგები: მათ. საბ.: 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11.</p>	<p>ეტაპი I – კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა საკვანძო შეკითხვა: რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი? რა შემოქმედებითი პროდუქტის საშუალებით უნდა დავადასტურო, რა ვისწავლე ამ საკითხთან დაკავშირებით?</p>	<p>კომპლექსური დავალების პირობა / შეფასების კრიტერიუმები</p>
<p>სამიზნე ცნება: ალბათობა, ალბათობის ხდომილობა. სტანდარტის შედეგები: მათ. საბ.: 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 11.</p>	<p>ეტაპი II – კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა საკვანძო შეკითხვა: რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი? რა შემოქმედებითი პროდუქტის საშუალებით უნდა დავადასტურო, რა ვისწავლე ამ საკითხთან დაკავშირებით?</p>	<p>თქვენი დავალება:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. დაფიქრდით და გადაწყვიტეთ, ელემენტარულ ხდომილობებზე დასაკვირვებლად, აირჩევთ ხისებრ დიაგრამას, თუ ჩამოწერთ ყველა შესაძლო ელემენტარულ ხდომილობას. 2. დააკვირდით მიღებულ ელემენტარულ ხდომილობებს a_1 და a_2 დისკოს არჩევის

<p>ცნებასთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოადგენები:</p> <ol style="list-style-type: none"> რეალური მოვლენის ხდომილობის ალბათობა განისაზღვრება სხვადასხვა სიზუსტით. მოვლენები რიგ შემთხვევაში გავლენას ახდენენ ერთმანეთზე, რიგ შემთხვევაში - არა. ყოფითი სიტუაციიდან გამომდინარე არჩევანის გაკეთებასა და სწორი გადაწყვეტილების მიღებაში გვეხმარება შესაბამისი ვარიანტების დათვლა. 	<p>კომპლექსური დავალების წარდგენა</p> <p>საბა და ანი პარკში ერთობოდნენ. ისინი ერთ ატრაქციონთან შეჩერდნენ, სადაც მოგებულს სხვადასხვა სათამაშოთი ასაჩუქრებდნენ. თამაში კი ასეთია: ორი მოთამაშიდან პირველი ირჩევს მოცემული სამი დისკოდან ერთ-ერთს, მეორე კი - დარჩენილი ორი დისკოდან ერთ-ერთს; ატრიალებენ დისკოს. მოგებულის, რომლის ისარიც გაჩერდება უფრო დიდი რიცხვის შესაბამის სექტორზე.</p> <p>ა) საბამ a_1 დისკო აირჩია, ანამ კი - a_2. იპოვე თითოეულის მოგების შანსი;</p> <p>ბ) განიხილე ა) ამოცანა იმ შემთხვევისთვის, როცა საბა აირჩევს a_2, ხოლო ანა a_3 დისკოს;</p> <p>გ) შეეცადე, ა) და ბ) ამოცანების საფუძველზე გამოიტანო დასკვნა, რომელი დისკოს არჩევას უფრო მოგებიანი: a_1-ის თუ a_2-ის; a_2-ის თუ a_3-ის; a_1-ის თუ a_3-ის?</p> <p>დ) ამოხსენი ამოცანა იმ შემთხვევისთვის, როცა საბა აირჩევს a_3 და ანა კი a_1 დისკოს;</p> <p>ე) გამართლდა თუ არა შენი მოსაზრება.</p>	<p>შემთხვევაში და იპოვეთ თითოეულის მოგების ალბათობა.</p> <p>3. დააკვირდით მიღებულ ელემენტარულ ხდომილობებს a_2 და a_3 დისკოს არჩევის შემთხვევაში და იპოვეთ თითოეულის მოგების ალბათობა.</p> <p>4. დააკვირდით მიღებულ ელემენტარულ ხდომილობებს a_1 და a_3 დისკოს არჩევის შემთხვევაში და იპოვეთ თითოეულის მოგების ალბათობა.</p> <p>4. დააკვირდით მიღებულ შედეგს და ჩამოაყალიბეთ დასკვნა.</p> <p>ნაშრომის პრეზენტაციისას ხაზგასმით წარმოაჩინე:</p> <p>როგორ დაგეხმარათ ხისებრი დიაგრამა/ელემენტარულ ხდომილობათა ჩამოწერა, თითოეულ შემთხვევაში ადვილად დაგედგინათ როგორც ხელშემწყობ, ასევე ყველა შესაძლო ხდომილობათა რაოდენობა და თითოეული მოთამაშის მოგების შანსი.</p> <p>მაკროცნება და მასთან დაკავშირებული კრიტიკიუმი: მოდელირება; კავშირი;</p>
<p>ეტაპი II. მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დავალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით;</p> <p><i>წინარე მასალის გახსენება</i></p>	<p>ეტაპი II. მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გააქტიურება კომპლექსური დავალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით;</p> <p><i>წინარე მასალის გახსენება</i></p>	

	<p>როგორ დაგეხმარათ ნასწავლი საკითხი იდეების ერთმანეთთან დაკავშირებასა და მოდელირებაში?</p> <p>შეფასების კრიტერიუმი, მოსწავლეს შეუძლია:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. რეალური მოვლენების ხდომილობა განსაზღვროს სხვადასხვა სიზუსტით. 2. დაინახოს, ახდენდნენ მოვლენები გავლენას ერთმანეთზე თუ არა 3. ვარიანტების დათვლა და მისი მნიშვნელობის გააზრება. 	
<p>რას ეწოდება შემთხვევითი ექსპერიმენტი?</p> <ul style="list-style-type: none"> • რას უწოდებენ ექსპერიმენტის ელემენტარულ ხდომილობას? • რას ეწოდება აუცილებელი ხდომილობა? • რას ეწოდება შეუძლებელი ხდომილობა? • რას უწოდებენ ხდომილობათა სივრცეს? • რას უწოდებენ სასურველ ხდომილობას? • როგორ გამოითვლება სასურველი ხდომილობის ალბათობა კლასიკური განმარტებით? 	<ul style="list-style-type: none"> • შემთხვევით ექსპერიმენტში ყველა შესაძლო ხდომილობის განხორციელების თანაბარი შესაძლებლობაა? • ელემენტარულ ხდომილობათა სივრცის ელემენტთა რაოდენობა რამდენი შეიძლება იყოს? რატომ? • სასურველი ხდომილობის ალბათობა როგორი რიცხვია? • რას უდრის აუცილებელი ხდომილობის ალბათობა? რატომ? • რას უდრის შეუძლებელი ხდომილობის ალბათობა? რატომ? <p>მოსწავლემ უნდა გაიზაროს, რომ:</p> <ul style="list-style-type: none"> • მოსწავლემ უნდა შეძლოს გააჩიოს შემთხვევითი ექსპერიმენტის დროს ყველა შესაძლო ელემენტარული ხდომილობის განხორციელების შესაძლებლობა არის თუ არა ერთნაირი. 	
<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <p>რა?</p>	<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p>	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>

	<p>ეტაპი III – კომპლექსურ დავალებზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა საკითხის/საკითხების დამუშავება სამიზნე ცნებების მიხედვით, მკვიდრი წარმოდგენების ჩამოყალიბებაზე მუშაობა და ცოდნის განმტკიცება.</p> <p>ქვესაკითხი 1: ელემენტარულ ხდომილობათა სივრცის ელემენტთა რაოდენობების დათვლის სხვადასხვა მეთოდი.</p> <p>ქვესაკითხები: შედეგთა წარმოდგენის ხისებრი დიაგრამა. ვარიანტების დათვლის გამრავლების წესი. გადანაცვლება, წყობა, ჯუფთება.</p>	
	<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> • რას წარმოადგენს მონაცემთა წარმოდგენის ხისებრი დიაგრამა? • რამდენი ღეროსგან შეიძლება შედგებოდეს ხისებრი დიაგრამა? • როგორ მოქმედებს ვარიანტების დათვლის გამრავლების წესი? • როგორ მოქმედებს ვარიანტების დათვლის ჯამის წესი? • როგორ გამოითვლება n ელემენტთა გადანაცვლების რაოდენობა? • როგორ გამოითვლება n ელემენტიდან k-ელემენტებიანი წყობა? • როგორ გამოითვლება n ელემენტიდან k-ელემენტიანი ჯუფთება? 	
	<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ხისებრი დიაგრამის დროს ვარიანტთა მთლიანი რაოდენობა დამოკიდებულია საწყისი წვეროს არჩევაზე? • როგორი ტიპის ვარიანტების დათვლისას შეიძლება გამოვიყენოთ გადანაცვლება, წყობა, ჯუფთება? • რა კავშირია ვარიანტთა დათვლის გამრავლების წესსა და გადანაცვლებათა რაოდენობას შორის? • რით განსხვავდება ერთმანეთისგან წყობა და 	

	<p>ჯუფთება?</p> <ul style="list-style-type: none"> როგორ ფიქრობთ, თითოეულ შემთხვევაში მოგების შანსი რომ ვიპოვოთ, რა უფრო მოსახერხებელია, ჩამოვწერთ ყველა ელემენტარული ხდომილობა, თუ დავთვალთ ხისებრი დიაგრამით? რეალური მოვლენის ხდომილობის ალბათობა განისაზღვრება სხვადასხვა სიზუსტით. მოვლენები როგორ შემთხვევაში გავლენას ახდენენ ერთმანეთზე, როგორ შემთხვევაში არა. ყოფითი სიტუაციიდან გამომდინარე არჩევანის გაკეთებასა და სწორი გადაწყვეტილების მიღებაში გვეხმარება შესაბამისი ვარიანტების დათვლა. 	
<p>სადისკუსიო კითხვები</p>	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p>	<p>ქვესაკითხი 2. კომბინატორიკის ფორმულების გამოყენება ხდომილობის ალბათობის გამოთვლისას. რეალურ სიტუაციებში ხდომილობის ალბათობის გამოყენება.</p> <p>ქვეცნებები: გადანაცვლების, წყობის და ჯუფთების ფორმულების გამოყენებით სასურველი ხდომილობის ალბათობის დათვლა. პრაქტიკულ სიტუაციებში ხდომილობის ალბათობის გამოყენებით სავარაუდო შედეგების გამოთქმა.</p>
<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p>	<p>რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> რას ეწოდება მოცემული ხდომილობის საწინააღმდეგო ხდომილობა? თუ ცნობილია მოცემული ხდომილობის ალბათობა, მაშინ როგორ ვიპოვით მისი საწინააღმდეგო ხდომილობის ალბათობას? როგორ გამოვიყენოთ კომბინატორიკის მეთოდები ალბათობის გამოთვლისას? <p>ხდომილობის ალბათობა დამოკიდებულია</p>

	<p>ჩატარებულ ექსპერიმენტთა რაოდენობაზე?</p> <ul style="list-style-type: none"> რეალურ სიტუაციაში რაზე მოუთითებს მოცემული ხდომილობის გამოთვლილი ალბათობა? ალბათობაზე დაყრდნობით შესაძლებელია ზუსტი ვარაუდების გამოთქმა? რატომ? განხილული თამაშის მაგალითზე, ხდომილობის ალბათობა გვეხმარება ვარაუდების გამოთქმაში? 	
<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p>	<p>სადისკუსიო კითხვები</p>	
	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p> <ul style="list-style-type: none"> რეალური მოვლენის ხდომილობის ალბათობა განისაზღვრება სხვადასხვა სიზუსტით. მოვლენები როგორ შემთხვევაში გავლენას ახდენენ ერთმანეთზე, როგორ შემთხვევაში არა. ყოფითი სიტუაციიდან გამომდინარე არჩევანის გაკეთებასა და სწორი გადაწყვეტილების მიღებაში გვეხმარება შესაბამისი ვარიანტების დათვლა. 	
	<p>შესრულებული კომპლექსური დავალებების წარდგენა.</p>	
	<p>ეტაპი IV - თუ მოსწავლემ ვერ დასძლია პროგრამა, განმავითარებელი შეფასების მიცემის შემდეგ სასურველია, შეასრულოს დავალება თავიდან (მინიმუმ): შემდეგი კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზებისა დამოუკიდებლად;</p>	
	<p>კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის დროს მოსწავლეებისთვის მასწავლებლის მიერ დასმული შეკითხვები:</p>	
	<p>სასურველია კითხვები დაისვას ისე, რომ მოსწავლემ გაიაზროს, რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა (ეთავაზობთ, კითხვები დასვით პოლიას</p>	

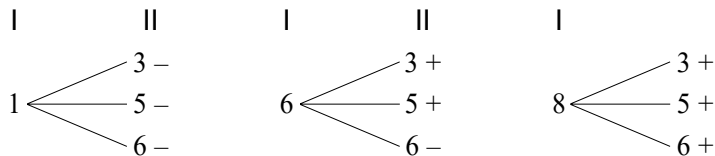
	<p>მეთოდთ).</p>	
	<p>1. პრობლემის/საკითხის გაგება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რაში მდგომარეობდა სამუშაო, რა იყო გასაკეთებელი? ჩამოაყალიბეთ თქვენი სიტყვებით. • შეგისრულებიათ თუ არა მსგავსი დავალება? 	
	<p>2. გეგმის შემუშავება</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ დაგეგმეთ სამუშაო? რა პრობლემა იყო გადასაჭრელი? რა იყო ცნობილი პრობლემებიდან? • რა სტრატეგიები დასახეთ დავალების შესასრულებლად? • როგორ წარმართეთ სამუშაო პროცესი? 	
	<p>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • რა სამუშაოები შეასრულეთ? • რისი ცოდნა დაგებმართა გადაწყვეტილების მიღებაში? • რთული იყო თუ არა თქვენთვის მუშაობა? • გაქვთ თუ არა დეტალურად წარმოდგენილი პროცესის აღწერა და დასკვნა? 	
	<p>4. შეფასება</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ ფიქრობთ, რაიმე მოვლენის შედეგების ყველა შესაბამისი ვარიანტების რაოდენობის ცოდნა გვეხმარება არჩევანის გაკეთებაში და სწორი გადაწყვეტილების მიღებაში? • რაიმე მოვლენის შედეგების ყველა შესაბამისი ვარიანტების დათვლა შესაძლებელია რაიმე ზოგადი მეთოდებით? დაასახელეთ მაგალითები • სად შეიძლება გამოგადგეთ მიღებული ცოდნა? 	

VII თავე

კომპლექსური დავალება

მითითება, ამოხსნა:

თუ I დისკოზე ისარი გაჩერდა „1“-ზე, მეორეზე შესაძლოა გაჩერდეს „3“-ზე, „5“-ზე ან „7“-ზე და ა.შ.



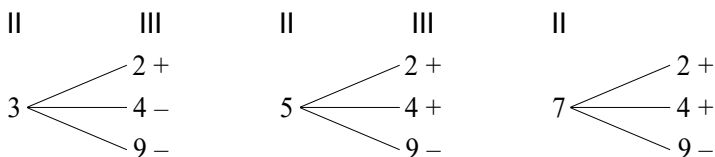
„+“-ით აღნიშნულია ის ელემენტარული ხდომილობები, როცა იგებს საბა, „-“-ით, როცა აგებს საბა.

საბა (I დისკო) იგებს ხუთ შემთხვევაში, აგებს 4 შემთხვევაში. ე.ი.

A: იგებს საბა (I) B: იგებს გიორგი
 $P(A) = \frac{5}{9}$; $P(B) = \frac{4}{9}$.

ე.ი. საბას (I დისკოს II-სთან შედარებით) მოგების მეტი შანსი აქვს.

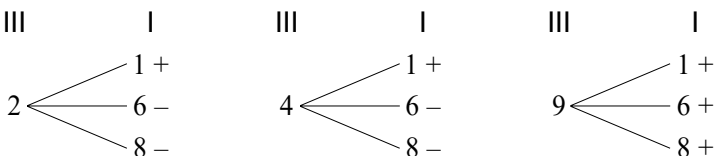
ბ) ანალოგიური მსჯელობით:



$P(A) = \frac{5}{9}$; $P(B) = \frac{4}{9}$.

ამ შემთხვევაშიც საბას (II დისკოს III-თან შედარებით) მოგების მეტი შანსი აქვს.

დ)



$P(A) = \frac{5}{9}$; $P(B) = \frac{4}{9}$.

დასკვნა: მოსწავლეებმა არ გამოიტანონ ნაჩქარევი დასკვნა!

1. კომბინატორიკის ამოცანები

ამოხსნები, მითითებები:

1.	N	1	2	3	4	5	6	სულ
	ვარიანტების რაოდენობა	12	11	10	9	8	7	7·8·9·10·11·12

2.

N	1	2	3	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	10	9	8	720

3. მანქანის არჩევის 8 ვარიანტია, ბურთის კი – 5 ვარიანტი. 1 ბურთი და 1 მანქანა აირჩევა $8 \cdot 5 = 40$ ხერხით.

4. 1; 3; 5; 7; 9.

N	1	2	3	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	5	4	3	60

5. A-დან C-ში გადის $5 \cdot 3 = 15$ გზა

6. ბლუზის არჩევის 3 ვარიანტია, ქვედაკაბის – 5 ვარიანტი, შარფის – 4 ვარიანტი. სულ $3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$.

7. „ტენორი“

N	1	2	3	4	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	6	5	4	3	360

9. ერთეულების თანრიგში იქნება მხოლოდ „2“.

N	1	2	3	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	4	3	1	12

10.

N	1	2	3	4	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	4	5	5	2	200

11.

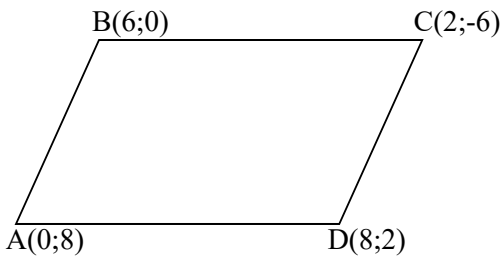
N	1	2	3	...	34	35	36	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	36	35	34	...	3	2	1	$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 36 = 36!$

12. თუ A:25, მაშინ რიცხვის ჩანაწერის ბოლო ორი ციფრით შედგენილი რიცხვი იყოფა 25-ზე. ე.ი რიცხვი უნდა ბოლოვდებოდეს „00“, „25“, „50“, „75“.

N	1	2	3	4	5	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	5	4	3	1	1	60

13. N	1	2	3	4	5	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	8	8	8	8	8 ⁴	200

14. ა) $(5+1)(2+1)=18$;
 ბ) $2 \cdot 10=20$;
 გ) $(3+1)(1+1)(4+1)=40$;
 დ) $A=2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7^2$; $(1+1)(3+1)(1+1)(2+1)=48$.



15. $A \Rightarrow D$
 ე.ი $(0;8) \Rightarrow (8;2)$
 წერტილიდან წერტილი მიიღება $\begin{cases} x \Rightarrow x + 8 \\ y \Rightarrow y - 6 \end{cases}$
 პარალელური გადატანით.
 შევამოწმოთ, იმავე პარალელური გადატანით B წერტილი გადავა თუ არა C წერტილში.
 $(-6;0) \Rightarrow (-6+8; 0-6)$ ე.ი $(2;-6)$ წერტილში. ეს კი ნიშნავს, რომ $AB=CD$ და $AB \parallel CD$ რ.დ.გ.

16. ვიპოვოთ დიაგონალების კვეთის წერტილი.

$$x_o = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \quad y_o = \frac{y_A + y_C}{2} = 3 - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ასევე } x_o = \frac{x_B + x_D}{2} \Rightarrow x_D = 6 - 2 = 4 \quad y_D = 1 - 5 = -4 \quad D(4; -4)$$

2. გადანაცვლება, წყობა

ამოხსნები, მითითებები:

1. მოცემულია ხუთელებმენტიანი სიმრავლე და უნდა ვიპოვოთ ამ სიმრავლის ყველა შესაძლო გადანაცვლებათა რაოდენობა $P_5=5!=120$

2. ქართული ანბანი 33 ასოსგან შედგება, უნდა ვიპოვოთ ამ სიმრავლის ექვსელებმენტიანი წყობათა რაოდენობა: $A_{33}^6 = \frac{33!}{27!}$

3. 25 ელემენტიანი სიმრავლის 5 ელემენტიან წყობათა რაოდენობაა: $A_{25}^5 = \frac{25!}{20!}$

5. $\{0; 2; 4; 6; 8\}$ სიმრავლის ყველა შესაძლო გადანაცვლებათა რაოდენობაა: $P_5=5!=120$

7. გოგონები და ბიჭები შესაძლებელია ასე განვალაგოთ:

გ	ბ	გ	ბ	გ	ბ	გ	ბ	გ	ბ	სულ
5	5	4	4	3	3	2	2	1	1	5!·5!

ან ასე:

ბ	გ	ბ	გ	ბ	გ	ბ	გ	ბ	გ	სულ
5	5	4	4	3	3	2	2	1	1	5! ²

სულ იქნება $2 \cdot (5!)^2$ ვარიანტი

10. დავთვალოთ რამდენადაა შესაძლებელი ავირჩიოთ ორი ბიჭი, რომელთაგან ერთი გახსნის, მეორე დახურავს ტურს. ე.ი 7 ელემენტის სიმრავლიდან უნდა აირჩეს 2 ელემენტის დალაგებულ სიმრავლეთა (წყობათა) რაოდენობა, A_7^2 . დარჩენილი 10 კონკურსანტიდან, 10-ელემენტის სიმრავლის ყველა შესაძლო გადანაცვლებათა რაოდენობაა $P_{10}=10!$

სულ გვექნება $72 \cdot 10! = 42 \cdot 10!$ ვარიანტი

13*. I თავში და ბოლოში არის სამკუთხედები: $A_5^2 \cdot 12!$

II ორივე ბოლოში წრეა: $A_4^2 \cdot 12!$

III ორივე ბოლოში ოთხკუთხედი: $A_5^2 \cdot 12!$

სულ $A_5^2 \cdot 12! + A_4^2 \cdot 12! + A_5^2 \cdot 12! = 52 \cdot 12!$

14. 14!

15.

ოთახის ნომერი	1	2	3	...	9	10	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	10	10	10	...	10	10	10^{10}

16. ბ)

N	1	2	3	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	4	5	2	40

3. ჯუჯთიება

ამოხსნები, მითითებები:

1. ა) $C_{15}^4 = \frac{15!}{11!4!} = \frac{12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15}{24} = 1365$

4. ე.ი 10 ელემენტის სიმრავლიდან ვირჩევთ 4-ელემენტის სიმრავლეს (დალაგებას მნიშვნელობა არ აქვს) $C_{10}^4 = \frac{10!}{6!4!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{24} = 210$

5. C_8^5 ;

7. 10 გოგონადან 5 გოგონა შესაძლებელია ავირჩიოთ C_{10}^5 -ად. 15 ბიჭიდან 5 ბიჭი კი C_{15}^5 ხერხით. სულ იქნება $C_{10}^5 \cdot C_{15}^5$ ვარიანტი

$$C_{10}^5 \cdot C_{15}^5 = \frac{10!}{5!5!} \cdot \frac{15!}{10!5!} = \frac{15!}{(5!)^3}$$

8. $C_{20}^3 = \frac{20!}{17!3!} = \frac{18 \cdot 19 \cdot 20}{6} = 1140$

9. $8 \cdot 7 \cdot 8 = 448$

10. სულ არის $20+5+10=35$ სათამაშო. 2 სათამაშოს არჩევა შესაძლებელია: C_{35}^2 ხერხით

$$C_{35}^2 = \frac{35!}{33! \cdot 2!} = 17 \cdot 35 = 595$$

11. ყოველ ორ ნერთილზე გადის ერთადერთი წრფე ე. $C_{10}^2 = \frac{10!}{8! \cdot 2} = 45$

13. $C_n^2 = 210 \quad \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = 210 \quad n(n-1) = 420 \quad n = 21$

14. წარმოვიდგინოთ, რომ 1-ლი და მე-2 ტომები შევკაროთ,

1	2
---	---

 და ჩავთვალოთ ერთ წიგნად. გვექნება 19 წიგნი. დალაგების 19! ვარიანტი იქნება.

ახლა პირველი და მე-2 ტომები შეგვიძლია ასე დავალაგოთ

2	1
---	---

 და წარმოვიდგინოთ ისე ერთ წიგნად (შეკრული) ისევე გვექნება დალაგების 19! ვარიანტი ე.ი სულ $2 \cdot 19!$ ვარიანტი იქნება.

4. ალბათობის კლასიკური განმარტება

ამოხსნები, მითითებები:

1. (1) $P(3)=1/6$; (2) $P(3)=1/8$; (3) $P(3)=1/12$.

3. გ) 36 ბანქოდან 4 ტუზია, ამიტომ $P(\text{ტუზი}) = \frac{4}{36}$;

დ) $P_{(\text{წითელი})} = \frac{18}{36}$.

4. ასოებით „ნ“, „ტ“, „ა“, „ო“ მიიღება $4! = 24$ სხვადასხვა სიტყვა. $P_{(\text{ნატო})} = \frac{1}{24}$.

7. ბ) $P_{(\text{წითელი})} = \frac{4}{12}$.

9. ა) $P_{(\text{თეთრი})} = \frac{32}{54}$; ბ) $P_{(\text{ორიგო})} = \frac{1}{8}$; დ) $\frac{2}{8}$.

10. ა) $\frac{5}{18}$; ბ) $\frac{5}{18}$; ე) $\frac{7}{18}$; ვ) $\frac{11}{18}$.

12. ა) $\frac{25}{50}$; ბ) $\frac{13}{50}$; ე) $\frac{5}{50}$.

13. ა) ყველა შესაძლო ელემენტარულ ხდომილობათა რაოდენობაა $6 \cdot 6 = 36$.

ხელშემწყობი ხდომილობებია: (1: 4), (4: 1), (2: 3), (3: 2). $P = \frac{4}{36}$.

ბ) $P = \frac{6}{36}$.

15. $y=x+2$ (1); $y=2x+3$ (2); $y=\frac{5}{7}x - \frac{1}{7}$ (3); $y=x+3$ (4)

ა) (1) და (4) პარალელური წრფეებია $P = \frac{1}{6}$; ბ) $\frac{5}{6}$; გ) 0.

16. ყველა შესაძლო შემთხვევათა რაოდენობაა: თითოეულ ადგილზე შესაძლებელია დავსვათ ნებისმიერი ციფრი 10 ციფრიდან, ე.ი. $n=10^2$.

ხელშემწყობ შემთხვევათა რაოდენობაა: გავითვალისწინოთ, რომ უნდა შევარჩიოთ განსხვავებული ციფრები, ე.ი. $m = A_{10}^2 = 90$. $P = \frac{90}{100}$.

17. $P_{(წყვილი)} = \frac{m}{n}$; $n=36$ $m=6$. $P = \frac{6}{36}$.

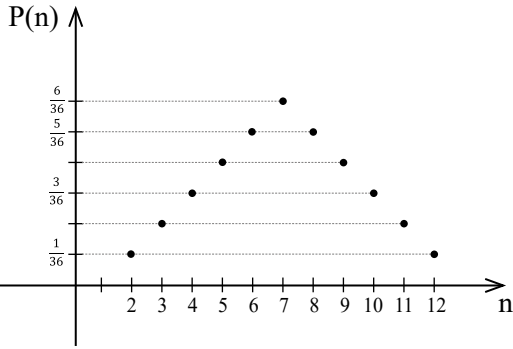
სწორად ფიქრობდა თენგიზი.

18. ა) $y=kx+b$ $A(-1; 1)$ და $B(2; -3)$.

$$\begin{cases} 1 = -k + b \\ -3 = 2k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

20.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P(n)	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$



დამოკიდებულება წრფივი არ არის.

კარგი იქნება, თუ ყურადღებას მივაქცევინებთ მოსწავლეებს, რომ ამ ფუნქციას გააჩნია სიმეტრიის ღერძი, უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობა რომელ შუალედშია ზრდადი, კლებადი.

5. ამოხსნათ ამოცანები ალბათობათა თეორიიდან

ამოხსნები, მითითებები:

2. არანაკლებ „3“-იანის მოსვლას ხელს უწყობს ოთხი ელემენტარული ხდომილობა – „3“, „4“, „5“, „6“.

$$P(\geq 3) = \frac{4}{6}$$

3. ხელშემწყობი ხდომილობებია: (0; 7); (1; 6); (2; 5); (3; 4). $m=4$. ყველა შესაძლო შემთხვევათა რაოდენობაა C_{10}^2

$$P = \frac{4}{C_{10}^2} = \frac{4}{45}$$

4. მოცემული ცხრილის შევსების შემდეგ ნახავთ, რომ მოსულ ქულთა ჯამი იქნება 5 ოთხ შემთხვევაში, ე.ი.

$$P_{(ჯამია 5)} = \frac{4}{36}$$

$$P_{(ჯამია 1)} = 0$$

$$P_{(ჯამია 15)} = 0$$

$$P_{(ჯამია 9)} = \frac{4}{36}$$

6. ა) ყველა შესაძლო შემთხვევათა რაოდენობაა 2^{20}

N	1	2	3	...	20	სულ
ვარიანტების რაოდენობა	2	2	2	...	2	2^{20}

ხელშემწყობი მხოლოდ ერთი შემთხვევაა.

$$P = \frac{1}{2^{20}}$$

ბ) „საფასური“ მოვა არცერთხელ ნიშნავს, რომ „ბორჯღალი“ მოვიდა 20-ჯერ.

$$P = \frac{1}{2^{20}}$$

გ) „საფასური მოვა ერთხელ მაინც“ ხდომილობის სანინაალმდეგო ხდომილობაა „საფასური“ მოვა არცერთხელ, რაც იგივეა, „ბორჯღალი“ მოვა 20-ჯერ.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$P_{(საფასური ერთხელ მაინც)} = 1 - \frac{1}{2^{20}}$$

7. ყველა შესაძლო ელემენტარული ხდომილობაა:

ბბბბ	სსსს	ბბსს
ბბბს	სსსბ	ბსბს
ბბსბ	სსბს	ბსსბ
ბსბბ	სბსს	სსბბ
სბბბ	ბსსს	სბსბ
		სბბს

ა) უნდა განხორციელდეს „ბბბბ“ ან „სსსს“.

$$P = \frac{2}{16}$$

ბ) ხელშემწყობი შემთხვევებია „ბბბბ“, „ბბბს“.

$$P = \frac{1}{2}$$

გ) მეოთხე ასროლისას მოვა „საფასური“ ან „ბორჯღალი“.

$$P = \frac{6}{16}$$

დ) ხელშემწყობ შემთხვევათა რაოდენობა 6-ია.

$$P = \frac{2}{16}$$

8. განტოლებას ექნება ორი განსხვავებული ფესვი, თუ $D > 0$

$$D = b^2 - 60 > 0 \quad \begin{array}{c} \text{////} \text{-----} \text{////} \\ -\sqrt{60} \quad \sqrt{60} \end{array}$$

b-ს დასაშვები მნიშვნელობებიდან ხელშემწყობია: 8; 9; 10; 11.

$$P = \frac{4}{10}$$

9*. ა) $y = \frac{k}{x}$ ფუნქციის გრაფიკმა რომ კოორდინატთა სათავეზე გაიაროს, $(0; 0)$ წერტილი

უნდა მდებარეობდეს გრაფიკზე, რაც შეუძლებელია $- P = 0$.

ბ) $y = x$ წრფეს თუ კვეთს, გრაფიკის წერტილი უნდა იყოს $(x; x)$ წერტილი. მაშინ $k = x^2$ ე.ი. $k = 1, 3$ ან 4.

$$P = \frac{3}{5}$$

გ) $k = xy$. $k = -5 \cdot 0,4 = -2$, ე.ი. $P = \frac{1}{5}$.

დ) ე.ი. წერტილი $(x; x + 3)$ არ მდებარეობს გრაფიკზე, ე.ი. $k = x(x + 3)$ განტოლებას ამონახსენი არ აქვს. $x^2 + 3x - k = 0$ ამონახსენი არ აქვს, თუ

$$D = 9 + 4k < 0 \quad \text{ე.ი.} \quad K = -\frac{9}{4}$$

ე.ი. $k = -5$; $P = \frac{1}{5}$.

10. ა) ორი წითელი ბანქოს ამოღება შესაძლებელია 18 წითელი ბანქოდან.

ხელშემწყობ შემთხვევათა რაოდენობაა C_{18}^2 .

ყველა შესაძლო შემთხვევათა რაოდენობაა – ბანქოს დასტიდან ორი ბანქოს ამოღება, არის C_{36}^2 .

$$P = \frac{C_{18}^2}{C_{36}^2} = \frac{18!}{16! \cdot 2!} \cdot \frac{34! 2!}{36!} = \frac{17 \cdot 18}{35 \cdot 36} = \frac{64}{315}$$

ბ) ტუზს ვიღებთ ტუზებიდან. მეორე ბანქო კი ნებისმიერია, გარდა ტუზისა,

$$\frac{C_4^1 \cdot C_{32}^1}{C_{36}^2} = \frac{4 \cdot 32 \cdot 34! 2!}{36!} = \frac{32 \cdot 8}{35 \cdot 36} = \frac{64}{315}$$

გ) $\frac{C_{18}^1 \cdot C_{18}^1}{C_{36}^2}$; დ) $\frac{C_4^2}{C_{36}^2}$.

11. ა) ხელშემწყობია: 2 წითელი ბურთულის ამოღება 9 წითელი ბურთულიდან; ყველა შესაძლო შემთხვევათა რაოდენობა: 2 ბურთულის ამოღება ურნიდან; $\frac{C_9^2}{C_{20}^2}$

ბ) $\frac{C_5^2}{C_{20}^2}$.

13. ხელშემწყობია: სამი გოგონას შერჩევა 5 გოგონადან და 2 ვაჟის – 10 ვაჟიდან.

ყველა შესაძლო შემთხვევათა რაოდენობა: 25 სპორტსმენიდან 5 სპორტსმენის შერჩევა.

$$\frac{C_{15}^3 \cdot C_{10}^2}{C_{25}^5}$$

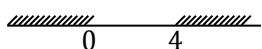
6. ფოთლებიანი ღეროების მსგავსი ღიაბრავა

ამოხსნები, მითითებები:

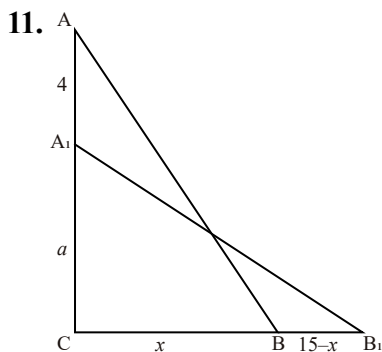
8. დირექტორი აირჩევა C_{10}^1 და ორი მოადგილე კი - C_{10}^2 ხერხით (ამ ორელებმენტიან სიმრავლეში დალაგებას მნიშვნელობა არ აქვს). სულ გვექნება $C_{10}^1 C_{10}^2$ ვარიანტი.

$$C_{10}^1 C_{10}^2 = 10 \cdot \frac{10 \cdot 9}{2} = 450 \text{ ვარიანტი.}$$

10. ა) $ax^2 + ax + 1 = 0$ $\begin{cases} a \neq 0 \\ D > 0 \end{cases}$ ე. ი. $\begin{cases} a \neq 0 \\ a^2 - 4a > 0 \end{cases}$



$$a \in (-\infty; 0) \cup (4; \infty).$$



$BC \equiv x$ $A_1C \equiv a$
 $AB = A_1B_1 = 25$

მივიღებთ:
 $\begin{cases} x^2 + (a + 4)^2 = 25^2 \\ a^2 + 15^2 = 25^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 20 \\ x = 7 \end{cases}$

ე. ი. $BC = 7$ დმ

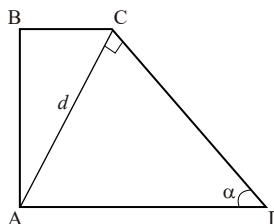
12.

	V	S	t
I	$x + 15$ კმ/სთ	200 კმ	$\frac{200}{x + 15}$ სთ
II	x კმ/სთ	200 კმ	$\frac{200}{x}$ სთ

$$\frac{200}{x + 15} - \frac{200}{x} = \frac{2}{3}$$

$$x = 60 \text{ კმ/სთ}$$

13. მოცემულია $ABCD$ ტრ.
 $\angle A = \angle B = 90^\circ$
 $AC = d$
 $\angle D = \alpha$
 უ.ვ.ჩ.



$\angle BAC = \alpha$ ΔABC -ში $AB = d \cos \alpha = 1$

14. $-1 < -3 < 0,5 < 2$ ე. ი. ბ) $h \neq fg$

VII თავის დამატებითი სავარჯიშოები

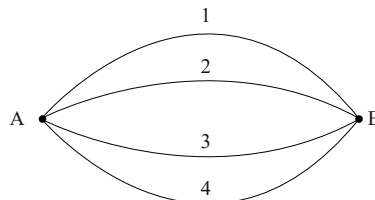
ამოხსნები, მითითებები:

1. კომბინატორიკის გამრავლების წესის თანახმად:

A-დან C-ში B-ს გავლით შესაძლებელია ჩასვლა $6 \cdot 3 = 18$ სხვადასხვა გზით.

2. ა) ჩასვლა და ჩამოსვლა სხვადასხვა გზით ნიშნავს: თუ A-დან B-ში ჩავიდა 1-ელი გზით, უკან დაბრუნდეს მე-2, მე-3 ან მე-4 გზით. სულ იქნება $4 \cdot 3 = 12$ გზა.

ბ) $4 \cdot 4 = 16$ გზა.



3. ა) პირველ ადგილზე შესაძლებელია დავსვათ მოცემული ცხრა ციფრიდან ნებისმიერი; მეორეზე შეიძლება დავსვათ ნებისმიერი, გარდა იმ ციფრისა, რომელიც დავწერეთ 1-ელ ადგილზე, ე.ი. 8. მესამეზეც შეგვიძლია დავსვათ ნებისმიერი, გარდა იმ ციფრისა, რაც დავსვით მე-2-ზე და ა.შ.

1	2	3	4	5	სულ
9	8	8	8	8	$8^4 \cdot 9$

გ) ბოლო ადგილზე შეიძლება დავსვათ ხუთი კენტი ციფრიდან ნებისმიერი. პირველ ადგილზე დარჩენილი რვა ციფრიდან ნებისმიერი და ა.შ.

1	2	3	4	5	სულ
8	7	6	5	5	$8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5^2$

ამოვხსნათ ფორმულით: მას შემდეგ, რაც ბოლო ადგილზე დავსვამთ კენტ ციფრს, დარჩენილი რვა ციფრიდან უნდა ავირჩიოთ ოთხელემენტიათი დალაგებული სიმრავლე (პირველი ოთხი ადგილისთვის), ე.ი. A_8^4

სულ $A_8^4 \cdot 5$ რიცხვი.

დ) $A_8^4 \cdot 4$.

4. გვაქვს ცხრა ერთნიშნა რიცხვი. ორნიშნა რიცხვები იქნება 81.

1	2	სულ
9	9	81

სამნიშნა რიცხვები არის 729.

1	2	3	სულ
9	9	8	729

სულ: $729 + 81 + 9 = 819$

5. დავთვალოთ, რამდენი ოთხნიშნა რიცხვი არსებობს, რომლის ჩანაწერში არ შედის „2“.

1	2	3	4	სულ
8	9	9	9	$9^3 \cdot 8$

ოთხნიშნა რიცხვების რაოდენობაა: $9999 - 999 = 9000$.

რიცხვების რაოდენობა, რომლის ჩანაწერში შედის „2“ იქნება: $9000 - 5832 = 3168$.

6. ა) წარმოვიდგინოთ, რომ $\boxed{4 \mid 5}$ „შეევანებეთ“, თითქოს ერთი ბარათია. 9 ბარათის განლაგების 9! ვარიანტია. გვექნება 9! ვარიანტი.

ბ) $10! - 2 \cdot 9! = 9! \cdot 8$. ($\boxed{4}$ და $\boxed{5}$ ბარათების შენებება შესაძლოა მოხდეს როგორც $\boxed{4 \mid 5}$, ასევე $\boxed{5 \mid 4}$).

7. 5!

8. ა) $23 \cdot 62 \cdot 9 = 23 \cdot 2 \cdot 31 \cdot 3^2$

ნატურალურ გამყოფთა რაოდენობაა: $(1+1)(1+1)(1+1)(2+1) = 24$.

9. ა) $A_7^3 = 210$; ბ) $A_7^2 = 42$; გ) 7.

10. $C_8^2 = \frac{8!}{6! \cdot 2!} = 28$.

11. A_9^5 .

12. $C_{12}^4 \cdot C_{10}^3$

13. $A_{50}^2 \cdot C_{48}^3$

14. ა) უ. დ. $A_n^k = n \cdot A_{n-1}^{k-1}$; $n \cdot A_{n-1}^{k-1} = n \cdot \frac{(n-1)!}{(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)!} = A_n^k$, რ.დ.გ.

ბ) $C_n^1 + 6C_n^2 + 6C_n^3 = n + 6 \left(\frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} + \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} \right) = n + 6n! \frac{3+n-2}{(n-2)! \cdot 3!} =$
 $= n + \frac{n!(n+1)}{(n-2)!} = n + (n-1)n(n+1) = n^3$

15. ა) $P = \frac{m}{n}$ $m = 1 - \text{„ბბბბბ“}, n = 2^5$.

$P = \frac{1}{32}$.

ბ) ხდომილობას – „ბორღჯალი“ მოვა არცერთხელ - ხელს უწყობს მხოლოდ ერთი ელემენტარული ხდომილობა „სსსსს“. დანარჩენ შემთხვევებში „ბ“ მოვა ერთხელ მაინც.

ე. ი. $P = 1 - \frac{1}{2^5} = \frac{31}{32}$.

გ) ჩამოვწეროთ ყველა ელემენტარული ხდომილობა, როცა „ბ“ მოვა ორჯერ.

შევეცადოთ მოსწავლეებს დავანახოთ ორი „ბ“-ს ხუთ ადგილზე განთავსების კანონზომიერება.

$\boxed{1} \quad \boxed{2} \quad \boxed{3} \quad \boxed{4} \quad \boxed{5}$

„ბ“ შეიძლება დაიკავოს ადგილები:

1-2, 1-3, 1-4, 1-5

2-3, 2-4, 2-5,

3-4, 3-5,

4-5

ე.ი. ბბსსს სბბსს

ბსბსს სბსბს

ბსსბს სბსსბ

ბსსსბ სსბბს

სსსბბ სსბბს

$P = \frac{10}{2^5} = \frac{5}{16}$

17. ბ) ესენია: (1;1), (1;2), (1;3), (1;4)
 (2;1), (2;2); (2;3)
 (3;1); (3;2)
 (4;1)

18. ხელშემწყობი იქნება მხოლოდ „35“ – ერთი ხდომილობა, ყველა შესაძლო კი – A_5^2 .

$$P = \frac{1}{A_5^2} = \frac{3!}{5!} = \frac{1}{20}$$

20. ა) $\frac{1}{36}$; ბ) $P = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$; გ) $P = \frac{9}{36}$; დ) $P = \frac{18}{36}$; ე) $P = \frac{32}{36}$.

21. დავთვალოთ, რამდენ პატარა კუბიკს ექნება შეღებილი:

- 1) 3 ნახნაგი. ასეთი კუბიკები მოთავსებულია კუბის წვეროებში, სულ 8 კუბიკი;
 2) 2 ნახნაგი. ასეთი კუბიკები მოთავსებულია კუბის ნიბოებთან. თითოეულ ნიბოსთან კუბიკია, აქედან 2 ნახნაგი შეფერილი ექნება 2 კუბიკს. სულ: $2 \cdot 12 = 24$ კუბიკი;

3) 1 ნახნაგი: კუბის ერთ ნახნაგზე 16 კვადრატია, ამიტომ ერთი ნახნაგი შეღებილი ექნება შუათან კუბიკს. სულ: $6 \cdot 4 = 24$ კუბიკი;

4) არცერთი ნახნაგი არ ექნება შეღებილი: $64 - (24 + 24 + 8) = 8$ კუბიკს.

ა) $P = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$; ბ) $P = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}$; გ) $P = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}$; დ) $P = \frac{8}{64} = \frac{1}{8}$; ე) $P = 0$.

27. $P = \frac{m}{n}$ $n = 5 \cdot 6 = 30$ $m = 3((3;9), (-3;9); (5;25))$ $P = \frac{1}{10}$.

28. ა) $P = \frac{m}{n}$ $n = 90$. ხელშემწყობი შემთხვევების „5“-ით დაბოლოებული რიცხვები. ასეთია 5,

15, ... 95, სულ 10 რიცხვი, $m=10$ $P = \frac{10}{90} = \frac{1}{9}$.

ბ) $P = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$.

გ) ხელშემწყობი შემთხვევებია ყველა \overline{ab} , როცა $a < b$. თუ

a	\overline{ab} -ს რაოდენობა, როცა $a < b$
1	8
2	7
3	6
4	5
5	4
6	3
7	2
8	1

სულ $9 \cdot 4 = 36$ რიცხვი. ე. ი.

$$P(a < b) = \frac{36}{90}$$

დ) ხელშემწყობია: ყველა \overline{ab} , როცა $a > b$

\overline{ab} სახის რიცხვები, სადაც $a = b$ იქნება 9 (11, 22, ... 99)

საძიებელი რიცხვების რაოდენობაა: $90 - (36 + 9) = 45$.

$$P = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$$

29. ბ) $P = \frac{m}{n}$; $n = 36$. ვიპოვოთ m .

$$2 \cdot 5 = 5 \cdot 2 = 10 \quad m = 2 \quad P = \frac{2}{36}$$

გ) $P = \frac{m}{n}$; $n = 36$. დავთვალოთ m – ხელშემწყობი შემთხვევები.

ჩამოვწეროთ ცხრილი

(1;1), (1;2), (1;3),....., (1;6) – არცერთი

($\bar{2}$;1), ($\bar{2}$;2), ($\bar{2}$;3),....., ($\bar{2}$;6) – ოთხი

($\bar{3}$;1), ($\bar{3}$;2), ($\bar{3}$;3),....., ($\bar{3}$;6) – ხუთი

($\bar{6}$;1), ($\bar{6}$;2), ($\bar{6}$;3),....., ($\bar{6}$;6) – ხუთი

$$m = 4 + 4 \cdot 5 = 24 \quad P = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

30. ა) $P = \frac{m}{n}$; $n = 6^3 = 216$.

ხელშემწყობია (1; 1; 1),, (6; 6; 6) $m=6 \quad P = \frac{1}{36}$

ბ) $P = \frac{n - m}{n} = \frac{216 - 6}{216} = \frac{35}{36}$

31. $P = \frac{m}{n}$; $n = C_{40}^4$

ა) 1 გოგო და 3 ბიჭი: $C_8^1 \cdot C_{32}^3$;

ბ) 2 გოგო და 2 ბიჭი: $C_8^2 \cdot C_{32}^2$;

გ) 3 გოგო და 1 ბიჭი: $C_8^3 \cdot C_{32}^1$;

დ) 4 გოგო: C_8^4 .

$$m = C_8^1 \cdot C_{32}^3 + C_8^2 \cdot C_{32}^2 + C_8^3 \cdot C_{32}^1 + C_8^4$$

$$P = \frac{C_8^1 C_{32}^3 + C_8^2 C_{32}^2 + C_8^3 C_{32}^1 + C_8^4}{C_{40}^4}$$

32. ა) $P = \frac{m}{n}$; $n = 20$ (სულ 20 ბილეთია) $m = 5$ (5-ია მომგებია). $P = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

ბ) ხელშემწყობი შემთხვევებია: მომგებია 1, 2 ან 3 ბილეთი

1. 1 მომგებია, 2 არა – $C_5^1 \cdot C_{15}^2$;

2. ორი მომგებია, 1 არა – $C_5^2 \cdot C_{15}^1$;

3. სამივე მომგებია – C_5^3 .

ე.ი. $m = C_5^1 \cdot C_{15}^2 + C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3$.

$$P = \frac{C_5^1 \cdot C_{15}^2 + C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_5^3}{C_{20}^3} = \frac{39}{76}$$

$$33. \text{ ა) } P = \frac{m}{n} \quad n = C_{36}^{10}; \quad m = C_4^2 C_4^3 C_4^1$$

$$P = \frac{C_4^2 \cdot C_4^3 C_4^1}{C_{36}^{10}}$$

$$\text{ბ) } n = C_{36}^{10}; \quad m = C_4^3 \cdot C_4^2$$

$$P = \frac{C_4^3 \cdot C_4^2}{C_{36}^{10}}$$

$$34. P = \frac{m}{n}; \quad n = C_{20}^2; \quad \text{დავთვალოთ } m$$

$$1) \text{ ორივე წითელია} - C_9^2$$

$$2) \text{ ორივე ლურჯია} - C_6^2 \quad \text{ე.ი. } m = C_9^2 + C_6^2 + C_5^2 = \frac{9!}{7!2!} + \frac{6!}{4!2!} + \frac{5!}{2!3!} = \frac{8 \cdot 9 + 5 \cdot 6 + 4 \cdot 5}{21} = 61$$

$$3) \text{ ორივე თეთრია} - C_5^2 \quad n = C_{20}^2 = \frac{20!}{18!2!} = 190.$$

$$P = \frac{C_9^2 + C_6^2 + C_5^2}{C_{20}^2} \quad P = \frac{61}{190}$$

ტესტი თვითშემოწმებისთვის:

1. დ; 2. გ; 3. გ; 4. ა; 5. გ; 6. გ; 7. ა; 8. ბ; 9. გ; 10. ბ; 11. დ.

VIII ტა30

თავმჯდური მატრიცა

თავი 8 - ვექტორი - თემატური მატრიცა

<p>მიმართულება/თემა - გეომეტრია კლასი - მე-9 საათების სავარაუდო რაოდენობა - 15-16 სთ</p>			
<p>სამიზნე ცნებები/საკითხები: სივრცული ფიგურები და მათი ზომები მაკროცნება: მოდელირება, ფორმა, რაოდენობრივი მსჯელობა</p>			
<p>სამიზნე ცნებები და მათთან დაკავშირებული მკვიდრი წარმოდგენები</p>	<p>საკითხი/ქვესაკითხები/ქვეცნებები</p> <ul style="list-style-type: none"> • სივრცული სხეულები • მრავალწახნაგები: პრიზმა, პირამიდა და მათი კერძო სახეები • მრავალწახნაგას შლილები • მრავალწახნაგას ზედაპირის ფართობები • მოცულობა 	<p>საკვანძო შეკითხვა</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ გამოიყენებთ გეომეტრიულ ფიგურებს და მათ თვისებებს ცხოვრებისეული სიტუაციების მათემატიკური მოდელირებისას? 	<p>კომპლექსური დაგაღების პირობა / შეფასების კრიტერიუმები</p>

<p>სამიზენე ცნებები: სივრცულ იფიგურები და მათი ზომები</p> <p>სტანდარტის შედეგები: მათ.საბ.3,4, 6,7,9.</p> <p>მკვიდრი წარმოდგენები</p> <ol style="list-style-type: none"> ჩვენ გარშემო და გარემომცველ ბუნებაში არსებულ უამრავ საგანს გეომეტრიული ფიგურების ფორმა აქვს; გეომეტრიული ფიგურა შემოსაზღვრულია წერტილით, მონაკვეთით, წირით ან ზედაპირით. აქსიომებზე დაყრდნობით, მართებულ მსჯელობითა და არგუმენტებით შესაძლებელია ახალი კანონზომიერებების კავშირების ფორმულირება, ასევე არსებული ფაქტების განალიზება, რომელ- 	<p>ეტაპი I – კომპლექსური დავალების პირობის გაცნობა <i>საკვანძო შეკითხვა: რას გულისხმობს შესასწავლი საკითხი? რა შემოქმედებითი პრობლემების საშუალებით უნდა დავადასტურო, რა ვისწავლე ამ საკითხთან დაკავშირებით?</i></p> <p>კომპლექსური დავალების წარდგენა მოძიე ინტერნეტში პატარა სახლის სურათი და აუშენე უმცროს მეგობრებს სოფელში სათამაშო სახლი.</p> <p>სახლი სურათი, რომელიც მოსწ. წიგნში, კომპლექსურშია თქვენი დავალება: გამოიყენე უკვე ნასწავლი გეომეტრიული ფიგურები და შექმენი შენი შერჩეული კოტეჯის მკვეტი. თავისუფალი არჩევანის შესაძლებლობა გაქვს. მიიღე არასტანდარტული გადაწყვეტილებები.</p> <ol style="list-style-type: none"> მკვეტი შეგიძლია შექმნა: <ul style="list-style-type: none"> ხელით, მუყაოსგან; აგო minecraft-ში; გამოიყენო პროექტირებისთვის რომელიმე ელექტრონული პროგრამა (მაგალითად, ,sweethome 3d); შენობის ზომები (სიგრძე და სიგანე), ასევე ოთახების რაოდენობა და განლაგება, დამოუკიდებლად შეარჩიე. გაითვალისწინე, რომ ერთდროულად შენობაში უნდა იყოს 7 ან 8 ბავშვი. კარგი განათებისთვის ფანჯრების ფართობი იატაკის ფართობის 20% უნდა იყოს. შეარჩიე ფანჯრების შესაბამისი რაოდენობა და განლაგება ისე, რომ აკმაყოფილებდეს პირობას. მკვეტის მიხედვით დაადგინე თითოეული ოთახის ზომები (სიგრძე, სიგანე, სიმაღლე); გამოთვალე ზედაპირის ფართობი, დაადგინე თითოეული ოთახის მოცულობა. 	<p>თქვენი დავალება: შექმენით „სახლის“ მკვეტი და მოამზადეთ მშენებლობის ხარჯთაღრიცხვა (პირობა მოცემულია ბარათში).</p> <p>ნაშრომის პრეზენტაციისას ხაზგასმით წარმოაჩინეთ:</p> <ol style="list-style-type: none"> როგორ დავგეხმარათ შერჩეული გეომეტრიული მოდელი მიმდინარე პროცესების აღქმასა და დასკვნების გამოტანაში? როგორ დავგეხმარათ გეომეტრიული ფიგურების ცოდნა მკვეტის აგვისას? როგორ გამოთვალეთ გამოყენებული გეომეტრიული ფიგურების ზომები; რა კრიტერიუმებით შეარჩიეთ საზომი ერთეულები? როგორ გამოიყენეთ გეომეტრიული პრინციპებისა და გეომეტრიული ფიგურების თვისებების ცოდნა მოდელის აგვისას და სივრცული ფიგურის ზედაპირის ფართობის და მოცულობის გამოთვლაში? მნიშვნელოვანია თუ არა გეომეტრიული ფიგურების ელემენტებს შორის კავშირის ცოდნა მოცემულ დავალებაში მსჯელობა-
---	--	---

<p>საც მივყავართ აღმოჩენების გაკეთების, ვარაუდის გამოთქმისა და თეორიის დამტკიცებისკენ.</p> <p>3. სიბრტყესა და სივრცეში გეომეტრიული ფიგურების ზომის გამოთვლა ხდება შესაბამისი წესით, გაზომვა ხდება შესაბამისი სტანდარტული ერთეულით.</p> <p>4. გეომეტრიულ ფიგურებს და ელემენტებს შორის არსებობს გარკვეული კავშირი. რომელიც შეიძლება იყოს ფორმულირებული და დამტკიცებული. აღნიშნული კავშირების გაგება და გაანალიზება ავითარებს მსჯელობას დასაბუთების უნარს.</p> <p>5. გეომეტრიული ფიგურების თვისებების აღიარება გეომეტრიული ობიექტების და მოდელების აგებაში.</p>	<p>4. მოაშზადე შენელოლოზის ხარჯთაღრიცხვა:</p> <ul style="list-style-type: none"> • გაითვალისწინე, ძირითადი სააშენებლო მასალა ხეა. • მოიძიე ინტერნეტით 1 მ² ხის მასალის და შენთვის მისაღები კაფელოს ფასი. • გამოთვალე მთლიანად საჭირო ხის მასალისა და კაფელოს რაოდენობა, საშენებლო მასალის ღირებულება. • დაადგინე, რა მასალას შეარჩევ გადახურვისთვის. მოიძიე მისი ღირებულება, ჩაატარე საჭირო გამოთვლები. <p>ეტაპი II. მოსწავლეთა წინარე ცოდნის გაქტიურება კომპლექსური დავალების შესრულებისთვის საჭირო საკითხების გახსენებით;</p> <p>წინარე მასალის გახსენება</p> <table border="1" data-bbox="586 621 957 1336"> <tr> <td data-bbox="586 621 779 922">ფაქტობრივი კითხვები:</td> <td data-bbox="586 922 957 1336"> <ul style="list-style-type: none"> • ჩამოთვალეთ თქვენთვის ცნობილი სივრცული ფიგურები. • დაასახელეთ სივრცული ფიგურის ელემენტები. • რას ეწოდება მრავალწახნაგები? </td> </tr> <tr> <td data-bbox="779 621 957 922">კონცეპტუალური კითხვები:</td> <td data-bbox="779 922 957 1336"> <ul style="list-style-type: none"> • გაიხსენეთ ფიგურის ელემენტებს შორის რა კავშირია. • რა ნიშნით შეიძლება მოვახდინოთ სივრცულ ფიგურათა კლასიფიკაცია? </td> </tr> </table>	ფაქტობრივი კითხვები:	<ul style="list-style-type: none"> • ჩამოთვალეთ თქვენთვის ცნობილი სივრცული ფიგურები. • დაასახელეთ სივრცული ფიგურის ელემენტები. • რას ეწოდება მრავალწახნაგები? 	კონცეპტუალური კითხვები:	<ul style="list-style-type: none"> • გაიხსენეთ ფიგურის ელემენტებს შორის რა კავშირია. • რა ნიშნით შეიძლება მოვახდინოთ სივრცულ ფიგურათა კლასიფიკაცია? 	<p>დასაბუთებისთვის?</p> <p>მკროცნება და მასთან დაკავშირებული კრიტერიუმი: მოდელორება; კავშირი;</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ გვცხმარება რაოდენობრივი მსჯელობა გეომეტრიული ობიექტების მოდელების შექმნაში? <p>შეფასების კრიტერიუმი, მოსწავლეს შეუძლია:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. რეალურ ცხოვრებაში, სამყაროში მიმდინარე მოვლენების აღწერა გეომეტრიული ობიექტების / ფიგურების მეშვეობით. 2. გეომეტრიული ფიგურების ცნობა და კლასიფიკაცია. 3. ახალი კავშირების დადგენა და წარმოდგენა. 4. გეომეტრიული ფიგურების ზომების გამოთვლა წესის შესაბამისად, გამოსახვა სტანდარტულ ერთეულებში. 5. გეომეტრიული ფიგურის ელემენტებს შორის კავშირების დამყარება და ამ კავშირებზე ლოგიკური მსჯელობა. 6. გეომეტრიული პრინციპების ცოდნის გამოყენებით გეომეტრიული ფიგურებისა და
ფაქტობრივი კითხვები:	<ul style="list-style-type: none"> • ჩამოთვალეთ თქვენთვის ცნობილი სივრცული ფიგურები. • დაასახელეთ სივრცული ფიგურის ელემენტები. • რას ეწოდება მრავალწახნაგები? 					
კონცეპტუალური კითხვები:	<ul style="list-style-type: none"> • გაიხსენეთ ფიგურის ელემენტებს შორის რა კავშირია. • რა ნიშნით შეიძლება მოვახდინოთ სივრცულ ფიგურათა კლასიფიკაცია? 					
<p>ეტაპი III – კომპლექსურ დავალებაზე მუშაობა და დასრულების შემდეგ წარდგენა</p> <p>რეკომენდაცია: აღნიშნულ ნაწილში მოცემულია როგორც ბაკვითილები საკვანძო კითხვებით, ასევე აქტივობები, რომლებიც შეგიძლიათ განიხილოთ როგორც კლასში, ასევე მისცეთ დავალებად – შესასრულონ დამოუკიდებლად, გადაიხაზონ რეგულში და ისე წარმოადგინონ.</p>						

<p>6. გეომეტრიული პრინციპების ცოდნისა და გამოყენებით შეგვიძლია აღწეროთ და დაგაკავშიროთ გეომეტრიული ფიგურები და მათი ელემენტები (ტოლოზა, მსგავსება...).</p> <p>7. გეომეტრიული მოდელი რეალურ ცხოვრებასა და სამყაროში მიმდინარე მოვლენებს აღწერს</p> <p>გეომეტრიული ობიექტების ან ფიგურის მეშვეობით.</p> <p>კარგი მოდელი გვეხმარება სამყაროში მიმდინარე პროცესების გაგებაში.</p> <p>8. სამეცნიერო მიზნისათვის ფიგურა შემოსაზღვრულია სიბრტყეებით, ზედაპირით.</p> <p>სამეცნიერო მიზნისათვის ფიგურას აქვს როგორც ზედაპირის ფართობი, ასევე მოცულობა.</p>	<p>საკითხი 1. მრავალწახნაგები</p> <p>ქვესაკითხი: პრიზმები: წესიერი პრიზმა, მართი პრიზმა, მართი პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედი, კუბი. პირამიდა: წესიერი პირამიდა, პირამიდის კერძო სახეები</p> <table border="1"> <tr> <td data-bbox="289 600 615 859"> <p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <p>რა?</p> <ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება პრიზმა? • როდისაა პრიზმა მართი? • რას ეწოდება მართკუთხა პარალელეპიპედი? რას ეწოდება სამკუთხა პრიზმა? • რას ეწოდება პირამიდა? • რა შემთხვევაშია პირამიდა წესიერი? • რა არი საპოთემო? • რას ეწოდება მრავალწახნაგა დიაგონალი? რა არის აპოთემო? • რას ეწოდება მრავალწახნაგა დიაგონალი? </td> <td data-bbox="289 859 615 1336"> <ul style="list-style-type: none"> • არის თუ არა ნებისმიერი მართი პარალელეპიპედი მართკუთხა პარალელეპიპედი? • წახნაგების რა მინიმალური რაოდენობა შეიძლება ჰქონდეს პრიზმას? • წესიერი პირამიდის ფუძე შეიძლება თუ არა იყოს ნებისმიერი მართკუთხედი? • შესაძლებელია თუ არა პირამიდის ყველა წახნაგი ტოლი მრავალკუთხედი იყოს? • შესაძლებელია თუ არა „სახლს“ ჰქონდეს პრიზმის ფორმა? </td> </tr> <tr> <td data-bbox="615 600 912 859"> <p>კონტრტუალური კითხვები:</p> </td> <td data-bbox="615 859 912 1336"> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="912 600 1243 859"> <p>სადისკუსიო კითხვები</p> </td> <td data-bbox="912 859 1243 1336"> </td> </tr> </table>	<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <p>რა?</p> <ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება პრიზმა? • როდისაა პრიზმა მართი? • რას ეწოდება მართკუთხა პარალელეპიპედი? რას ეწოდება სამკუთხა პრიზმა? • რას ეწოდება პირამიდა? • რა შემთხვევაშია პირამიდა წესიერი? • რა არი საპოთემო? • რას ეწოდება მრავალწახნაგა დიაგონალი? რა არის აპოთემო? • რას ეწოდება მრავალწახნაგა დიაგონალი? 	<ul style="list-style-type: none"> • არის თუ არა ნებისმიერი მართი პარალელეპიპედი მართკუთხა პარალელეპიპედი? • წახნაგების რა მინიმალური რაოდენობა შეიძლება ჰქონდეს პრიზმას? • წესიერი პირამიდის ფუძე შეიძლება თუ არა იყოს ნებისმიერი მართკუთხედი? • შესაძლებელია თუ არა პირამიდის ყველა წახნაგი ტოლი მრავალკუთხედი იყოს? • შესაძლებელია თუ არა „სახლს“ ჰქონდეს პრიზმის ფორმა? 	<p>კონტრტუალური კითხვები:</p>		<p>სადისკუსიო კითხვები</p>		<p>მისი ელემენტების (ტოლოზა, მსგავსება) დაკავშირება.</p>
<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <p>რა?</p> <ul style="list-style-type: none"> • რას ეწოდება პრიზმა? • როდისაა პრიზმა მართი? • რას ეწოდება მართკუთხა პარალელეპიპედი? რას ეწოდება სამკუთხა პრიზმა? • რას ეწოდება პირამიდა? • რა შემთხვევაშია პირამიდა წესიერი? • რა არი საპოთემო? • რას ეწოდება მრავალწახნაგა დიაგონალი? რა არის აპოთემო? • რას ეწოდება მრავალწახნაგა დიაგონალი? 	<ul style="list-style-type: none"> • არის თუ არა ნებისმიერი მართი პარალელეპიპედი მართკუთხა პარალელეპიპედი? • წახნაგების რა მინიმალური რაოდენობა შეიძლება ჰქონდეს პრიზმას? • წესიერი პირამიდის ფუძე შეიძლება თუ არა იყოს ნებისმიერი მართკუთხედი? • შესაძლებელია თუ არა პირამიდის ყველა წახნაგი ტოლი მრავალკუთხედი იყოს? • შესაძლებელია თუ არა „სახლს“ ჰქონდეს პრიზმის ფორმა? 							
<p>კონტრტუალური კითხვები:</p>								
<p>სადისკუსიო კითხვები</p>								

	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემა საკითხის შესწავლისას:</p>	<p>1. ჩვენ გარშემო და გარემომცველ ბუნებაში არსებულ უამრავ საგანს გეომეტრიული ფიგურების ფორმა აქვს; გეომეტრიული ფიგურა შემოსაზღვრულია წერტილით, მონაკვეთით, წირით ან ზედაპირით.</p> <p>2. აქსიომებზე დაყრდნობით, მართებული მსჯელობითა და არგუმენტებით, შესაძლებელია ახალი კანონზომიერებების, კავშირების, ფორმულირება, ასევე არსებული ფაქტების გაანალიზება, რასაც მიყვართ აღმოჩენების გაკეთებამდე, ვარაუდის გამოთქმასა და თეორემის დამტკიცებისკენ.</p> <p>3. გეომეტრიული პრინციპების ცოდნისა და გამოყენებით შეგვიძლია აღვწეროთ და დავაკავშიროთ გეომეტრიული ფიგურები და მისი ელემენტები</p>
	<p>ძველსკითხი 2: მრავალწახნაგას შლილები</p> <p>აქტივობა 1. კუბის შლილები. წარმოადგინეთ ხუთი განსხვავებული კუბის შლილი.</p> <p>აქტივობა 2. თითოეულ სამგანზომილებიან ფიგურა სშუესაბამეთ მისი შლილი, შეამოწმეთ პასუხი.</p>	<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ გესმით მრავალწახნაგას ზედაპირის შლილი? • კუბის რამდენი შლილი შეიძლება დავამზადოთ? • რა ფიგურაა წესიერი პირამიდის გვერდითი წახნაგები? <p>კონცეპტუალური კითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> • შეიძლება თუ არა ერთი და იმავე მრავალწახნაგას სხვადასხვა შლილი არსებობდეს? • შეიძლება თუ არა, რომ ხუთწახნაგას ერთ-ერთი წახნაგი ხუთკუთხედი იყოს? • რის გამოთვლაში შეიძლება დავაგვიყენოთ მრავალწახნაგას შლილი?

<p>სადისკუსიო კითხვები მაროვოცირებული კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ ფიქრობთ, „სახლის“ მშენებლობისას (ზედაპირის ფართობის გამოსათვლელად) გამოვიყენებთ თუ არა ცოდნასა და უნარებს მრავალწახნაგას შლილების შესახებ? • გეომეტრიული ფიგურებს და ელემენტებს შორის არსებობს გარკვეული კავშირი. რომელიც შეიძლება იყოს ფორმულირებული და დამტკიცებული. აღნიშნული კავშირების გაგება და გაანალიზება ავითარებს მსჯელობა-დასაბუთების უნარს. • გეომეტრიული ფიგურების თვისებების ცოდნა გვეხმარება გეომეტრიული ობიექტების და მოდელების აგებაში
<p>ქვესაკითხი 3: მრავალწახნაგას ზედაპირის ფართობები აქტივობები, რომელიც დაეხმარება მოსწავლეს საკითხის უკეთ აღქმასა და გააზრებაში.</p> <p>შესაძლებელია თავად მიანიჭონ გვერდებს ზომები და გამოიანგარიშონ ფიგურათა ზედაპირის ფართობი.</p> <p>აქტივობა 1: მართი პრიზმის ზედაპირის ფართობი;</p> <p>აქტივობა 2: სამკუთხა პრიზმის ზედაპირის ფართობი;</p> <p>აქტივობა 3: პირამიდის ზედაპირის ფართობი;</p> <p>აქტივობა 4: ცილინდრის ზედაპირის ფართობი;</p> <p>რეკომენდაცია: სასურველია, მოსწავლეებმა ასევე დაამზადონ მაკეტები, რათა გაიზიარონ სამგანზომილებიანი ფიგურები, ასევე სასურველია, თუ საიტზე GeoGebra თავად ისწავლიან აღნიშნული ფიგურების აგებებს.</p>	

	<p>ფაქტობრივი კითხვები: რა?</p> <ul style="list-style-type: none"> • რა იგულისხმება მრავალწახნაგას ზედაპირის ფართობში? • როგორ გამოითვლება მრავალწახნაგის ზედაპირის ფართობი? • დაწერე ფორმულა კუბისა და მართკუთხა პარალელეპიპედის ზედაპირის ფართობის გამოსათვლელად. 	
	<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p> <ul style="list-style-type: none"> • რომელ სტრატეგიას აირჩევთ პირამიდის ზედაპირის ფართობის გამოსათვლელად? • როგორ ფიქრობთ, რა შეიძლება იყოს წესიერი სამკუთხა პირამიდის თითოეული წახნაგი? 	
	<p>სადისკუსიო კითხვები მაპროგნოზირებელი კითხვები</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ გამოვივლით კოტეჯის ზედაპირის (მაგ.: კედლების საერთო) ფართობი? 	
	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p> <ul style="list-style-type: none"> • სიბრტყესა და სივრცეში გეომეტრიული ფიგურების ზომა გამოითვლება შესაბამისი წესით, გაზომვისას გამოიყენება შესაბამისი სტანდარტული ერთეული. • გეომეტრიული მიმდინარე მოვლენებს აღწერს და სამყაროში მიმდინარე მოვლენებს აღწერს გეომეტრიული ობიექტების ან ფიგურის მეშვეობით. კარგი მოდელი გვეხმარება სამყაროში მიმდინარე პროცესების გაგებაში. • სამგანზომილებიანი ფიგურა შემოსაზღვრულია სიბრტყეებით, ზედაპირით. სამგანზომილებიან ფიგურას აქვს როგორც ზედაპირის ფართობი, ასევე მოცულობა. 	

	<p>ქვესაკითხი 4: მოცულობა</p> <p>აქტივობა 1: პირამიდის ფორმის რამდენ ობიექტად შეიძლება დაიშალოს კუბი? გააკეთეთ მსგავსი მაკეტი და დაწერეთ დასკვნა, რა კავშირია პირამიდის და კუბის მოცულობებს შორის?</p> <p>განზოგადება: განზოგადეთ დასკვნა - რასფიქრობთ, შეგიძლიათ თუ არა იგივე თქვათ მართოთხუთხა პრიზმაზე? როგორ დაასაბუთებთ?</p> <p>აქტივობა 2: თუ განზოგადება გაუჭირდათ, შესთავაზეთ აქტივობა: დამზადეთ მართკუთხა პრიზმა და პირამიდა, რომელთაც ფუძეში აქვთ ერთნაირი ზომის მართკუთხედი (კვადრატი ან სამკუთხედი) და რომელთა სიმაღლეები ტოლია. დააკავშირეთ მოცულობები ერთმანეთთან.</p> <p>მაგალითად, გაავსეთ წყლით პირამიდის ფორმის აღნიშნული ჭურჭელი და გადაასხით მართ პრიზმაში, რას ხედავთ? რამდენი ჩასხმის შემდეგ აივსება პრიზმა?</p>
<p>ფაქტობრივი კითხვები:</p> <p>რა?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ გამოითვლება კუბის, მართკუთხა პარალელეპიპედის, პირამიდის მოცულობა? • დაწერეთ ფორმულა კუბისა და მართკუთხა პარალელეპიპედის, პირამიდის მოცულობის გამოსათვლელად.
<p>კონცეპტუალური კითხვები:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • რომელ სტრატეგიას აირჩევთ მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობის გამოსათვლელად? • რომელ სტრატეგიას აირჩევთ პირამიდის მოცულობის გამოსათვლელად?
<p>სადისკუსიო კითხვები</p> <p>მაპროვოცირებელი კითხვები</p>	<ul style="list-style-type: none"> • როგორ გამოვითვალოთ სახლის მოცულობა? • როგორ ფიქრობთ, რატომაა კოტეჯის მოცულობის ცოდნა მნიშვნელოვანი?

	<p>რა უნდა გაიგოს მოსწავლემ საკითხის შესწავლისას:</p> <ul style="list-style-type: none"> • სიბრტყესა და სივრცეში გეომეტრიული ფიგურების ზომის გამოთვლა ხდება შესაბამისი წესით, იზომება შესაბამისი სტანდარტული ერთეულით. • გეომეტრიული მოდელი რეალურ ცხოვრებასა და სამყაროში მიმდინარე მოვლენებს აღწერს გეომეტრიული ობიექტების ან ფიგურის მეშვეობით. კარგი მოდელი გვეხმარება სამყაროში მიმდინარე პროცესების გაგებაში. • სამგანზომილებიანი ფიგურა შემოსაზღვრულია სიბრტყეებით, ზედაპირით. სამგანზომილებიან ფიგურას აქვს როგორც ზედაპირის ფართობი, ასევე მოცულობა. 	
	<p>შესრულებული კომპლექსური დაგალების წარდგენა.</p> <p>ეტაპი IV - თუ მოსწავლემ ვერ დასძლია პროგრამა, განმავითარებელი შეფასების მიცემის შემდეგ სასურველია, შეასრულოს დავალება თავიდან (მინიშნება: შემდეგი კომპლექსური დავალების წარდგენამდე უნდა შეძლოს პარალელურად წინა კომპლექსურის ხარვეზების აღმოფხვრა);</p> <p>კომპლექსური დავალების პრეზენტაციის დროს მოსწავლეებისთვის მასწავლებლის მიერ დასმულიშეკითხვები:</p> <p>სასურველია კითხვები დაისვას ისე, რომ მოსწავლემ გაიაზროს, რას ნიშნავს პრობლემის/საკითხის გადაჭრა (გთავაზობთ, კითხვები დასვით პოლიას მეთოდით).</p>	

	<p>1. პრობლემის/საკითხის გაგება</p> <ul style="list-style-type: none"> • რატომ არის საჭირო მშენებლობის წამოწყების ან გაფართოებისას პროექტის/ გეგმის შემუშავება? • რაში მდგომარეობდა სამუშაო, რა იყო გასაკეთებელი? ჩამოაყალიბეთ თქვენი სიტყვებით. • მშენებლობის პროექტების დროს საჭირო იქნება თუ არა სივრცული ფიგურების ზომის გამოთვლა? • შეგისრულებიათ თუ არა მსგავსი დავალებმა? <p>2. გეგმის შემუშავება</p> <ul style="list-style-type: none"> • როგორ დაგეგმეთ სამუშაო? რა პრობლემა იყო გადასაჭრელი? რა იყო ცნობილი პრობლემიდან? • რა სტრატეგიები დასახეთ დავალების შესასრულებლად? • როგორ წარმართეთ სამუშაო პროცესი? <p>3. გეგმის მიხედვით მუშაობა</p> <ul style="list-style-type: none"> • რა სამუშაოები შეასრულეთ? • რისი ცოდნა დაგეხმარათ გამოთვლების წარმოებაში? • როგორ დაადგინეთ, რომელი ვარიანტი იყო საუკეთესო? • რამდენადსაჭიროაგეომეტრიისცოდნაშენებლობაში? • რთული იყო თუ არა თქვენთვის მუშაობა? • გაქვთ თუ არა დეტალურად წარმოდგენილი პროცესის აღწერა და დასკვნა? <p>4. შეფასება</p> <ul style="list-style-type: none"> • კიდევ როგორ იქნებოდა შესაძლებელი კოტეჯის მშენებლობა, ხომ არ გიფიქრიათ ან იფიქრებთ სამომავლოდ? • სად შეიძლება გამოგადგეთ მიღებული ცოდნა? 	

VIII თავე

1. ვექტორის ცნება. ტოლი ვექტორები

ამოხსნები, მითითებები:

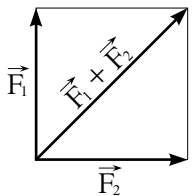
3. ა) $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$; $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$, ე.ი. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$. ბ) $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

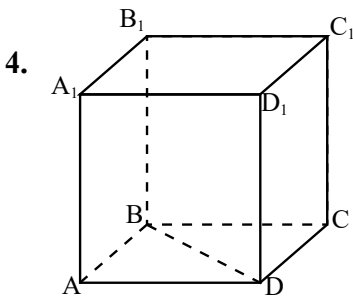
6. ა) ჭეშმარიტი; ბ) ჭეშმარიტი; გ) მცდარია, ეს ვექტორები შეიძლება იყოს სანინაალმდეგოდ მიმართული.

8. ა) $3 + \frac{7}{n}$, $n=1$, $n=7$; ბ) $5n+7-\frac{12}{n}$, $n=2$; 3; 4; 6; 12.

2. ვექტორების შეკრება

1. შეიძლება, როცა ამ ვექტორთა სიგრძეები ტოლია, ხოლო მიმართულებები სანინაალმდეგოდ.

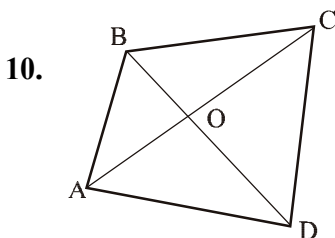
3.  $|\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}| = 3,6\sqrt{2}$ კგ.



ა) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A_1D_1} = \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_1D_1} = \overrightarrow{A_1C_1}$;

ბ) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{B_1B} = \overrightarrow{C_1B_1} + \overrightarrow{C_1C} = \overrightarrow{C_1B}$;

გ) $\overrightarrow{DB_1} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB_1} + \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{DC_1}$.



$$\frac{S_{ABO}}{S_{BOC}} = \frac{AO}{OC} = \frac{S_{AOD}}{S_{OCD}}$$

3. ვექტორების სხვაობა

ამოხსნები, მითითებები:

2. $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| = 5$.

6.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}) - \frac{1}{2}(\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC}) = \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}) = \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CB}) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}\end{aligned}$$

II გზა: $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{NM}$

$$\begin{aligned}+\overrightarrow{NM} &= \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BM} \\ \overrightarrow{NM} &= \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AM}\end{aligned}$$

$$2\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AM}$$

$$\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AM} = \vec{0}, \text{ ე.ი. } \overrightarrow{NM} = \frac{1}{2}(-\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD}) = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}).$$

9. მეზობელი გვერდების შუანერტილების შემაერთებელი მონაკვეთი დიაგონალით მიღებული სამკუთხედის შუახაზია, დიაგონალის პარალელურია და მის ნახევარს უდრის.

10. მართკუთხედის დიაგონალები ტოლია.

11. ტოლფერდა ტრაპეციის დიაგონალები ტოლია.

5. ვექტორის კოორდინატები.

ამოხსნები, მითითებები:

4. ა) $A(-2; 5); B(1; -3)$

$$\overrightarrow{AB} = (1 + 2; -3 - 5) = (3; -8)$$

5. $M(-2; 3); \vec{d}(2; 5); K(x; y)$

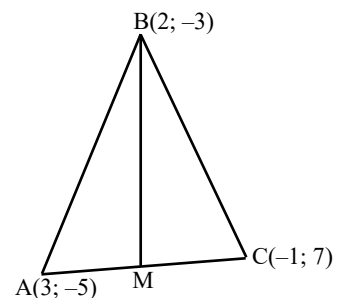
ა) $\overrightarrow{MK} = \vec{d} \quad (x + 2; y - 3) = (2; 5) \quad \text{ე.ი. } x=0; y=8$

7. ა) $\vec{a}(-4; 2) \quad |\vec{a}| = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}$

8. ა) $\vec{m}(a; 8) = 10 \quad a^2 + 64 = 100 \quad a = \pm 6$

9. $M(\frac{3-1}{2}; \frac{-5+7}{2})$ ე.ი. $M(1;1)$

და $\overrightarrow{BM}(-1; 4)$



6. ვექტორის კომპონენტები.

ამოხსნები, მიითვებები:

1. ა) $\vec{a}(-2; 4)$ $\vec{b}(1; 3)$

$$\vec{a} + \vec{b} = (\overline{-1; 7})$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (\overline{-3; 1})$$

2. ა) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50}$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{10}$$

3. ა) $\vec{a}(x; 3) + \vec{b}(-7; y) = (\overline{3; 4})$

$$x - 7 = 3 \quad x = 10$$

$$3 + y = -4 \quad y = -7$$

4. $\vec{a}(4; m)$ $|\vec{a}| = 5$ $16 + m^2 = 25$ $m = \pm 3$

5. $\vec{c}(k; 12)$ $|\vec{c}| = 13$ $k^2 + 144 = 169$ $k = \pm 5$

7. ა) $\vec{a}(1; 3)$ $\vec{b}(0; 5)$

$$\vec{a} - 4\vec{b} = (\overline{1; 3}) - 4(\overline{0; 5}) = (\overline{1; 3}) - (\overline{0; 20}) = (\overline{1; -17})$$

$$|\vec{a} - 4\vec{b}| = \sqrt{1 + 289} = \sqrt{290}$$

ბ) $2\vec{a} + 3\vec{b} = (\overline{2; 6}) + (\overline{0; 15}) = (\overline{2; 21})$

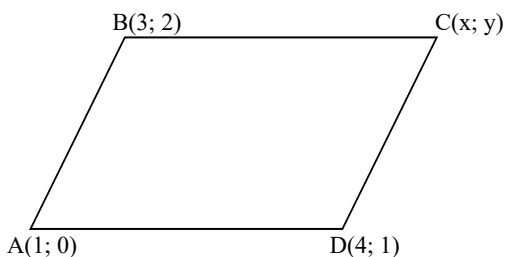
$$|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{4 + 441} = \sqrt{445}$$

8. $|K\vec{a}| = 5$

ა) $\vec{a}(-6; 8)$ $|\vec{a}| = 10$ $\text{გ.ო. } K = \pm \frac{1}{2}$

ბ) $\vec{a}(3; -4)$ $|\vec{a}| = 5$ $K = \pm 1$

9.



$$\overline{BD} = (\overline{1; -1}) \quad |\overline{BD}| = \sqrt{2}$$

$$\overline{AB} = \overline{DC} \text{ გ.ო. } (\overline{2; 2}) = (\overline{x-4; y-1})$$

საიდანაც $x=6; y=3$ $C(6; 3)$

$$\overline{AC} = (\overline{5; 3}) \quad |\overline{AC}| = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$$

10. $\vec{a}(-20; 21) \parallel \vec{b}(-20k; 21k)$

$$400k^2 + 441k^2 = 841k^2 = 58^2 \quad k = \pm 2$$

$\vec{b}(-40; 41)$ ან $\vec{b}(40; -41)$

11. $9 + k^2 = 1 + 25$ $k = \pm\sqrt{17}$

12. ა) $\vec{b}(10; 15)$ ბ) $\vec{b}(-10; -15)$

8. მართობი, დახრილი, გეგმილი. მანძილი წერტილიდან სიბრტყეზე

რეზიუმე:

მოსწავლემ უნდა იცოდეს, რომ ნებისმიერი წერტილიდან სიბრტყისადმი გაივლება ერთადერთი მართობი და უამრავი დახრილი; უნდა იცოდეს გეგმილის ცნება, აგრეთვე ის ფაქტი, რომ ტოლ დახრილებს ტოლი გეგმოლები აქვთ და პირიქით. ამავე დროს, ორ დახრილს შორის მეტი გეგმილი აქვს მეტი სიგრძის მქონე დახრილს და ეს ფაქტიც შებრუნებადია.

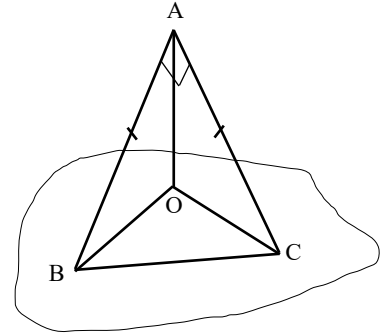
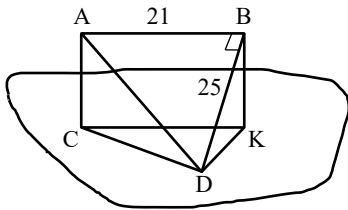
ამოხსნები, მითითებები:

1. პითაგორა: $\sqrt{30^2 + 40^2} = 50$

5. $AO=1$

$\angle ABO = \angle ACO = 30^\circ$, ე.ი. $AB=AC=2$. $\triangle ABC$ მართკუთხაა, $BC=2\sqrt{2}$.

6. $\sqrt{20^2 - (15^2 - 9^2)} = 16$.



7. $AD^2 = 21^2 + 25^2 = 1066$.

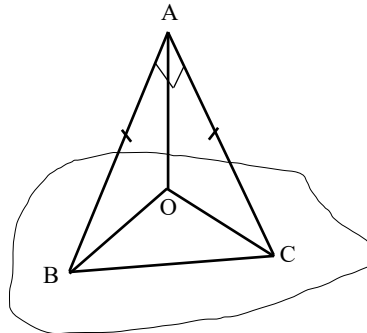
$CD = \sqrt{1066 - 225} = 29$

8. $AO=h$, $AB=x$, $AC=2x$

$h^2 = x^2 - 1 = 4x^2 - 49$

$x^2 - 1 = 4x^2 - 49$

$3x^2 = 48$ $x=4$.



9. სივრცული სხეულები

9.1. პრიზმა, ცილინდრი

ამოხსნები, მითითებები:

3. $a\sqrt{3} = 3$ $a = \sqrt{3}$ $S_{\text{სრ.}} = 6a^2 = 18$ $V = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$.

4. ა) $S_{\text{გვ.}} = 2(4+3) \cdot 5 = 70$

ბ) $S_{\text{სრ.}} = S_{\text{გვ.}} + 2S_{\text{ფ.}} = 70 + 2 \cdot 4 \cdot 3 = 94$

გ) $AC_1 = \sqrt{4^2 + 3^2 + 4^2} = 5\sqrt{2}$

დ) ფუძის დიაგონალი 5-ის ტოლია, ესეიგი $S_{\text{ფ.}} = 5 \cdot 5 = 25$

ე) $V = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

5. პარალელოგრამის თვისება: $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$

საიდანაც $d_2^2 = 56$)

პარალელოგრამის დიაგონალები $\sqrt{144 + 25} = 13$ და $\sqrt{56 + 25} = 9$

11. $2RH = \frac{17}{25}$ $S_{\text{გვ.}} = 2\pi RH = \frac{17}{2}$

13. -12-დან 12-ის ჩათვლით ჯამია 0; დარჩა $13+14+15=42$.

9.2. პირამიდა, კონუსი

რეზიუმე:

განვმარტოთ პირამიდა, წესიერი პირამიდა, ნიბო, წახნაგი, წვერო. მივცეთ n-კუთხა პირამიდის განმარტება და დავსვათ კითხვები: რამდენი წვერო, ნიბო და წახნაგი ექნება n-კუთხა პირამიდას? პარაგრაფში დასმული შეკითხვების პასუხებია:

1. აუცილებლად; 2. მცდარია, აქვს ოთხი წახნაგი; 3. ჭეშმარიტია; 4. მცდარია, ნებისმიერი პირამიდის გვერდითი წახნაგი სამკუთხედიანია; 6. მცდარია.

ამოხსნები, მითითებები:

2. ამოცანის პირობიდან $S_{\text{ფ.}} = 4\text{სმ}^2$, ე.ი. ფუძის გვერდია 2.

3. გვერდითი წახნაგი ტოლფერდაა, ე.ი. აპოთემის K ფუძე DC-ს შუანერტილია, ე.ი. OK გვერდის ნახევარია. $AB=2x$.

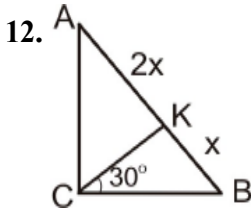
$x\sqrt{25 - x^2} = 12$, საიდანაც $x=4$ ან 3.

4. $\Delta NMK \sim \Delta ASC$, ე.ი. $S_{\text{MNK}} = \frac{1}{4}S_{\text{ASC}} = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2$.

$$5. S_{ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}, \text{ ე.ი. } AB=4.$$

$$S_{ABC}=12. \frac{1}{2} \cdot 4SK = 12. SK = 6, \text{ პირამიდის სიმაღლე } H = \sqrt{36 - \frac{4}{3}} = \frac{2\sqrt{26}}{\sqrt{3}}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{26}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{26}}{3}$$



$$CB=\sqrt{3} \quad \angle ACK=60^\circ.$$

$$\frac{S_{ACK}}{S_{CKB}} = \frac{AK}{KB} = \frac{2}{1} \quad \frac{AC \cdot CK \cdot \sin 60^\circ}{CB \cdot CK \cdot \sin 30^\circ} = \frac{2}{1} \text{ საიდანაც } AC=2, AB=\sqrt{7}.$$

VIII თავის ღამატებითი სავარჯიშოები

1. ა) ჟ; ბ) მც.; გ) ჟ; დ) მც.; ე) მც.; ვ) მც.; ზ) ჟ.

2. კოლინეარულია.

3. ა) კი, თუ ისინი თანამიმართულია;

ბ) კი — ნებისმიერ ABC სამკუთხედში: დაუშვათ, $AB < AC$ და $AB < BC$. $\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{CB}$;

გ) კი, თუ ისინი საწინააღმდეგოდაა მიმართული;

დ) კი, თუ ისინი თანამიმართულია;

ე) კი, თუ ისინი მართობულია.

4. ა) $\vec{AD} = \vec{BC}$ და $\vec{A_1D_1} = \vec{B_1C_1}$;

ბ) $\vec{CD} = \vec{C_1D_1} = \vec{C_1B} + \vec{BD_1} \Rightarrow \vec{CD} = \vec{BD_1} - \vec{BC_1} \Rightarrow \vec{CD} + \vec{BC_1} = \vec{BD_1}$.

5. ა) $\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DC} = \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$;

ბ) $\vec{AD} + \vec{CB} + \vec{DC} = \vec{AC} + \vec{CB} = \vec{AB}$;

გ) $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} + \vec{DA} = (\vec{AB} + \vec{BC}) + (\vec{CD} + \vec{DA}) = \vec{AC} + \vec{CA} = 0$.

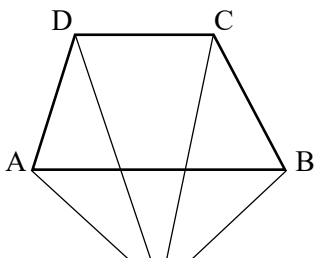
6. ა) $2\vec{m} = 2\vec{a} + 2\vec{b} \quad 2\vec{n} = 2\vec{a} - 2\vec{b} \quad 2\vec{m} - 2\vec{n} = 2\vec{a} + 2\vec{b} - 2\vec{a} + 2\vec{b} = 4\vec{b}$

$3\vec{m} - \frac{1}{3}\vec{n} = 3\vec{a} + 3\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} = \frac{10}{3}\vec{a} - \frac{8}{3}\vec{b} \quad -\vec{m} - \frac{1}{10}\vec{n} = -\vec{a} - \vec{b} - \frac{1}{10}\vec{a} + \frac{1}{10}\vec{b} = -\frac{11}{10}\vec{a} - \frac{9}{10}\vec{b}$.

7. ა) $3\vec{a} + 5\vec{b} = \alpha \cdot \vec{a} + (2\beta + 1)\vec{b} \Rightarrow \alpha=3$ და $2\beta+1=5 \Rightarrow \beta=2$.

ბ) $\alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{a} - \vec{a} + 2\alpha \cdot \vec{b} - \beta \cdot \vec{b} = 0$

$(\alpha+\beta)\vec{a} + (2\alpha-\beta)\vec{b} = 1 \cdot \vec{a} + 0 \cdot \vec{b}$.



8. $\vec{DC} = \vec{m} \Rightarrow \vec{AB} = k \cdot \vec{m}$.
 $\vec{QD} = \vec{QC} + \vec{CD} = \vec{c} - \vec{m}$ (1)
 $\vec{AB} = k \cdot \vec{m} = \vec{AQ} + \vec{QB} = \vec{b} - \vec{a} \Rightarrow \vec{m} = \frac{1}{k}(\vec{b} - \vec{a})$
 მიღებული ტოლობა ჩავსვათ (1)-ში:
 $\vec{QD} = \vec{c} - \frac{1}{k}(\vec{b} - \vec{a})$.

9. $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC}$.
 $\vec{BE} = \vec{BC} + \vec{CE} = \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{CA}$
 $\vec{CF} = \vec{CA} + \vec{AF} = \vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{AB}$
 $\vec{AD} = \vec{BE} + \vec{CF} = \frac{3}{2}(\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}) = \frac{3}{2} \cdot \vec{0} = \vec{0}$

10. ა) არა; ბ) კი. 11. ა) კი; ბ) კი.

14. ა) $\vec{MN} = -\frac{1}{2}\vec{CA}$; ბ) $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{BC})$; გ) $\vec{BK} = \frac{1}{2}\vec{BD} = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BC})$
 $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC}$

15. ა) $\vec{MN} = \frac{1}{2}\vec{PQ}$; ბ) $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{AC}$ $\vec{PQ} = 2\vec{MN} = \frac{2}{3}(\vec{BC} - \vec{BA})$;
 გ) $\vec{PQ} = 2\vec{MN} = \frac{2}{3}(\vec{BC} - \vec{BA})$; დ) $\vec{PQ} = \frac{\vec{MN} + \vec{AC}}{2}$.

16. ა) პარალელოგრამი; ბ) ტრაპეცია.

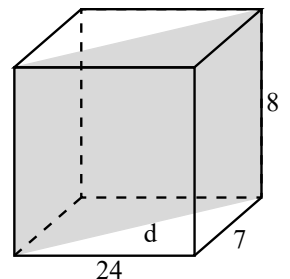
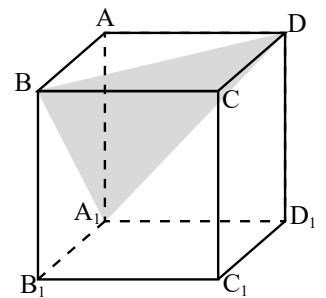
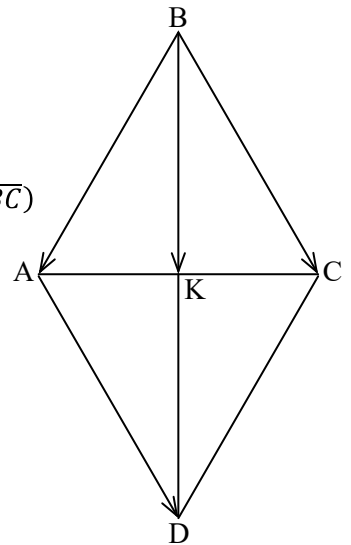
17. A წვეროდან გამოსული სამი წიბოს ბოლოებია A_1 , B და D წერტილები.

$a = 5\sqrt{3}$ $BA_1 = DA_1 = a\sqrt{2}$ $BD = a\sqrt{2}$
 $S = \frac{(a\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \cdot 2\sqrt{3}}{4} = \frac{25 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{75\sqrt{3}}{4}$

18. პარალელეპიპედის დიაგონალის კვადრატი ტოლია სამივე განზომილების კვადრატების ჯამის.

20. თუ პარალელეპიპედის განზომილებებია a, b და c, ზედაპირის ფართობი იქნება
 $S=2(ab+bc+ac)=2(3x \cdot 7x+3x \cdot 8x+7x \cdot 8x)=808$
 $21x^2+24x^2+56x^2=404$; $101x^2=404$, $x^2=4$, $x=2$;
 წიბოების სიგრძეებია 6, 14, 16.

22. $d^2=24^2+7^2$
 $S_{კვ} = 8d = 8\sqrt{625} = 8 \cdot 25 = 200$.



23. ფუძის გვერდები აღვნიშნოთ a და b -თი; მივიღებთ სისტემას:

$$\left\{ \begin{array}{l} ab = 360 \\ \sqrt{a^2 + b^2} \cdot 5 = 205 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2ab = 360 \cdot 2 \\ a^2 + b^2 = 41 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (a+b)^2 = 761 \\ ab = 360 \end{array} \right.$$

24. მართკუთხა პარალელებიპედის განზომილებების იყოს a , b და c ;

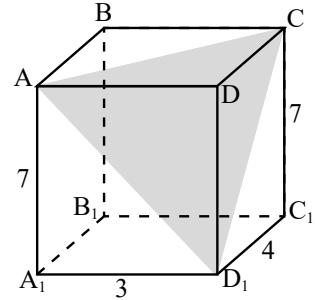
მაშინ $ab=3$ და $\sqrt{a^2 + b^2} = 5 \Rightarrow (a+b)^2=34$.

$S_{გვ}=2c(a+b)=4\sqrt{34}$.

25. D წერტილიდან გამოსული წიბოების ბოლოებია A , C და D_1 ,

ე.ი. უნდა ვიპოვოთ

$$P_{ACD_1} = \sqrt{3^2 + 4^2} + \sqrt{3^2 + 7^2} + \sqrt{4^2 + 7^2} = 5 + \sqrt{58} + \sqrt{65}$$



26. $S_{გვ}=170$ სმ²; პარალელებიპედის სიმაღლე იქნება ფესვი მისი დიაგონალისა და ფუძის დიაგონალის კვადრატების სხვაობიდან: $h = \sqrt{29^2 - 21^2} = \sqrt{8 \cdot 50} = 20$

გვერდითი წახნაგების ფართობებია $10 \cdot 10=200$ და $17 \cdot 20=340$

$S=2(200+340+170)=2\sqrt{810}=18\sqrt{10}$.

27. ე.ი. ფუძე არის რომბი, რომლის დიაგონალებიც იქნება $d_1=a$ და $d_2=a\sqrt{3}$. პარალელებიპედის

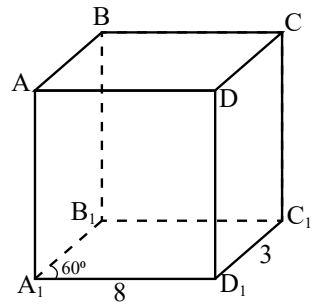
დიაგონალებია $d_3 = \sqrt{d_1^2 + a^2} = a\sqrt{2}$, $d_4 = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$.

28. $S_{გვ}=P_{ABCD} \cdot h \Rightarrow 220=22h \Rightarrow h=10$

$S_{გვ}=2S_{გვ}+S_{გვ}=2 \cdot 3 \cdot 8 \sin 60^\circ + 220 = 24\sqrt{3} + 220$

29. $S_{გვ}=\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8=24$. ფუძის გვერდი კი 5 სმ-ია, მაშასადამე, პარალელებიპედის

სიმაღლეა $h^2=d^2-a^2=13^2-5^2 \Rightarrow h=12$ (a ფუძის გვერდია, ხოლო d - გვერდითი წახნაგის დიაგონალი). $S=2S_{გვ}+4S_{გვ.წ.წ.}=2 \cdot 24 + 4 \cdot 5 \cdot 12=288$ სმ².



30. $S_{გვ}=\frac{1}{2}(40-32)=4$ ე.ი. ფუძის გვერდია 2 მ.

$S_{გვ}=32$ მ², მაშასადამე, გვერდითი წახნაგის ფართობია 8 მ². მივიღებთ $2h=8$, საიდანაც $h=4$.

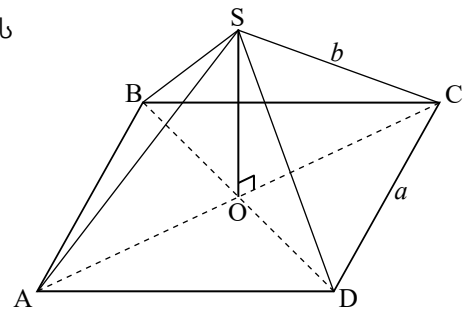
32. ფუძის გვერდი იყოს a , ხოლო სიმაღლე - h , მაშინ $2a^2=12^2$, ხოლო $a^2+h^2=97$, $a=6\sqrt{2}$, $h=5$.

33. O წერტილი $ABCD$ კვადრატის დიაგონალის კვეთის

წერტილია, ე.ი.

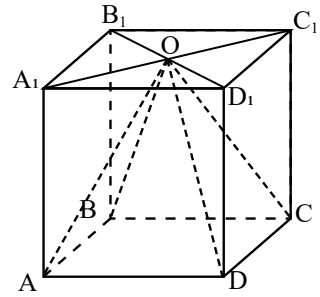
$$OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$SO = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}} = \sqrt{\frac{2b^2 - a^2}{2}}$$



35. OABCD პირამიდის ფუძის გვერდი a -ს ტოლია, სიმაღლე a -ს, ხოლო აპოთემა $\sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

$$S = 4 \cdot \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} + a^2 = a^2\sqrt{5} + a^2$$



38. $H=R$, ე.ი. კუთხე 45° -ის ტოლია.

ტესტი თვითშემოწმებისთვის:

1. ბ; 2. ბ; 3. ბ; 4. დ; 5. გ; 6. დ; 7. დ; 8. გ; 9. გ; 10. დ; 11. ბ; 12. გ; 13. დ.

შემაჯავებელი სამუშაოების ნიმუშები

შემაჯავებელი სამუშაო №1

1. გამოთვალეთ $(0,63:0,003 - 5, 29:0,023):2,5$.
2. ოქროსა და ვერცხლის შენადნობი შეიცავს 1,6 გ ოქროს და 2,4 გ ვერცხლს. რამდენ პროცენტ ვერცხლს შეიცავს შენადნობი?
3. აუზიდან წყლის თანაბარი გაშვება დაიწყო. სამი საათის შემდეგ აუზში 250 მ³ წყალი დარჩა, ხოლო კიდევ ორი საათის შემდეგ 150 მ³. რამდენი წყალი იყო აუზში წყლის გაშვებამდე?
4. ტრაპეციის შუახაზი მის შუახაზს ყოფს ორ მონაკვეთად, რომელთა შეფარდებაა 2:5. იპოვეთ ტრაპეციის ფუძეები, თუ შუახაზი 63 სმ-ის ტოლია.
5. ერთი მუშა გარკვეულ სამუშაოს 6 სთ-ში ასრულებს, მეორე – 8 სთ-ში. სამუშაოს რა ნაწილი შესრულდება, თუ ორივე მუშა ერთდროულად იმუშავებს? რა დროში შეასრულებს ორივე ერთად მთელ სამუშაოს?

შემაჯავებელი სამუშაო №2

1. როგორი უნდა იყოს $y=kx+b$ წრფის კოეფიციენტების ნიშნები, რომ მისმა გრაფიკმა $y=x^2$ ფუნქციის გრაფიკი გადაკვეთოს:
ა) მხოლოდ I მეოთხედში. ბ) მხოლოდ II მეოთხედში. გ) I და II მეოთხედებში.
2. შეადგინეთ კვადრატული განტოლება, რომლის ფესვები იქნება
ა) 3; 6, ბ) 0;4, გ) -2; 2, დ) $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$.
3. იპოვეთ $3x^2 + 4x - 7 = 0$ განტოლების ფესვების შებრუნებულ სიდიდეთა ჯამი.
4. იპოვეთ p-ს ყველა მნიშვნელობა, რომლისთვისაც $2x^2 - 3px + p + 5 = 0$ განტოლებას აქვს სხვადასხვა ნიშნის ფესვები.

შემაჯავებელი სამუშაო №3

1. ურთიერთგადამკვეთი ორი ქორდიდან ერთი იყოფა შუაზე, მეორე კი 7 სმ-ის და 28 სმ-ის ტოლ მონაკვეთებად. იპოვეთ ქორდების სიგრძეები.
2. მხების მონაკვეთის სიგრძე 4 სმ-ია, ხოლო იმავე წერტილიდან გავლებული უდიდესი მკვეთის სიგრძე 10 სმ-ია. იპოვეთ წრეწირის დიამეტრის სიგრძე.
3. წრეწირის წერტილიდან მის დიამეტრზე დაშვებულია პერპენდიკულარი. იპოვეთ ამ პერპენდიკულარის სიგრძე, თუ დიამეტრის მონაკვეთებია 2 სმ და 8 სმ.

4. წრენირზე შემოხაზული ოთხკუთხედის სამი მომდევნო გვერდის სიგრძეა 14 სმ, 24 სმ, 15 სმ. იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის პერიმეტრი.

5. წრენირში ჩახაზული ოთხკუთხედის სამი მომდევნო კუთხის შეფარდებაა 2:5:7. იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის კუთხეები.

შემაჯამებელი სამუშაო №4

1. O ცენტრის მქონე წრენირისადმი გავლებულია MN მხები ისე, რომ $\angle MON = 65^\circ$. იპოვეთ $\angle MON$ კუთხე.

2. ტოლფერდა სამკუთხედში, რომლის ფუძე 14 სმ, ხოლო პერიმეტრი 38სმ-ის ტოლია, ჩახაზულია წრენირი. იპოვეთ შეხების წერტილით მიღებული მონაკვეთების სიგრძეები.

3. წრენირზე აღებული სამი A, B და C წერტილით წრენირი იყოფა შეფარდებით 5:7:6. იპოვეთ თითოეული რკალის გრადუსული ზომა.

4. წრფიდან 45სმ-ით დაშორებული წერტილიდან გავლებულია ორი დახრილი რომელთა შეფარდებაა 1:3. უდიდესი დახრილი წრფესთან ადგენს 30° -იან კუთხეს. იპოვეთ დახრილთა სიგრძეები.

5. იპოვეთ იმ წრენირის რადიუსი, რომლის სიგრძეა 98π

შემაჯამებელი სამუშაო №5

1. დანერე $A(4;2)$ წერტილის სიმეტრიული წერტილის კოორდინატები: ა) აბსცისათა ღერძის მიმართ; ბ) ორდინატთა ღერძის მიმართ; გ) კოორდინატთა სათავის მიმართ.

2. დანერე წრფის განტოლება, რომელშიც $\begin{cases} x \rightarrow x - 1 \\ y \rightarrow y + 2 \end{cases}$ პარალელური გადატანით გადავა წრფე.

3. დანერე წრფის განტოლება, რომლის გრაფიკი ორდინატთა ღერძის პარალელურია და გადის $y = -2x + 5$ და $y = \frac{1}{2}x$ ფუნქციათა გრაფიკების გადაკვეთის წერტილზე.

4. კ-ს და ბ-ს რა მნიშვნელობებისთვის გადის $y=kx+b$ წრფე II, III და IV მეოთხედებში?

შემაჯამებელი სამუშაო №6

1. დანერეთ $y = x^2 + c$ ფუნქცია, თუ ცნობილია, რომ პარაბოლის წვეროა

ა) $(0; \frac{1}{8})$; ბ) $(0; -8)$.

2. $K(1;2)$ წერტილი მდებარეობს $y=x^2+c$ პარაბოლაზე, მდებარეობს თუ არა იმავე პარაბოლაზე წერტილი $A(3;4)$; $B(\sqrt{5};6)$.

3. იპოვეთ პარაბოლას წვეროს კოორდინატები: ა) $x^2 - 6x + 4$; ბ) $-3x^2 + 4x + 7$.

4. b და c პარამეტრების რა მნიშვნელობისათვის მდებარეობს $A(2;7)$ და $B(-1;2)$ წერტილები $y = x^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკზე.

5. ამოხსენით გრაფიკულად უტოლობა $x^2 \geq 2x + 3$.

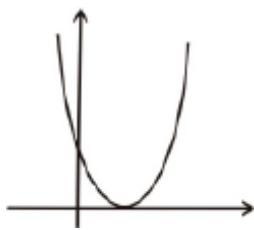
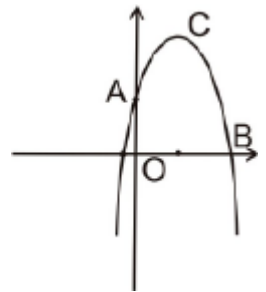
შემაჯავებელი სამუშაო №7

1. $y = ax^2 + bx + c$ კვადრატული ფუნქციის შესახებ ცნობილია, რომ $(a+b+c) \cdot c < 0$. შემდეგი წინადადებიდან რომელია ჭეშმარიტი ა) $D > 0$; ბ) $D < 0$; გ) $D \geq 0$; დ) $D = 0$?

2. თუ $(a + 2)x^2 - 2x = a + x$ განტოლებების ამოხსნები თანაბრად და დაშორებული $x=1$ წერტილიდან, რისი ტოლია a ?

3. იპოვეთ k და p , თუ $y = kx^2 - (k^2 + 3k - 6)x + p$ კვადრატული ფუნქცია უმცირეს მნიშვნელობას ღებულობს $x=2$ წერტილში და ეს მნიშვნელობა -5 -ის ტოლია.

4. ნახაზზე გამოსახულია $y = -x^2 + 4x + 5$ ფუნქციის გრაფიკი. იპოვეთ $AB + OC$.



5. ნახაზზე გამოსახულია $y = ax^2 + bx + c$ ფუნქციის გრაფიკი ($D = b^2 - 4ac$) მაშინ:
 ა) $ac > 0$; ბ) $aD > 0$; გ) $cD > 0$; დ) $ab > 0$; ე) $bD > 0$.

შემაჯავებელი სამუშაო №8

1. ორ ტოლფერდა სამკუთხედს ფერდებს შორის კუთხე ტოლი აქვს. ერთ-ერთის გვერდებია 10 სმ, 10 სმ და 8 სმ. მეორის პერიმეტრია 42 სმ. იპოვეთ მეორე სამკუთხედის ფერდი.

2. ABC სამკუთხედში გავლებულია AC გვერდის პარალელური წრფე, რომელიც AB და BC გვერდებს კვეთს შესაბამისად M და N წერტილებში. იპოვეთ CN, თუ $BN=6$ სმ, $BM:AB=3:7$.

3. იპოვეთ მართკუთხა სამკუთხედის კათეტები, თუ ჰიპოტენუზაზე მათი გეგმილებია 9 სმ და 16 სმ.

4. რომბის დიაგონალი რომბის გვერდთან ადგენს კუთხეს, რომლის სინუსია $1/4$. იპოვეთ მეორე დიაგონალი, თუ რომბის გვერდია 5 სმ.

5. ABC სამკუთხედში $AB=10$ სმ და $BC=8$ სმ. გავლებულია BK ბისექტრისა და AM მედიანა, რომელთა კვეთის წერტილია O. იპოვეთ: $S_{AOB} : S_{AMC}$.

შემაჯავებელი სამუშაო №9

1. მიმდევრობის მე-8 და მე-9 წევრები შესაბამისად 8-ის და 9-ის ტოლია, ამ მიმდევრობის ნებისმიერი სამ მომდევნო წევრის ჯამი კი 20-ის ტოლია. იპოვეთ ამ მიმდევრობის 145-ე წევრი.
2. იპოვეთ მიმდევრობის უდიდესი წევრი და მისი ნომერი.
3. მიმდევრობის ზოგადი წევრია $a_n = 5 - \frac{n}{7}$. იპოვეთ ამ მიმდევრობის უდიდესი უარყოფითი და უმცირესი დადებითი წევრები.
4. გეომეტრიული პროგრესია მოცემულია ფორმულით $b_n = 5^{n+2}$. იპოვეთ b_1 და b_2 .

შემაჯავებელი სამუშაო №10

1. იპოვეთ კამათლის გაგორების დროს მარტივი რიცხვის მოსვლის ალბათობა.
2. სათამაშო დისკო დაყოფილია 8 ტოლ სექტორად და გადანომრილია 1,2,...,8. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ დისკოს დატრიალების დროს მოვა:
 - ა) ლუწი რიცხვი? B
 - ბ) სამის ჯერადი რიცხვი?
3. ავისროლოთ მონეტა სამჯერ. იპოვეთ ალბათობა იმისა, რომ გერბი მოვა:
 - ა) 0-ჯერ,
 - ბ) 1-ჯერ,
 - გ) 2-ჯერ,
 - დ) 3-ჯერ.
4. ამოხსენით განტოლება:
 - ა) $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 0$;
 - ბ) $|x-2| + |y+3| = 0$.

შემაჯავებელი სამუშაო №11

1. ABC და $A_1B_1C_1$ სამკუთხედები და სივრცის ორი – O და P წერტილები. ცნობილია, რომ $\vec{OA} + \vec{OP} + \vec{OA}_1$; $\vec{OB} + \vec{OP} = \vec{OB}_1$; $\vec{OC} + \vec{OP} = \vec{OC}_1$ დაამტკიცეთ, რომ $A_1B_1C_1$ სამკუთხედის გვერდები შესაბამისად ტოლი და პარალელურია ABC სამკუთხედის გვერდების.
2. ვთქვათ $\vec{a} = \vec{m} + \vec{n}$ და $\vec{b} = \vec{m} - \vec{n}$. გამოსახეთ m და n-ის საშუალებით ვექტორები:
 - ა) $3\vec{a} + 5\vec{b}$;
 - ბ) $\frac{1}{2}\vec{a} - 4\vec{b}$;
 - გ) $20\vec{a} + \frac{1}{10}\vec{b}$.
3. \vec{a} და \vec{b} არანულოვანი და არაკოლინეარული ვექტორებია, გამოთვალეთ k და p რიცხვები, თუ
 - ა) $k\vec{a} + (2p+1)\vec{b} = 5\vec{a} - 3\vec{b}$;
 - ბ) $(k+1)\vec{a} + (p^2 - 2)\vec{b} = 2\vec{a} + 7\vec{b}$.
4. $\vec{a}(2; 5)$ და $\vec{b}(7; -5)$. იპოვეთ $2\vec{a} + 3\vec{b}$ ვექტორის კოორდინატები და სიგრძე.

შემაჯავებელი სამუშაო №12

1. მართკუთხა პარალელეპიპედის ფუძის გვერდები 5 სმ-ის და 12 სმ-ის ტოლია, დიაგონალური კვეთა კვადრატს წარმოადგენს. იპოვე პარალელეპიპედის მოცულობა.
2. წესიერი სამკუთხა პრიზმის ფუძის გვერდი a -ს ტოლია, ხოლო გვერდითი წიბო ფუძეზე შემოსახული წრეწირის რადიუსის ტოლია. იპოვე პრიზმის გვერდითი ზედაპირის ფართობი.
3. ცილინდრის ფუძის ფართობი 16π სმ-ის ტოლია, სიმაღლე სამჯერ მეტია ფუძის რადიუსზე. იპოვე ცილინდრის მოცულობა.
4. კონუსის ღერძული კვეთა ტოლგვერდა სამკუთხედია, რომლის სიმაღლე $3\sqrt{3}$ -ის ტოლია. იპოვე სრული ზედაპირის ფართობი.